

# INTERNATIONAL STANDARD

## NORME INTERNATIONALE



**Electrical insulating materials – Thermal endurance properties –  
Part 3: Instructions for calculating thermal endurance characteristics**

**Matériaux isolants électriques – Propriétés d'endurance thermique –  
Partie 3: Instructions pour le calcul des caractéristiques d'endurance thermique**



## THIS PUBLICATION IS COPYRIGHT PROTECTED

Copyright © 2021 IEC, Geneva, Switzerland

All rights reserved. Unless otherwise specified, no part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from either IEC or IEC's member National Committee in the country of the requester. If you have any questions about IEC copyright or have an enquiry about obtaining additional rights to this publication, please contact the address below or your local IEC member National Committee for further information.

Droits de reproduction réservés. Sauf indication contraire, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'IEC ou du Comité national de l'IEC du pays du demandeur. Si vous avez des questions sur le copyright de l'IEC ou si vous désirez obtenir des droits supplémentaires sur cette publication, utilisez les coordonnées ci-après ou contactez le Comité national de l'IEC de votre pays de résidence.

IEC Central Office  
3, rue de Varembe  
CH-1211 Geneva 20  
Switzerland

Tel.: +41 22 919 02 11  
[info@iec.ch](mailto:info@iec.ch)  
[www.iec.ch](http://www.iec.ch)

### About the IEC

The International Electrotechnical Commission (IEC) is the leading global organization that prepares and publishes International Standards for all electrical, electronic and related technologies.

### About IEC publications

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC. Please make sure that you have the latest edition, a corrigendum or an amendment might have been published.

#### IEC publications search - [webstore.iec.ch/advsearchform](http://webstore.iec.ch/advsearchform)

The advanced search enables to find IEC publications by a variety of criteria (reference number, text, technical committee, ...). It also gives information on projects, replaced and withdrawn publications.

#### IEC Just Published - [webstore.iec.ch/justpublished](http://webstore.iec.ch/justpublished)

Stay up to date on all new IEC publications. Just Published details all new publications released. Available online and once a month by email.

#### IEC Customer Service Centre - [webstore.iec.ch/csc](http://webstore.iec.ch/csc)

If you wish to give us your feedback on this publication or need further assistance, please contact the Customer Service Centre: [sales@iec.ch](mailto:sales@iec.ch).

#### IEC online collection - [oc.iec.ch](http://oc.iec.ch)

Discover our powerful search engine and read freely all the publications previews. With a subscription you will always have access to up to date content tailored to your needs.

#### Electropedia - [www.electropedia.org](http://www.electropedia.org)

The world's leading online dictionary on electrotechnology, containing more than 22 000 terminological entries in English and French, with equivalent terms in 18 additional languages. Also known as the International Electrotechnical Vocabulary (IEV) online.

### A propos de l'IEC

La Commission Electrotechnique Internationale (IEC) est la première organisation mondiale qui élabore et publie des Normes internationales pour tout ce qui a trait à l'électricité, à l'électronique et aux technologies apparentées.

### A propos des publications IEC

Le contenu technique des publications IEC est constamment revu. Veuillez vous assurer que vous possédez l'édition la plus récente, un corrigendum ou amendement peut avoir été publié.

#### Recherche de publications IEC -

[webstore.iec.ch/advsearchform](http://webstore.iec.ch/advsearchform)

La recherche avancée permet de trouver des publications IEC en utilisant différents critères (numéro de référence, texte, comité d'études, ...). Elle donne aussi des informations sur les projets et les publications remplacées ou retirées.

#### IEC Just Published - [webstore.iec.ch/justpublished](http://webstore.iec.ch/justpublished)

Restez informé sur les nouvelles publications IEC. Just Published détaille les nouvelles publications parues. Disponible en ligne et une fois par mois par email.

#### Service Clients - [webstore.iec.ch/csc](http://webstore.iec.ch/csc)

Si vous désirez nous donner des commentaires sur cette publication ou si vous avez des questions contactez-nous: [sales@iec.ch](mailto:sales@iec.ch).

#### IEC online collection - [oc.iec.ch](http://oc.iec.ch)

Découvrez notre puissant moteur de recherche et consultez gratuitement tous les aperçus des publications. Avec un abonnement, vous aurez toujours accès à un contenu à jour adapté à vos besoins.

#### Electropedia - [www.electropedia.org](http://www.electropedia.org)

Le premier dictionnaire d'électrotechnologie en ligne au monde, avec plus de 22 000 articles terminologiques en anglais et en français, ainsi que les termes équivalents dans 16 langues additionnelles. Egalement appelé Vocabulaire Electrotechnique International (IEV) en ligne.

# INTERNATIONAL STANDARD

## NORME INTERNATIONALE



**Electrical insulating materials – Thermal endurance properties –  
Part 3: Instructions for calculating thermal endurance characteristics**

**Matériaux isolants électriques – Propriétés d'endurance thermique –  
Partie 3: Instructions pour le calcul des caractéristiques d'endurance thermique**

INTERNATIONAL  
ELECTROTECHNICAL  
COMMISSION

COMMISSION  
ELECTROTECHNIQUE  
INTERNATIONALE

ICS 17.220.99; 19.020

ISBN 978-2-8322-9440-6

**Warning! Make sure that you obtained this publication from an authorized distributor.  
Attention! Veuillez vous assurer que vous avez obtenu cette publication via un distributeur agréé.**

## CONTENTS

|                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------|----|
| FOREWORD .....                                                  | 4  |
| 1 Scope .....                                                   | 6  |
| 2 Normative references .....                                    | 6  |
| 3 Terms, definitions, symbols and abbreviated terms .....       | 6  |
| 3.1 Terms and definitions .....                                 | 6  |
| 3.2 Symbols and abbreviated terms .....                         | 8  |
| 4 Principles of calculations .....                              | 10 |
| 4.1 General principles .....                                    | 10 |
| 4.2 Preliminary calculations .....                              | 10 |
| 4.2.1 General .....                                             | 10 |
| 4.2.2 Non-destructive tests .....                               | 11 |
| 4.2.3 Proof tests .....                                         | 11 |
| 4.2.4 Destructive tests .....                                   | 11 |
| 4.3 Variance calculations .....                                 | 12 |
| 4.4 Statistical tests .....                                     | 12 |
| 4.5 Results .....                                               | 13 |
| 5 Requirements and recommendations for valid calculations ..... | 13 |
| 5.1 Requirements for experimental data .....                    | 13 |
| 5.1.1 General .....                                             | 13 |
| 5.1.2 Non-destructive tests .....                               | 13 |
| 5.1.3 Proof tests .....                                         | 13 |
| 5.1.4 Destructive tests .....                                   | 13 |
| 5.2 Precision of calculations .....                             | 14 |
| 6 Calculation procedures .....                                  | 14 |
| 6.1 Preliminary calculations .....                              | 14 |
| 6.1.1 Temperatures and $x$ -values .....                        | 14 |
| 6.1.2 Non-destructive tests .....                               | 14 |
| 6.1.3 Proof tests .....                                         | 14 |
| 6.1.4 Destructive tests .....                                   | 14 |
| 6.1.5 Incomplete data .....                                     | 18 |
| 6.2 Main calculations .....                                     | 18 |
| 6.2.1 Calculation of group means and variances .....            | 18 |
| 6.2.2 General means and variances .....                         | 19 |
| 6.2.3 Regression calculations .....                             | 20 |
| 6.3 Statistical tests .....                                     | 21 |
| 6.3.1 Variance equality test .....                              | 21 |
| 6.3.2 Linearity test ( $F$ -test) .....                         | 21 |
| 6.3.3 Confidence limits of $X$ and $Y$ estimates .....          | 22 |
| 6.4 Thermal endurance graph .....                               | 23 |
| 7 Calculation and requirements for results .....                | 23 |
| 7.1 Calculation of thermal endurance characteristics .....      | 23 |
| 7.2 Summary of statistical tests and reporting .....            | 24 |
| 7.3 Reporting of results .....                                  | 24 |
| 8 Test report .....                                             | 24 |
| Annex A (normative) Decision flow chart .....                   | 26 |

|                                                                                            |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Annex B (normative) Decision table .....                                                   | 27 |
| Annex C (informative) Statistical tables .....                                             | 28 |
| Annex D (informative) Worked examples .....                                                | 38 |
| Annex E (informative) Computer program .....                                               | 46 |
| E.1 General .....                                                                          | 46 |
| E.1.1 Overview .....                                                                       | 46 |
| E.1.2 Convenience program execution .....                                                  | 47 |
| E.2 Structure of data files used by the program .....                                      | 48 |
| E.2.1 Text file formats .....                                                              | 48 |
| E.2.2 Office Open XML formats .....                                                        | 50 |
| E.3 Data files for computer program .....                                                  | 51 |
| E.4 Output files and graph .....                                                           | 56 |
| Bibliography .....                                                                         | 57 |
| Figure 1 – Example of groups selection .....                                               | 15 |
| Figure A.1 – Decision flow chart .....                                                     | 26 |
| Figure D.1 – Thermal endurance graph .....                                                 | 42 |
| Figure D.2 – Example 3: Property-time graph .....                                          | 44 |
| Figure E.1 – Shortcut property dialog for program launch .....                             | 47 |
| Figure E.2 – Thermal endurance graph of example N3 .....                                   | 56 |
| Table B.1 – Decisions and actions according to tests .....                                 | 27 |
| Table C.1 – Coefficients for censored data calculations .....                              | 28 |
| Table C.2 – Fractiles of the $F$ -distribution, $F(0,95, f_n, f_d)$ .....                  | 34 |
| Table C.3 – Fractiles of the $F$ -distribution, $F(0,995, f_n, f_d)$ .....                 | 35 |
| Table C.4 – Fractiles of the $t$ -distribution, $t_{0,95}$ .....                           | 37 |
| Table C.5 – Fractiles of the $\chi^2$ -distribution .....                                  | 37 |
| Table D.1 – Worked example 1 – Censored data (proof tests: file CENEX3.DTA) .....          | 38 |
| Table D.2 – Worked example 2 – Complete data (non-destructive tests: file TEST2.DTA) ..... | 40 |
| Table D.3 – Worked example 3 – Destructive tests .....                                     | 43 |
| Table D.4 – Worked example 3 – Selection of groups .....                                   | 44 |
| Table E.1 – Non-destructive test data .....                                                | 49 |
| Table E.2 – Destructive test data .....                                                    | 49 |
| Table E.3 – Non-destructive test data .....                                                | 50 |
| Table E.4 – Destructive test data .....                                                    | 50 |

## INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**ELECTRICAL INSULATING MATERIALS –  
THERMAL ENDURANCE PROPERTIES –****Part 3: Instructions for calculating  
thermal endurance characteristics**

## FOREWORD

- 1) The International Electrotechnical Commission (IEC) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of IEC is to promote international co-operation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, IEC publishes International Standards, Technical Specifications, Technical Reports, Publicly Available Specifications (PAS) and Guides (hereafter referred to as "IEC Publication(s)"). Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of IEC on technical matters express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the relevant subjects since each technical committee has representation from all interested IEC National Committees.
- 3) IEC Publications have the form of recommendations for international use and are accepted by IEC National Committees in that sense. While all reasonable efforts are made to ensure that the technical content of IEC Publications is accurate, IEC cannot be held responsible for the way in which they are used or for any misinterpretation by any end user.
- 4) In order to promote international uniformity, IEC National Committees undertake to apply IEC Publications transparently to the maximum extent possible in their national and regional publications. Any divergence between any IEC Publication and the corresponding national or regional publication shall be clearly indicated in the latter.
- 5) IEC itself does not provide any attestation of conformity. Independent certification bodies provide conformity assessment services and, in some areas, access to IEC marks of conformity. IEC is not responsible for any services carried out by independent certification bodies.
- 6) All users should ensure that they have the latest edition of this publication.
- 7) No liability shall attach to IEC or its directors, employees, servants or agents including individual experts and members of its technical committees and IEC National Committees for any personal injury, property damage or other damage of any nature whatsoever, whether direct or indirect, or for costs (including legal fees) and expenses arising out of the publication, use of, or reliance upon, this IEC Publication or any other IEC Publications.
- 8) Attention is drawn to the Normative references cited in this publication. Use of the referenced publications is indispensable for the correct application of this publication.
- 9) Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this IEC Publication may be the subject of patent rights. IEC shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

IEC 60216-3 has been prepared by IEC technical committee 112: Evaluation and qualification of electrical insulating materials and systems. It is an International Standard.

This third edition cancels and replaces the second edition published in 2006. This edition constitutes a technical revision.

This edition includes the following significant technical changes with respect to the previous edition:

- a) a new computer program has been included;
- b) Annex E " has been completely reworked.

The text of this International Standard is based on the following documents:

| Draft       | Report on voting |
|-------------|------------------|
| 112/475/CDV | 112/495/RVC      |

Full information on the voting for its approval can be found in the report on voting indicated in the above table.

The language used for the development of this International Standard is English.

This document was drafted in accordance with ISO/IEC Directives, Part 2, and developed in accordance with ISO/IEC Directives, Part 1 and ISO/IEC Directives, IEC Supplement, available at [www.iec.ch/members\\_experts/refdocs](http://www.iec.ch/members_experts/refdocs). The main document types developed by IEC are described in greater detail at [www.iec.ch/standardsdev/publications](http://www.iec.ch/standardsdev/publications).

A list of all parts in the IEC 60216 series, published under the general title *Electrical insulating materials – Thermal endurance properties*, can be found on the IEC website.

The committee has decided that the contents of this document will remain unchanged until the stability date indicated on the IEC website under [webstore.iec.ch](http://webstore.iec.ch) in the data related to the specific document. At this date, the document will be

- reconfirmed,
- withdrawn,
- replaced by a revised edition, or
- amended.

**IMPORTANT – The 'colour inside' logo on the cover page of this publication indicates that it contains colours which are considered to be useful for the correct understanding of its contents. Users should therefore print this document using a colour printer.**

# ELECTRICAL INSULATING MATERIALS – THERMAL ENDURANCE PROPERTIES –

## Part 3: Instructions for calculating thermal endurance characteristics

### 1 Scope

This part of IEC 60216 specifies the calculation procedures used for deriving thermal endurance characteristics from experimental data obtained in accordance with the instructions of IEC 60216-1 and IEC 60216-2 [1]<sup>1</sup>, using fixed ageing temperatures and variable ageing times.

The experimental data can be obtained using non-destructive, destructive or proof tests. Data obtained from non-destructive or proof tests can be incomplete, in that it is possible that measurement of times taken to reach the end-point will have been terminated at some point after the median time but before all specimens have reached end-point.

The procedures are illustrated by worked examples, and suitable computer programs are recommended to facilitate the calculations.

### 2 Normative references

The following documents are referred to in the text in such a way that some or all of their content constitutes requirements of this document. For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments) applies.

IEC 60216-1:2013, *Electrical insulating materials – Thermal endurance properties – Part 1: Ageing procedures and evaluation of test results*

### 3 Terms, definitions, symbols and abbreviated terms

#### 3.1 Terms and definitions

For the purposes of this document, the following definitions apply.

ISO and IEC maintain terminological databases for use in standardization at the following addresses:

- IEC Electropedia: available at <http://www.electropedia.org/>
- ISO Online browsing platform: available at <https://www.iso.org/obp>

##### 3.1.1

##### **ordered data**

group of data arranged in sequence so that in the appropriate direction through the sequence each member is greater than, or equal to, its predecessor

Note 1 to entry: In this document, ascending order implies that the data is ordered in this way, the first being the smallest.

---

<sup>1</sup> Numbers in square brackets refer to the bibliography.

Note 2 to entry: It has been established that the term "group" is used in the theoretical statistics literature to represent a subset of the whole data set. The group comprises those data having the same value of one of the parameters of the set (e.g. ageing temperature). A group may itself comprise a number of sub-groups characterized by another parameter (e.g. time in the case of destructive tests).

### **3.1.2**

#### **order-statistic**

assigned numerical position in the sequence of individual values in a group of ordered data

### **3.1.3**

#### **incomplete data**

ordered data, where the values above and/or below defined points are not known

### **3.1.4**

#### **censored data**

incomplete data, where the number of unknown values is known

Note 1 to entry: If the censoring is begun above/below a specified numerical value, the censoring is Type I. If above/below a specified order-statistic it is Type II. This document is concerned only with Type II.

### **3.1.5**

#### **degrees of freedom**

number of data values minus the number of parameter values

### **3.1.6**

#### **variance of a data group**

sum of the squares of the deviations of the data from a reference level

Note 1 to entry: The reference level may be defined by one or more parameters, for example a mean value (one parameter) or a line (two parameters, slope and intercept), divided by the number of degrees of freedom.

### **3.1.7**

#### **central second moment of a data group**

sum of the squares of the differences between the data values and the value of the group mean, divided by the number of data in the group

### **3.1.8**

#### **covariance of data groups**

for two groups of data with equal numbers of elements where each element in one group corresponds to one in the other, the sum of the products of the deviations of the corresponding members from their group means, divided by the number of degrees of freedom

### **3.1.9**

#### **regression analysis**

process of deducing the best-fit line expressing the relation of corresponding members of two data groups by minimizing the sum of squares of deviations of members of one of the groups from the line

Note 1 to entry: The parameters are referred to as the regression coefficients.

### **3.1.10**

#### **correlation coefficient**

number expressing the completeness of the relation between members of two data groups, equal to the covariance divided by the square root of the product of the variances of the groups

Note 1 to entry: The value of its square is between 0 (no correlation) and 1 (complete correlation).

### 3.1.11

#### end-point line

line parallel to the time axis intercepting the property axis at the end-point value

Note 1 to entry: For guidance on the choice of end-point value, refer to IEC 60216-2.

## 3.2 Symbols and abbreviated terms

|                  |                                                                                  | Subclause              |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| $a$              | Regression coefficient ( $y$ -intercept)                                         | 4.3, 6.2               |
| $a_p$            | Regression coefficient for destructive test calculations                         | 6.1                    |
| $b$              | Regression coefficient (slope)                                                   | 4.3, 6.2               |
| $b_p$            | Regression coefficient for destructive test calculations                         | 6.1                    |
| $b_r$            | Intermediate constant (calculation of $\hat{\chi}_c$ )                           | 6.3                    |
| $c$              | Intermediate constant (calculation of $\chi^2$ )                                 | 6.3                    |
| $f$              | Number of degrees of freedom                                                     | Table C.2 to Table C.5 |
| $F$              | Fisher distributed stochastic variable                                           | 4.2, 6.1, 6.3          |
| $F_0$            | Tabulated value of $F$ (linearity of thermal endurance graph)                    | 4.4, 6.3               |
| $F_1$            | Tabulated value of $F$ (linearity of property graph – significance 0,05)         | 6.1                    |
| $F_2$            | Tabulated value of $F$ (linearity of property graph – significance 0,005)        | 6.1                    |
| $g$              | Order number of ageing time for destructive tests                                | 6.1                    |
| $h$              | Order number of property value for destructive tests                             | 6.1                    |
| HIC              | Halving interval at temperature equal to $T_l$                                   | 4.3, Clause 7          |
| HIC <sub>g</sub> | Halving interval corresponding to $T_{lg}$                                       | 7.3                    |
| $i$              | Order number of exposure temperature                                             | 4.1, 6.2               |
| $j$              | Order number of time to end-point                                                | 4.1, 6.2               |
| $k$              | Number of ageing temperatures                                                    | 4.1, 6.2               |
| $m_i$            | Number of specimens aged at temperature $\vartheta_i$                            | 4.1, 6.1               |
| $N$              | Total number of times to end-point                                               | 6.2                    |
| $n_g$            | Number of property values in group aged for time $\tau_g$                        | 6.1                    |
| $n_i$            | Number of values of $y$ at temperature $\vartheta_i$                             | 4.1, 6.1               |
| $\bar{p}$        | Mean value of property values in selected groups                                 | 6.1                    |
| $p$              | Value of diagnostic property                                                     | 6.1                    |
| $P$              | Significance level of $\chi^2$ distribution                                      | 4.4, 6.3.1             |
| $p_e$            | Value of diagnostic property at end-point for destructive tests                  | 6.1                    |
| $\bar{p}_g$      | Mean of property values in group aged for time $\tau_g$                          | 6.1                    |
| $p_{gh}$         | Individual property value                                                        | 6.1                    |
| $q$              | Base of logarithms                                                               | 6.3                    |
| $r$              | Number of ageing times selected for inclusion in calculation (destructive tests) | 6.1                    |
| $r^2$            | Square of correlation coefficient                                                | 6.2.3                  |
| $s^2$            | Weighted mean of $s_1^2$ and $s_2^2$                                             | 6.3                    |

|                  |                                                                                    | <b>Subclause</b> |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| $s_1^2$          | Weighted mean of $s_{1i}^2$ , pooled variance within selected groups               | 4.3, 6.1 to 6.3  |
| $(s_1^2)_a$      | Adjusted value of $s_1^2$                                                          | 4.4, 6.3         |
| $s_{1g}^2$       | Variance of property values in group aged for time $\tau_g$                        | 6.1              |
| $s_{1i}^2$       | Variance of $y_{ij}$ values at temperature $\vartheta_i$                           | 4.3, 6.2         |
| $s_2^2$          | Variance about regression line                                                     | 6.1 to 6.3       |
| $s_a^2$          | Adjusted value of $s^2$                                                            | 6.3              |
| $s_r^2$          | Intermediate constant                                                              | 6.3              |
| $s_Y^2$          | Variance of $Y$                                                                    | 6.3              |
| $t$              | Student distributed stochastic variable                                            | 6.3              |
| $t_c$            | Adjusted value of $t$ (incomplete data)                                            | 6.3              |
| TC               | Lower 95 % confidence limit of TI                                                  | 4.4, 7           |
| TC <sub>a</sub>  | Adjusted value of TC                                                               | 7.1              |
| TI               | Temperature index                                                                  | 4.3, Clause 7    |
| TI <sub>10</sub> | Temperature index at 10 kh                                                         | 7.1              |
| TI <sub>a</sub>  | Adjusted value of TI                                                               | 7.3              |
| TI <sub>g</sub>  | Temperature index obtained by graphical means or without defined confidence limits | 7.3              |
| $x$              | Independent variable: reciprocal of thermodynamic temperature                      |                  |
| $\bar{x}$        | Weighted mean value of $x$                                                         | 6.2              |
| $X$              | Specified value of $x$ for estimation of $y$                                       | 6.3              |
| $\hat{X}$        | Estimated value of $x$ at specified value of $y$                                   | 6.3              |
| $\hat{X}_c$      | Upper 95 % confidence limit of $\hat{X}$                                           | 6.3              |
| $x_i$            | Reciprocal of thermodynamic temperature corresponding to $\vartheta_i$             | 4.1, 6.1         |
| $\bar{y}$        | Weighted mean value of $y$                                                         | 6.2              |
| $y$              | Dependent variable: logarithm of time to end-point                                 |                  |
| $\hat{Y}$        | Estimated value of $y$ at specified value of $x$                                   | 6.3              |
| $Y$              | Specified value of $y$ for estimation of $x$                                       | 6.3              |
| $\hat{Y}_c$      | Lower 95 % confidence limit of $\hat{Y}$                                           | 6.3              |
| $\bar{y}_i$      | Mean values of $y_{ij}$ at temperature $\vartheta_i$                               | 4.3, 6.2         |
| $y_{ij}$         | Value of $y$ corresponding to $\tau_{ij}$                                          | 4.1, 6.1         |
| $\bar{z}$        | Mean value of $z_g$                                                                | 6.1              |
| $z_g$            | Logarithm of ageing time for destructive tests – group $g$                         | 6.1              |
| $\alpha$         | Censored data coefficient for variance                                             | 4.3, 6.2         |
| $\beta$          | Censored data coefficient for variance                                             | 4.3, 6.2         |
| $\varepsilon$    | Censored data coefficient for variance of mean                                     | 4.3, 6.2         |

|                  |                                                                    | Subclause |
|------------------|--------------------------------------------------------------------|-----------|
| $\theta_0$       | Temperature 0 °C on the thermodynamic scale (273,15 K)             | 4.1, 6.1  |
| $\hat{\theta}$   | Estimate of temperature for temperature index                      | 6.3.3     |
| $\hat{\theta}_c$ | Confidence limit of $\hat{\theta}$                                 | 6.3.3     |
| $\theta_i$       | Ageing temperature for group $i$                                   | 4.1, 6.1  |
| $\mu$            | Censored data coefficient for mean                                 | 4.3, 6.2  |
| $\mu_2(x)$       | Central second moment of $x$ values                                | 6.2, 6.3  |
| $v$              | Total number of property values selected at one ageing temperature | 6.1       |
| $\tau_f$         | Time selected for estimate of temperature                          | 6.3       |
| $\tau_g$         | Time of ageing for selected group $g$                              | 6.1       |
| $\tau_{ij}$      | Times to end-point                                                 | 6.4       |
| $\chi^2$         | $\chi^2$ -distributed stochastic variable                          | 6.3       |

## 4 Principles of calculations

### 4.1 General principles

The general calculation procedures and instructions given in Clause 6 are based on the principles set out in IEC 60493-1 [2]. These may be simplified as follows:

- the relation between the mean of the logarithms of the times taken to reach the specified end-point (times to end-point) and the reciprocal of the thermodynamic (absolute) temperature is linear;
- the values of the deviations of the logarithms of the times to end-point from the linear relation are normally distributed with a variance which is independent of the ageing temperature.

The data used in the general calculation procedures are obtained from the experimental data by a preliminary calculation. The details of this calculation are dependent on the character of the diagnostic test: non-destructive, proof or destructive (see 4.2). In all cases the data comprise values of  $x$ ,  $y$ ,  $m$ ,  $n$  and  $k$

where

- $x_i = 1/(\theta_i + \theta_0)$  is the reciprocal of thermodynamic value of ageing temperature  $\theta_i$  in °C;
- $y_{ij} = \log \tau_{ij}$  is the logarithm of the value of time ( $j$ ) to end-point at temperature  $\theta_i$ ;
- $n_i$  is the number of  $y$  values in group number  $i$  aged at temperature  $\theta_i$ ;
- $m_i$  is the number of samples in group number  $i$  aged at temperature  $\theta_i$  (different from  $n_i$  for censored data);
- $k$  is the number of ageing temperatures or groups of  $y$  values.

NOTE Any number can be used as the base for logarithms, provided consistency is observed throughout calculations. The use of natural logarithms (base  $e$ ) is beneficial, since most computer programming languages and scientific calculators have this facility.

### 4.2 Preliminary calculations

#### 4.2.1 General

In all cases, the reciprocals of the thermodynamic values of the ageing temperatures are calculated as the values of  $x_i$ .

The values of  $y_{ij}$  are calculated as the values of the logarithms of the individual times to end-point  $\tau_{ij}$  obtained as described below.

In many cases of non-destructive and proof tests, it is advisable for economic reasons, (for example, when the scatter of the data is high) to stop ageing before all specimens have reached the end-point, at least for some temperature groups. In such cases, the procedure for calculation on censored data (see 6.2.1.3) shall be carried out on the  $(x, y)$  data available.

Groups of complete and incomplete data or groups censored at a different point for each ageing temperature may be used together in one calculation in 6.2.1.3.

#### 4.2.2 Non-destructive tests

Non-destructive tests (for example, loss of mass on ageing) give directly the value of the diagnostic property of each specimen each time it is measured, at the end of an ageing period. The time to end-point  $\tau_{ij}$  is therefore available, either directly or by linear interpolation between consecutive measurements.

#### 4.2.3 Proof tests

The time to end-point  $\tau_{ij}$  for an individual specimen is taken as the mid-point of the ageing period immediately prior to reaching the end-point.

#### 4.2.4 Destructive tests

When destructive test criteria are employed, each test specimen is destroyed in obtaining a property value and its time to end-point cannot therefore be measured directly.

To enable estimates of the times to end-point to be obtained, the assumptions are made that in the vicinity of the end-point:

- a) the relation between the mean property values and the logarithm of the ageing time is approximately linear;
- b) the values of the deviations of the individual property values from this linear relation are normally distributed with a variance which is independent of the ageing time;
- c) the curves of property versus logarithm of time for the individual test specimens are straight lines parallel to the line representing the relation of a) above.

For the application of these assumptions, an ageing curve is drawn for the data obtained at each of the ageing times. The curve is obtained by plotting the mean value of property for each specimen group against the logarithm of its ageing time. If possible, ageing is continued at each temperature until at least one group mean is beyond the end-point level. An approximately linear region of this curve is drawn in the vicinity of the end-point line (see Figure D.2).

A statistical test ( $F$ -test) is carried out to decide whether deviations from linearity of the selected region are acceptable (see 6.1.4, step 4). If acceptable, then, on the same graph, points representing the properties of the individual specimens are drawn. A line parallel to the ageing line is drawn through each individual specimen data point. The estimate of the logarithm of the time to end-point for that specimen ( $y_{ij}$ ) is then the value of the logarithm of time corresponding to the intersection of the line with the end-point line (Figure D.2).

With some limitations, an extrapolation of the linear mean value graph to the end-point level is permitted.

The above operations are executed numerically in the calculations detailed in 6.1.4.

### 4.3 Variance calculations

Commencing with the values of  $x$  and  $y$  obtained in 4.2, the following calculations are made:

For each group of  $y_{ij}$  values, the mean  $\bar{y}_i$  and variance  $s_{1i}^2$  are calculated, and from the latter the pooled variance within the groups,  $s_1^2$ , is derived, weighting the groups according to size.

For incomplete data, the calculations have been developed from those originated by Saw [3] and given in 6.2.1.3. For the coefficients required ( $\mu$  for mean,  $\alpha$ ,  $\beta$  for variance and  $\varepsilon$  for deriving the variance of mean from the group variance) see Annex C, Table C.1. For multiple groups, the variances are pooled, weighting according to the group size. The mean value of the group values of  $\varepsilon$  is obtained without weighting, and multiplied by the pooled variance.

NOTE The weighting according to the group size is implicit in the definition of  $\varepsilon$ , which here is equal to that originally proposed by Saw, multiplied by the group size. This makes for simpler representation in equations.

From the means  $\bar{y}_i$  and the values of  $x_i$ , the coefficients  $a$  and  $b$  (the coefficients of the best fit linear representation of the relationship between  $x$  and  $y$ ) are calculated by linear regression analysis.

From the regression coefficients, the values of TI and HIC are calculated. The variance of the deviations from the regression line is calculated from the regression coefficients and the group means.

### 4.4 Statistical tests

The following statistical tests are made:

- Fisher test for linearity (Fisher test,  $F$ -test) on destructive test data prior to the calculation of estimated times to end-point (see 4.2.4);
- variance equality (Bartlett's  $\chi^2$ -test) to establish whether the variances within the groups of  $y$  values differ significantly;
- $F$ -test to establish whether the ratio of the deviations from the regression line to the pooled variance within the data groups is greater than the reference value  $F_0$ , i.e. to test the validity of the Arrhenius hypothesis as applied to the test data.

In the case of data of very small dispersion, it is possible for a non-linearity to be detected as statistically significant which is of little practical importance.

In order that a result may be obtained even where the requirements of the  $F$ -test are not met, a procedure is included as follows:

- increase the value of the pooled variance within the groups  $(s_1^2)$  by the factor  $F/F_0$  so that the  $F$ -test gives a result which is just acceptable (see 6.3.2);
- use this adjusted value  $(s_1^2)_a$  to calculate the lower confidence limit  $TC_a$  of the result;
- if the lower confidence interval  $(TI - TC_a)$  is found acceptable, the non-linearity is deemed to be of no practical importance (see 6.3.2);
- from the components of the data dispersion,  $(s_1^2)$  and  $(s_2^2)$  the confidence interval of an estimate is calculated using the regression equation.

When the temperature index (TI), its lower confidence limit (TC) and the halving interval (HIC) have been calculated, (see 7.1), the result is considered acceptable if

$$TI - TC \leq 0,6 \text{ HIC} \quad (1)$$

When the lower confidence interval ( $TI - TC$ ) exceeds 0,6 HIC by a small margin, a usable result may still be obtained, provided  $F \leq F_0$ , by substituting  $(TC + 0,6 \text{ HIC})$  for the value of  $TI$  (see Clause 7).

## 4.5 Results

The temperature index ( $TI$ ), its halving interval ( $HIC$ ) and its lower 95 % confidence limit ( $TC$ ) are calculated from the regression equation, making allowance as described above for minor deviations from the specified results of the statistical tests.

The mode of reporting of the temperature index and halving interval is determined by the results of the statistical tests (see 7.2).

It is necessary to emphasize the need to present the thermal endurance graph as part of the report, since a single numerical result,  $TI$  ( $HIC$ ), cannot present an overall qualitative view of the test data, and appraisal of the data cannot be complete without this.

## 5 Requirements and recommendations for valid calculations

### 5.1 Requirements for experimental data

#### 5.1.1 General

The data submitted to the procedures of this document shall conform to the requirements of IEC 60216-1.

#### 5.1.2 Non-destructive tests

For most diagnostic properties in this category, groups of five specimens will be adequate. However, if the data dispersion (confidence interval, see 6.3.3) is found to be too great, more satisfactory results are likely to be obtained by using a greater number of specimens. This is particularly true if it is necessary to terminate ageing before all specimens have reached end-point.

#### 5.1.3 Proof tests

Not more than one specimen in any group shall reach end-point during the first ageing period: if more than one group contains such a specimen, the experimental procedure should be carefully examined (see 6.1.3) and the occurrence included in the test report.

The number of specimens in each group shall be at least five, and for practical reasons the maximum number treatable is restricted to 31 (Table C.1). The recommended number for most purposes is 21.

#### 5.1.4 Destructive tests

At each temperature, ageing should be continued until the property value mean of at least one group is above and at least one below the end-point level. In some circumstances, and with appropriate limitations, a small extrapolation of the property value mean past the end-point level may be permitted (see 6.1.4, step 4). This shall not be permitted for more than one temperature group.

## 5.2 Precision of calculations

Many of the calculation steps involve summing of the differences of numbers or the squares of these differences, where the differences may be small by comparison with the numbers. In these circumstances it is necessary that the calculations be made with an internal precision of at least six significant digits, and preferably more, to achieve a result precision of three significant digits. In view of the repetitive and tedious nature of the calculations, it is strongly recommended that they be performed using a programmable calculator or microcomputer, in which case internal precision of ten or more significant digits is easily available.

## 6 Calculation procedures

### 6.1 Preliminary calculations

#### 6.1.1 Temperatures and $x$ -values

For all types of test, express each ageing temperature in K on the thermodynamic temperature scale, and calculate its reciprocal for use as  $x_i$ :

$$x_i = 1/(\vartheta_i + \Theta_0) \quad (2)$$

where  $\Theta_0 = 273,15$  K.

#### 6.1.2 Non-destructive tests

For specimen number  $j$  of group number  $i$ , a property value after each ageing period is obtained. From these values, if necessary by linear interpolation, obtain the time to end-point and calculate its logarithm as  $y_{ij}$ .

#### 6.1.3 Proof tests

For specimen number  $j$  of group number  $i$ , calculate the mid-point of the ageing period immediately prior to reaching the end-point and take the logarithm of this time as  $y_{ij}$ .

A time to end-point within the first ageing period shall be treated as invalid. Either:

- a) start again with a new group of specimens, or
- b) ignore the specimen and reduce the value ascribed to the number of specimens in the group ( $m_i$ ) by one in the calculation for group means and variances (see 6.2.1.3).

If the end-point is reached for more than one specimen during the first period, discard the group and test a further group, paying particular attention to any critical points of experimental procedure.

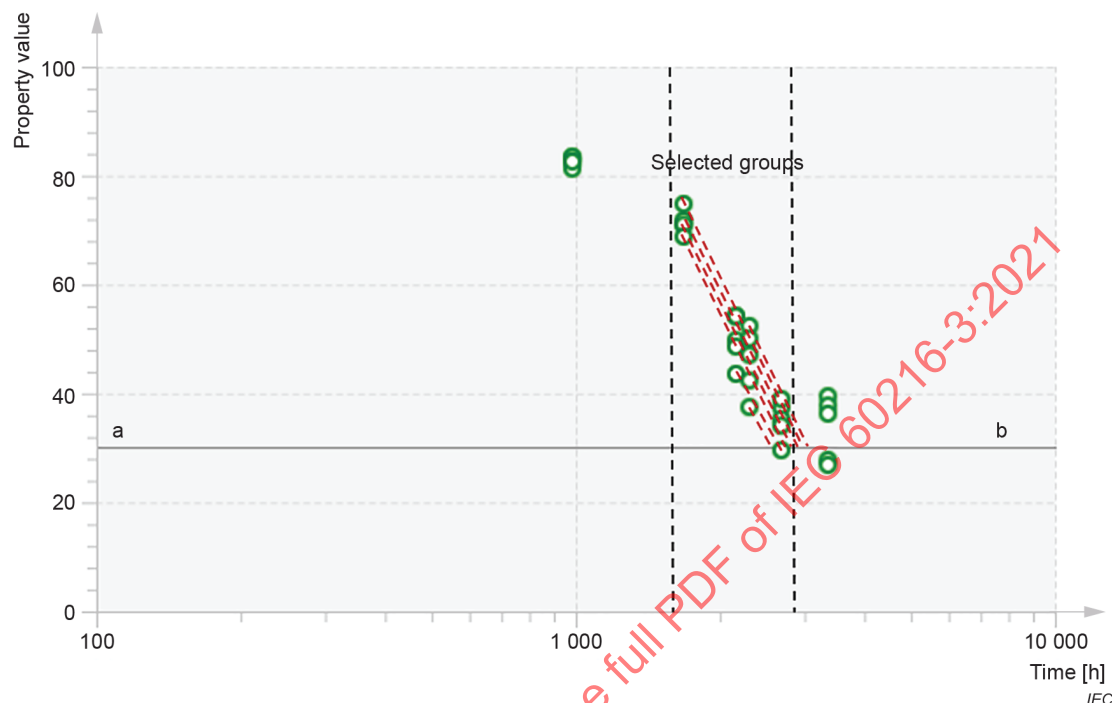
#### 6.1.4 Destructive tests

Within the groups of specimens aged at each temperature  $\vartheta_i$ , carry out the following procedure in five steps:

NOTE The subscript  $i$  is omitted from the expressions in step 2 to step 4 in order to avoid confusing multiple subscript combinations in print. The calculations of step 2 to step 4 are carried out separately on the data from each ageing temperature.

**Step 1** Calculate the mean property value for the data group obtained at each ageing time and the logarithm of the ageing time. Plot these values on a graph with the property value  $p$  as ordinate and the logarithm of the ageing time  $z$  as abscissa. Fit by visual means a smooth curve through the mean property points (see Figure 1).

**Step 2** Select a time range within which the curve so fitted is approximately linear (see step 4). Ensure that this time range includes at least three mean property values with at least one point on each side of the end-point line  $p = p_e$ . If this is not the case, and further measurements at greater times cannot be made (for example, because no specimens remain), a small extrapolation is permitted, subject to the conditions of step 4.



#### Key

- a** ————— **b** Value of diagnostic property at end-point  $p_e$
- Time range with selected groups, following an approximate linear trend (common slope)

NOTE Example destructive test data N3 (arbitrary units) from Clause E.3, temperature 150 °C with small extrapolation.

**Figure 1 – Example of groups selection**

Let the number of selected mean values (and corresponding value groups) be  $r$ , the logarithms of the individual ageing times be  $z_g$  and the individual property values be  $p_{gh}$ , where

- $g = 1 \dots r$  is the order number of the selected group tested at time  $\tau_g$ ;
- $h = 1 \dots n_g$  is the order number of the property value within group number  $g$ ;
- $n_g$  is the number of property values in group number  $g$ .

In most cases, the number  $n_g$  of specimens tested at each test time is identical, but this is not a necessary condition, and the calculation can be carried out with different values of  $n_g$  for different groups.

Calculate the mean value  $\bar{p}_g$  and the variance  $s_{1g}^2$  for each selected property value group.

$$\bar{p}_g = \sum_{h=1}^{n_g} p_{gh} / n_g \quad (3)$$

$$s_{1g}^2 = \left( \sum_{h=1}^{n_g} p_{gh}^2 - n_g \bar{p}_g^2 \right) / (n_g - 1) \quad (4)$$

Calculate the logarithms of  $\tau_g$ :

$$z_g = \log \tau_g \quad (5)$$

**Step 3** Calculate the values

$$v = \sum_{g=1}^r n_g \quad (6)$$

$$\bar{z} = \sum_{g=1}^r z_g n_g / v \quad (7)$$

$$\bar{p} = \sum_{g=1}^r \bar{p}_g n_g / v \quad (8)$$

Calculate the coefficients of the regression equation  $p = a_p + b_p z$

$$b_p = \frac{\left( \sum_{g=1}^r n_g z_g \bar{p}_g - v \bar{z} \bar{p} \right)}{\left( \sum_{g=1}^r n_g z_g^2 - v \bar{z}^2 \right)} \quad (9)$$

$$a_p = \bar{p} - b_p \bar{z} \quad (10)$$

Calculate the pooled variance within the property groups

$$s_1^2 = \sum_{g=1}^r (n_g - 1) s_{1g}^2 / (v - r) \quad (11)$$

Calculate the weighted variance of the deviations of the property group means from the regression line

$$s_2^2 = \sum_{g=1}^r n_g (\bar{p}_g - \hat{p}_g)^2 / (r - 2) \quad (12)$$

where 
$$\hat{p}_g = a_p + b_p z_g \quad (13)$$

This may also be expressed as

$$s_2^2 = \left[ \left( \sum_{g=1}^r n_g \bar{p}_g^2 - v \bar{p}^2 \right) - b_p \left( \sum_{g=1}^r n_g z_g \bar{p}_g - v \bar{z} \bar{p} \right) \right] / (r-2) \quad (14)$$

**Step 4** Make the  $F$ -test for non-linearity at significance level 0,05 by calculating

$$F = s_2^2 / s_1^2 \quad (15)$$

If the calculated value of  $F$  exceeds the tabulated value  $F_1$  with  $f_n = r - 2$  and  $f_d = v - r$  degrees of freedom (see Table C.2)

$$F_1 = F(0,95, r - 2, v - r)$$

change the selection in step 2 and repeat the calculations.

If it is not possible to satisfy the  $F$ -test on the significance level 0,05 with  $r \geq 3$ , make the  $F$ -test at a significance level 0,005 by comparing the calculated value of  $F$  with the tabulated value  $F_2$  with  $f_n = r - 2$  and  $f_d = v - r$  degrees of freedom (see Table C.3).

$$F_2 = F(0,995, r - 2, v - r)$$

If the test is satisfied at this level, the calculations may be continued, but the adjustment of TI according to 7.3.2 is not permitted.

If the  $F$ -test on significance level 0,005 (i.e.  $F \leq F_2$ ) cannot be satisfied, or the property points plotted according to step 1 are all on the same side of the end-point line, an extrapolation may be permitted, subject to the following condition.

If the  $F$ -test on significance level 0,05 can be met for a range of values (with  $r \geq 3$ ) where all mean values  $\bar{p}_g$  are on the same side of the end-point value  $p_e$ , an extrapolation may be made, provided that the absolute value of the difference between the end-point value  $p_e$  and the mean value  $\bar{p}_g$  closest to the end-point (usually  $\bar{p}_r$ ) is less than 0,25 of the absolute value of the difference  $(\bar{p}_1 - \bar{p}_r)$ .

In this case, calculations can be continued, but again it is not permitted to carry out the adjustment of TI according to 7.3.2.

**Step 5** For each value of property in each of the selected groups, calculate the logarithm of the estimated time to end-point:

$$y_{ij} = z_g - (p_{gh} - p_e) / b_p \quad (16)$$

$$n_i = v \quad (17)$$

where

$j = 1 \dots n_i$  is the order number of the  $y$ -value in the group of estimated  $y$ -values at temperature  $\vartheta_i$ , and the logarithm of the ageing time  $z_g$ .

The  $n_i$  values of  $y_{ij}$  are the log (time) values to be used in the calculations of 6.2.1.

### 6.1.5 Incomplete data

In the case of incomplete data, arrange each group of  $y$  values in ascending order (see 3.1.1).

## 6.2 Main calculations

### 6.2.1 Calculation of group means and variances

#### 6.2.1.1 General

Calculate the mean and variance of the group of  $y$ -values,  $y_{ij}$ , obtained at each temperature  $\vartheta_i$ .

#### 6.2.1.2 Complete data

For tests where the data are complete (i.e. not censored) the conventional Equations (18) and (19) may be used:

$$\bar{y}_i = \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} / n_i \quad (18)$$

$$s_{ti}^2 = \left( \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - n_i \bar{y}_i^2 \right) / (n_i - 1) \quad (19)$$

Alternatively, Equations (23) and (24) for incomplete data (6.2.1.3) may be used, although they are much less convenient for this purpose. The coefficients are then given by the following values:

$$\alpha_1 = 1 / (n_i - 1) \quad (20)$$

$$\beta_i = \frac{-1}{n_i(n_i - 1)} \quad (21)$$

$$\mu_i = 1 - 1 / n_i \quad (22)$$

NOTE These expressions are derived by simple algebra. If the expression for mean or variance (see Equations (18) and (19)) is equated to that obtained using Equations (23) and (24), the single unknown in each resulting equation can be made the subject of the equation, resulting in the expressions of Equations (20) to (22). The value of  $\varepsilon$  is obviously 1.

For a worked example see Annex D, Table D.2.

### 6.2.1.3 Censored data

Instead of Equations (18) and (19), the following equations shall be used:

$$\bar{y}_i = (1 - \mu_i) y_{in_i} + \mu_i \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{y_{ij}}{(n_i - 1)} \quad (23)$$

$$s_{1i}^2 = \alpha_i \sum_{j=1}^{n_i-1} (y_{in_i} - y_{ij})^2 + \beta_i \left[ \sum_{j=1}^{n_i-1} (y_{in_i} - y_{ij}) \right]^2 \quad (24)$$

The values of  $\mu_i$ ,  $\alpha_i$ , and  $\beta_i$  shall be read from the appropriate lines of Table C.1. Where data are partially censored (i.e. one or more temperature groups is complete and one or more censored) the values shall be derived using Equations (20) to (22).

For a worked example see Annex D, Table D.1.

### 6.2.2 General means and variances

Calculate the total number of  $y_{ij}$  values,  $N$ , the weighted mean value of  $x$ ,  $(\bar{x})$ , and the weighted mean value of  $y$ ,  $(\bar{y})$ :

$$N = \sum_{i=1}^k n_i \quad (25)$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k n_i x_i / N \quad (26)$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i / N \quad (27)$$

For censored data, calculate the total number of test specimens:

$$M = \sum_{i=1}^k m_i \quad (28)$$

For complete data,  $M = N$ .

For censored data, read the values of  $\varepsilon_i$  from Table C.1. For complete data, or if  $n_i = m_i$  in partially censored data, the value of  $\varepsilon_i$  shall be 1.

Calculate the general mean variance factor:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i / k \quad (29)$$

Calculate the pooled variance within the data groups:

$$s_1^2 = \varepsilon \sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_{1i}^2 / (N - k) \quad (30)$$

Calculate the second central moment of the  $x$  values:

$$\mu_2(x) = \frac{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - N \bar{x}^2 \right)}{N} \quad (31)$$

### 6.2.3 Regression calculations

In the expression for the regression line:

$$y = a + bx \quad (32)$$

Calculate the slope:

$$b = \frac{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i \bar{y}_i - N \bar{x} \bar{y} \right)}{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - N \bar{x}^2 \right)} \quad (33)$$

the intercept on the  $y$ -axis

$$a = \bar{y} - b \bar{x} \quad (34)$$

and the square of the correlation coefficient:

$$r^2 = \frac{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i \bar{y}_i - N \bar{x} \bar{y} \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - N \bar{x}^2 \right) \left( \sum_{i=1}^k n_i y_i^2 - N \bar{y}^2 \right)} \quad (35)$$

Calculate the variance of the deviations of the  $y$ -means from the regression line:

$$s_2^2 = \sum_{i=1}^k \frac{n_i (\bar{y}_i - \hat{Y}_i)^2}{(k-2)}, \quad \hat{Y}_i = a + b x_i \quad (36)$$

or

$$s_2^2 = \frac{(1-r^2)}{k-2} \left( \sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i^2 - N \bar{y}^2 \right) \quad (37)$$

### 6.3 Statistical tests

#### 6.3.1 Variance equality test

Calculate the value of Bartlett's  $\chi^2$  function:

$$\chi^2 = \frac{\ln q}{c} \left[ (N-k) \log_q \frac{s_1^2}{\varepsilon} - \sum_{i=1}^k (n_i-1) \log_q s_{1i}^2 \right] \quad (38)$$

where

$$c = 1 + \frac{\left( \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i-1} - \frac{1}{N-k} \right)}{3(k-1)} \quad (39)$$

$q$  is the base of the logarithms used in this equation. It need not be the same as that used in the calculations elsewhere in Clause 6.

If  $q = 10$ ,  $\ln q = 2,303$ , if  $q = e$ ,  $\ln q = 1$ .

Compare the value of  $\chi^2$  with the tabulated value for  $f = (k-1)$  degrees of freedom (Table C.5). If the value of  $\chi^2$  is greater than the value tabulated for a significance level of 0,05, report the value of  $\chi^2$  and the significance level tabulated for the highest value less than  $\chi^2$ . Alternatively, if both  $\chi^2$  and its significance level are calculated by a computer program, report these.

#### 6.3.2 Linearity test ( $F$ -test)

The variance of the deviations from the regression line  $s_2^2$  is compared with the pooled variance within the  $k$  groups of measurements  $s_1^2$  by the  $F$ -test at a significance level of 0,05.

Calculate the ratio

$$F = s_2^2 / s_1^2 \quad (40)$$

and compare its value with the tabulated value  $F_0$  with  $f_n = k-2$  and  $f_d = N-k$  degrees of freedom (Table C.2 and Table C.3).

$$F_0 = F(0,95, k-2, N-k)$$

a) If  $F \leq F_0$ , calculate the pooled variance estimate

$$s^2 = \frac{(N-k)s_1^2 + (k-2)s_2^2}{(N-2)} \quad (41)$$

b) If  $F > F_0$ , adjust  $s_1^2$  to  $(s_1^2)_a = s_1^2 (F / F_0)$  and calculate an adjusted value of  $s^2$

$$s_a^2 = \frac{(N-k)(s_1^2)_a + (k-2)s_2^2}{(N-2)} \quad (42)$$

### 6.3.3 Confidence limits of $X$ and $Y$ estimates

Obtain the tabulated value of Student's  $t$  with  $N - 2$  degrees of freedom at a confidence level of 0,95,  $t_{0,95,N-2}$  (Table C.4).

Calculate the value of  $t$  ( $t_c$ ) corrected for the amount of censoring of the data:

$$t_c = \left( \frac{1}{t_{0,95,N-2}} - \frac{(1-N/M)}{(N/8+4,5)} \right)^{-1} \quad (43)$$

a)  $Y$ -estimates

Calculate the estimated value of  $Y$  corresponding to the given  $X$  and its lower 95 % confidence limit:

$$\hat{Y}_c = \hat{Y} - t_c s_Y, \quad \hat{Y} = a + bx \quad (44)$$

$$s_Y^2 = \frac{s^2}{N} \left[ 1 + \frac{(X - \bar{x})^2}{\mu_2(x)} \right] \quad (45)$$

For the confidence limit curve of the thermal endurance graph (see 6.4),  $Y_c$  is calculated for several  $(X, Y)$  pairs of values over the range of interest, and the curve drawn through the points  $(X, Y_c)$  plotted on the graph.

If  $F > F_0$  the value of  $s^2$  shall be replaced by  $s_a^2$  (Equation (42)).

b)  $X$ -estimates

Calculate the value of  $\hat{X}$  and its upper 95 % confidence limit, corresponding to a time to end-point  $\tau_f$ :

$$\hat{X}_c = \bar{x} + \frac{(Y - \bar{y})}{b_r} + \frac{t_c s_r}{b_r} \quad (46)$$

$$Y = \log \tau_f : \hat{X} = (Y - a) / b \quad (47)$$

$$b_r = b - \frac{t_c^2 s^2}{Nb \mu_2(x)} \quad (48)$$

$$s_r^2 = \frac{s^2}{N} \left( \frac{b_r}{b} + \frac{(\hat{X} - \bar{x})^2}{\mu_2(x)} \right) \quad (49)$$

The temperature estimate and its lower 95 % confidence limit shall be calculated from the corresponding  $X$  estimate and its upper confidence limit:

$$\hat{\vartheta} = \frac{1}{\hat{X}} - \Theta_0, \quad \hat{\vartheta}_c = \frac{1}{\hat{X}_c} - \Theta_0 \quad (50)$$

## 6.4 Thermal endurance graph

When the regression line has been established, it is drawn on the thermal endurance graph, i.e. a graph with  $y = \log(\tau)$  as ordinate and  $x = 1/(\vartheta + \Theta_0)$  as abscissa. Usually  $x$  is plotted as increasing from right to left and the corresponding values of  $\vartheta$  in degrees Celsius (°C) are marked on this axis (see Figure D.1a) and Figure D.1b)). Special graph paper is obtainable for this purpose.

Alternatively, a computer program executing this calculation may include a subroutine to plot the graph on the appropriate non-linear scale.

The individual values  $y_{ij} = \log(\tau_{ij})$  and the mean values  $\bar{y}_i$  obtained as in 6.2.1 are plotted on the graph at the corresponding values of  $x_i$ :

$$x_i = 1/(\vartheta_i + \Theta_0) \quad (51)$$

The thermal endurance graph may be completed by drawing the lower 95 % confidence curve (see 6.3.3).

## 7 Calculation and requirements for results

### 7.1 Calculation of thermal endurance characteristics

Using the regression equation

$$y = a + bx \quad (52)$$

(the coefficients  $a$  and  $b$  being calculated according to 6.2.3), calculate the temperature in degrees Celsius (°C) corresponding to a time to end-point of 20 kh. The numerical value of this temperature is the temperature index, TI.

Calculate by the same method the numerical value of the temperature corresponding to a time to end-point of 10 kh,  $TI_{10}$ . The halving interval HIC is:

$$HIC = TI_{10} - TI \quad (53)$$

Calculate by the method of 6.3.3 b), with  $Y = \log 20\,000$ , the lower 95 % confidence limit of TI: TC or  $TC_a$  if the adjusted value  $s_a^2$  is used.

Determine the value of  $(TI - TC)/HIC$  or  $(TI - TC_a)/HIC$ .

Plot the thermal endurance graph (see 6.4).

## 7.2 Summary of statistical tests and reporting

For a summary of statistical tests and reporting see Annex B. In Table B.1, if the condition in the column headed "Test or action" is not met, the action is as indicated in the final column. If the condition is met, the action is as indicated at the next step. The same sequence is indicated in the decision flow chart for thermal endurance calculations, see Figure A.1 in Annex A.

## 7.3 Reporting of results

**7.3.1** If the value of  $(TI - TC)/HIC$  is  $\leq 0,6$ , the test result shall be reported in the format

$$TI (HIC): xxx (xx,x) \quad (54)$$

in accordance with IEC 60216-1.

**7.3.2** If  $0,6 < (TI - TC)/HIC \leq 1,6$  and at the same time,  $F \leq F_0$  (see 6.3.2) the value

$$TI_a = TC + 0,6 HIC \quad (55)$$

together with HIC shall be reported as  $TI (HIC): xxx (xx,x)$ .

**7.3.3** In all other cases the result shall be reported in the format

$$TI_g = \dots, \quad HIC_g = \dots \quad (56)$$

**7.3.4** If a time different from 20 000 h has been used for deriving  $TI$ , the relevant time expressed in kh shall be stated, followed by "kh". The format of  $TI$  is then:

$$TI_{xx \text{ kh}} (HIC): xxx (xx,x) \quad (57)$$

and correspondingly for  $TI_a$  and  $TI_g$ .

## 8 Test report

The test report shall include

- a description of the tested material including dimensions and any conditioning of the specimens;
- the property investigated, the chosen end-point, and, if it was required to be determined, the initial value of the property;
- the test method used for the determination of the property (for example, by reference to an IEC publication);
- any relevant information on the test procedure, for example, ageing environment;
- the individual test temperatures, with the appropriate data for the test type;
  - for non-destructive tests, the individual times to end-point;
  - for proof tests, the numbers and durations of the ageing cycles, with the numbers of specimens reaching end-point during the cycles;
  - for destructive tests, the ageing times and individual property values, with the graphs of variation of property with ageing time;
- the thermal endurance graph;
- the temperature index and halving interval reported in the format defined in 7.3;

- h) the values of  $\chi^2$  and  $P$  if required by 6.3.1;
- i) first-cycle failures in accordance with 5.1.3.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60216-3:2021

### Decision flow chart

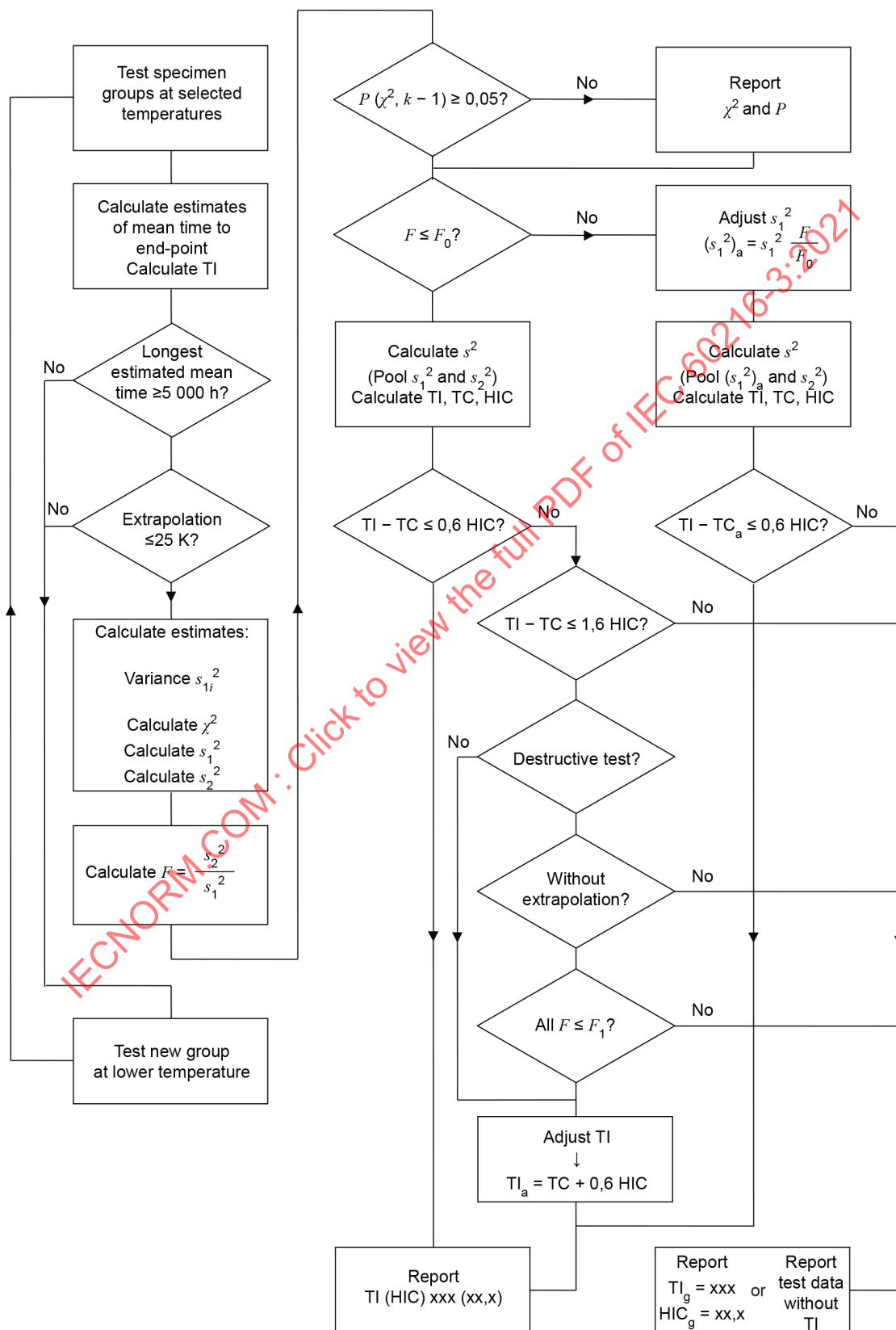


**Figure A.1 – Decision flow chart**

## Annex B (normative)

### Decision table

**Table B.1 – Decisions and actions according to tests**

| Step | Test or action <sup>a</sup>                                          | Reference               | Action if "NO" in test                  |
|------|----------------------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------|
| 1    | Longest mean time to end-point $\geq 5\,000$ h                       | 5.5 of IEC 60216-1:2013 | Go to step 15                           |
| 2    | Extrapolation $\leq 25$ K                                            | 5.5 of IEC 60216-1:2013 | Go to step 15                           |
| 3    | $P(\chi^2, f) \geq 0,05$                                             | 6.3.1                   | Report $\chi^2$ and $P$<br>Go to step 4 |
| 4    | $F \leq F_0$                                                         | 6.3.2                   | Go to step 12                           |
| 5    | $TI - TC \leq 0,6$ HIC                                               | 7.3                     | Go to step 7                            |
| 6    | <b>Report TI (HIC): xxx (xx,x)</b>                                   | 7.3                     |                                         |
| 7    | $TI - TC \leq 1,6$ HIC                                               | 7.3                     | Go to step 14                           |
| 8    | Destructive test criteria used                                       | 6.1.4, step 4           | Go to step 11                           |
| 9    | Were data processed without extrapolation?                           | 6.1.4, step 4           | Go to step 14                           |
| 10   | Were all values of $F \leq F_1$ ?                                    | 6.1.4, step 4           | Go to step 14                           |
| 11   | <b>Report <math>TI_a = TC + 0,6</math> HIC as TI (HIC): ... (..)</b> | 7.3                     |                                         |
| 12   | $TI - TC_a \leq 0,6$ HIC                                             | 6.3.2                   | Go to step 14                           |
| 13   | <b>Report TI (HIC): xxx (xx,x)</b>                                   | 7.3                     |                                         |
| 14   | <b>Report <math>TI_g = xxx</math>, <math>HIC_g = xx,x</math></b>     | 7.3                     |                                         |
| 15   | Test new group at a lower temperature                                |                         |                                         |

<sup>a</sup> An action is indicated in bold type.

## Annex C (informative)

### Statistical tables

**Table C.1 – Coefficients for censored data calculations**

| $m$ | $n$ | $\alpha$          | $\beta$            | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|-----|-----|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| 5   | 3   | 614,470 506 172 8 | –100,380 198 559 7 | 0,000 000 000 0   | 860,448 288 888 9 |
| 5   | 4   | 369,315 310 001 2 | –70,671 293 489 9  | 472,493 715 084 2 | 874,074 589 444 7 |
| 6   | 4   | 395,414 213 960 5 | –58,270 118 352 3  | 222,691 521 846 8 | 835,765 030 646 5 |
| 6   | 5   | 272,528 723 805 2 | –44,098 885 093 6  | 573,512 612 381 5 | 887,106 668 142 6 |
| 7   | 4   | 415,588 035 156 3 | –46,540 155 273 4  | 0,000 000 000 0   | 841,774 673 437 5 |
| 7   | 5   | 289,191 447 008 9 | –38,006 043 810 7  | 364,264 215 381 5 | 837,368 126 781 9 |
| 7   | 6   | 215,514 679 687 5 | –30,136 366 210 9  | 642,234 560 615 2 | 898,799 440 429 7 |
| 8   | 5   | 302,255 954 330 4 | –32,045 551 009 5  | 173,745 192 558 9 | 823,132 502 297 0 |
| 8   | 6   | 227,132 033 490 0 | –26,714 924 272 0  | 462,394 689 655 8 | 845,589 167 341 7 |
| 8   | 7   | 178,019 204 785 1 | –21,890 905 564 9  | 692,008 291 149 8 | 908,717 523 176 5 |
| 9   | 5   | 312,981 200 000 0 | –26,384 270 000 0  | 0,000 000 000 0   | 830,502 200 000 0 |
| 9   | 6   | 236,385 800 000 0 | –23,298 610 000 0  | 296,052 630 000 0 | 821,317 260 000 0 |
| 9   | 7   | 186,640 100 000 0 | –19,789 890 000 0  | 534,460 180 000 0 | 855,209 670 000 0 |
| 9   | 8   | 151,512 000 000 0 | –16,614 080 000 0  | 729,711 990 000 0 | 917,058 320 000 0 |
| 10  | 6   | 244,119 156 089 0 | –20,004 774 072 9  | 142,373 900 284 7 | 815,821 088 682 6 |
| 10  | 7   | 193,620 588 004 7 | –17,666 360 481 4  | 386,952 601 761 8 | 825,759 043 775 3 |
| 10  | 8   | 158,230 060 832 0 | –15,243 793 158 2  | 589,634 132 230 7 | 864,621 929 488 4 |
| 10  | 9   | 131,803 038 236 3 | –13,034 762 797 6  | 759,253 366 384 2 | 924,098 919 253 1 |
| 11  | 6   | 250,685 932 098 8 | –16,853 035 429 5  | 0,000 000 000 0   | 822,972 912 731 5 |
| 11  | 7   | 199,469 546 848 7 | –15,583 654 537 4  | 249,259 995 307 9 | 812,630 898 625 4 |
| 11  | 8   | 163,699 612 133 7 | –13,837 118 255 7  | 457,209 096 574 3 | 832,548 816 179 9 |
| 11  | 9   | 137,229 924 382 7 | –12,100 190 779 3  | 633,229 292 467 8 | 873,335 541 088 0 |
| 11  | 10  | 116,591 321 046 4 | –10,496 956 971 8  | 783,017 794 944 4 | 930,088 037 299 4 |
| 12  | 7   | 204,534 992 422 9 | –13,576 711 024 4  | 120,574 855 492 1 | 810,980 305 184 0 |
| 12  | 8   | 168,329 219 660 0 | –12,443 988 079 5  | 332,551 955 767 4 | 814,726 902 133 0 |
| 12  | 9   | 141,642 522 967 4 | –11,121 946 667 6  | 513,149 341 538 3 | 840,062 504 581 7 |
| 12  | 10  | 121,088 479 244 8 | –9,835 950 775 4   | 668,539 265 126 9 | 881,240 032 296 2 |
| 12  | 11  | 104,506 080 037 5 | –8,633 379 584 8   | 802,544 129 235 6 | 935,228 223 004 9 |
| 13  | 7   | 208,940 611 828 4 | –11,645 614 282 7  | 0,000 000 000 0   | 817,592 186 339 0 |
| 13  | 8   | 172,346 425 140 0 | –11,086 526 420 1  | 215,202 335 515 1 | 807,269 942 297 3 |
| 13  | 9   | 145,417 868 782 7 | –10,147 234 899 2  | 399,323 652 033 8 | 819,318 009 509 0 |
| 13  | 10  | 124,737 192 422 5 | –9,130 008 532 8   | 558,746 158 905 5 | 847,590 859 692 6 |
| 13  | 11  | 108,301 805 863 3 | –8,151 081 966 3   | 697,715 856 087 3 | 888,359 118 118 9 |
| 13  | 12  | 94,679 614 970 6  | –7,225 211 787 4   | 818,869 702 877 8 | 939,679 419 663 9 |

NOTE  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  and  $\varepsilon$  are all in units of  $1 \times 10^{-3}$ .

| $m$ | $n$ | $\alpha$          | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|-----|-----|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 14  | 8   | 175,901 842 209 0 | –9,774 682 609 8 | 104,554 351 6980  | 807,510 679 332 7 |
| 14  | 9   | 148,706 654 321 0 | –9,189 143 374 5 | 291,514 076 5844  | 807,927 394 074 1 |
| 14  | 10  | 127,881 689 678 0 | –8,422 450 692 9 | 454,060 900 2065  | 825,039 882 806 3 |
| 14  | 11  | 111,381 769 972 9 | –7,626 697 130 2 | 596,623 583 2604  | 854,823 830 446 3 |
| 14  | 12  | 97,927 824 691 4  | –6,863 605 925 9 | 722,224 918 8477  | 894,761 415 308 6 |
| 14  | 13  | 86,536 307 523 1  | –6,135 526 882 2 | 832,719 252 4487  | 943,566 894 197 6 |
| 15  | 8   | 179,051 340 576 2 | –8,507 153 076 2 | 0,000 000 000 0   | 813,556 818 212 9 |
| 15  | 9   | 151,627 445 154 0 | –8,256 692 317 2 | 189,315 731 952 4 | 803,657 234 619 6 |
| 15  | 10  | 130,638 736 267 4 | –7,722 878 628 9 | 354,390 697 378 5 | 810,944 133 571 3 |
| 15  | 11  | 114,045 779 796 6 | –7,097 395 186 3 | 499,752 662 880 0 | 831,192 011 019 8 |
| 15  | 12  | 100,571 888 183 6 | –6,464 822 448 7 | 628,585 928 820 5 | 861,635 264 831 5 |
| 15  | 13  | 89,346 612 386 1  | –5,857 855 430 9 | 743,099 738 270 9 | 900,526 205 166 5 |
| 15  | 14  | 79,679 695 687 0  | –5,275 139 366 7 | 844,614 393 863 7 | 946,988 901 484 6 |
| 16  | 9   | 154,251 868 908 5 | –7,352 734 812 9 | 92,286 597 662 4  | 804,890 154 565 0 |
| 16  | 10  | 133,092 655 230 3 | –7,037 490 348 3 | 259,470 300 502 6 | 803,417 948 946 8 |
| 16  | 11  | 116,397 190 014 4 | –6,571 880 798 3 | 407,107 444 694 2 | 815,225 911 951 0 |
| 16  | 12  | 102,862 022 796 0 | –6,059 026 278 1 | 538,470 351 887 8 | 837,405 616 491 7 |
| 16  | 13  | 91,647 511 041 4  | –5,548 523 480 8 | 656,915 300 372 3 | 867,986 413 358 9 |
| 16  | 14  | 82,133 483 929 8  | –5,057 399 050 1 | 761,089 730 468 5 | 905,730 213 237 4 |
| 16  | 15  | 73,828 121 853 0  | –4,583 976 609 5 | 854,940 091 579 0 | 950,022 975 937 6 |
| 17  | 9   | 156,610 475 842 1 | –6,476 460 274 5 | 0,000 000 000 0   | 810,419 011 339 7 |
| 17  | 10  | 135,306 977 099 1 | –6,369 862 523 4 | 168,979 564 112 2 | 801,066 074 880 2 |
| 17  | 11  | 118,497 493 348 7 | –6,054 318 734 9 | 318,520 886 724 6 | 805,318 062 739 4 |
| 17  | 12  | 104,894 493 937 6 | –5,654 673 321 1 | 451,948 602 041 3 | 820,151 369 194 9 |
| 17  | 13  | 93,641 407 943 0  | –5,231 044 716 6 | 571,696 183 063 2 | 843,486 177 866 0 |
| 17  | 14  | 84,157 807 920 1  | –4,813 301 797 2 | 679,548 045 681 0 | 873,880 335 131 3 |
| 17  | 15  | 75,987 691 268 4  | –4,410 061 254 4 | 776,751 703 284 6 | 910,442 891 855 0 |
| 17  | 16  | 68,776 185 039 1  | –4,020 399 239 0 | 863,986 627 489 9 | 952,730 802 137 3 |
| 18  | 10  | 137,319 690 100 1 | –5,720 840 122 8 | 82,592 591 372 5  | 802,835 654 113 7 |
| 18  | 11  | 120,396 550 341 6 | –5,547 705 212 4 | 233,762 521 677 5 | 800,258 419 848 3 |
| 18  | 12  | 106,717 957 142 0 | –5,254 869 270 6 | 368,923 773 992 3 | 808,487 834 862 6 |
| 18  | 13  | 95,417 915 235 3  | –4,913 521 939 3 | 490,558 207 272 5 | 825,357 995 890 6 |
| 18  | 14  | 85,912 982 279 7  | –4,560 657 091 3 | 600,519 390 056 5 | 849,333 989 100 0 |
| 18  | 15  | 77,784 669 734 1  | –4,214 502 545 1 | 700,184 082 553 0 | 879,339 504 407 5 |
| 18  | 16  | 70,690 282 324 6  | –3,879 229 298 2 | 790,508 013 638 6 | 914,725 238 932 5 |
| 18  | 17  | 64,370 690 391 9  | –3,554 819 683 0 | 871,976 998 724 4 | 955,161 899 362 0 |
| 19  | 10  | 139,149 625 000 0 | –5,090 018 125 0 | 0,000 000 000 0   | 807,909 618 750 0 |
| 19  | 11  | 122,130 237 500 0 | –5,053 480 937 5 | 152,583 847 187 5 | 799,119 842 812 5 |
| 19  | 12  | 108,370 456 250 0 | –4,861 845 937 5 | 289,231 816 562 5 | 801,360 262 500 0 |
| 19  | 13  | 97,018 825 000 0  | –4,598 604 062 5 | 412,455 355 937 5 | 812,396 743 437 5 |
| 19  | 14  | 87,480 900 000 0  | –4,306 963 437 5 | 524,150 835 000 0 | 830,631 200 000 0 |
| 19  | 15  | 79,344 375 000 0  | –4,010 505 625 0 | 625,758 673 437 5 | 854,902 153 125 0 |
| 19  | 16  | 72,297 331 250 0  | –3,720 423 750 0 | 718,357 160 937 5 | 884,394 535 000 0 |
| 19  | 17  | 66,078 087 307 1  | –3,438 596 529 0 | 802,684 840 281 0 | 918,630 065 987 3 |
| 19  | 18  | 60,495 123 456 8  | –3,165 752 232 4 | 879,085 324 747 8 | 957,356 388 289 5 |

NOTE  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  and  $\varepsilon$  are all in units of  $1 \times 10^{-3}$ .

| $m$                                                                                        | $n$ | $\alpha$          | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 20                                                                                         | 11  | 123,720 724 690 7 | –4,571 903 849 4 | 74,739 952 689 8  | 801,179 011 626 4 |
| 20                                                                                         | 12  | 109,882 247 113 5 | –4,477 035 548 8 | 212,683 662 366 2 | 797,948 281 173 8 |
| 20                                                                                         | 13  | 98,473 823 238 1  | –4,287 939 233 2 | 337,273 238 927 2 | 803,677 721 219 6 |
| 20                                                                                         | 14  | 88,899 384 983 5  | –4,054 686 452 3 | 450,433 824 821 7 | 816,713 086 237 3 |
| 20                                                                                         | 15  | 80,740 119 043 3  | –3,804 781 413 9 | 553,643 825 389 0 | 835,843 732 032 9 |
| 20                                                                                         | 16  | 73,694 598 203 3  | –3,553 609 281 2 | 648,041 435 461 8 | 860,173 538 768 6 |
| 20                                                                                         | 17  | 67,524 357 313 6  | –3,308 057 336 8 | 734,481 449 050 2 | 889,078 451 004 8 |
| 20                                                                                         | 18  | 62,027 051 120 2  | –3,068 869 206 8 | 813,538 080 764 9 | 922,202 807 269 0 |
| 20                                                                                         | 19  | 57,059 331 163 4  | –2,837 292 341 8 | 885,449 527 637 9 | 959,347 069 438 1 |
| 21                                                                                         | 11  | 125,180 504 268 8 | –4,102 787 081 4 | 0,000 000 000 0   | 805,857 221 187 1 |
| 21                                                                                         | 12  | 111,274 858 447 6 | –4,101 040 726 7 | 139,085 614 417 5 | 797,605 437 620 2 |
| 21                                                                                         | 13  | 99,807 327 895 4  | –3,982 732 403 3 | 264,868 574 231 4 | 798,472 591 530 8 |
| 21                                                                                         | 14  | 90,192 703 419 5  | –3,805 109 379 9 | 379,291 522 952 8 | 806,763 785 482 7 |
| 21                                                                                         | 15  | 82,006 895 840 0  | –3,599 696 102 2 | 483,858 887 792 2 | 821,225 961 821 7 |
| 21                                                                                         | 16  | 74,946 575 450 5  | –3,384 632 353 4 | 579,743 276 288 7 | 840,921 205 171 3 |
| 21                                                                                         | 17  | 68,784 814 683 3  | –3,170 115 019 5 | 667,856 652 288 5 | 865,147 773 729 6 |
| 21                                                                                         | 18  | 63,335 741 064 5  | –2,960 377 331 2 | 748,883 265 049 3 | 893,423 810 538 9 |
| 21                                                                                         | 19  | 58,441 207 543 7  | –2,755 639 453 1 | 823,271 305 249 0 | 925,482 471 420 9 |
| 21                                                                                         | 20  | 53,992 487 284 4  | –2,557 464 289 7 | 891,180 261 676 2 | 961,160 991 780 3 |
| 22                                                                                         | 12  | 112,562 249 376 3 | –3,733 942 654 3 | 68,249 899 230 9  | 799,813 456 437 8 |
| 22                                                                                         | 13  | 101,038 358 565 9 | –3,683 676 456 5 | 195,088 306 477 2 | 796,200 753 033 8 |
| 22                                                                                         | 14  | 91,380 460 456 0  | –3,559 186 854 7 | 310,616 120 426 8 | 800,134 506 430 3 |
| 22                                                                                         | 15  | 83,165 536 713 6  | –3,396 328 281 6 | 416,355 757 299 6 | 810,324 221 550 3 |
| 22                                                                                         | 16  | 76,085 740 665 3  | –3,215 758 572 9 | 513,502 991 079 9 | 825,800 027 083 5 |
| 22                                                                                         | 17  | 69,915 447 090 2  | –3,029 759 742 9 | 603,001 704 223 8 | 845,821 800 161 5 |
| 22                                                                                         | 18  | 64,479 595 568 7  | –2,845 164 997 2 | 685,591 100 846 1 | 869,833 743 632 6 |
| 22                                                                                         | 19  | 59,631 110 650 6  | –2,664 566 007 3 | 761,823 205 764 4 | 897,461 327 883 1 |
| 22                                                                                         | 20  | 55,245 182 109 6  | –2,487 974 468 3 | 832,048 472 778 3 | 928,502 565 642 9 |
| 22                                                                                         | 21  | 51,238 188 548 3  | –2,317 111 964 4 | 896,367 325 561 6 | 962,820 644 707 6 |
| 23                                                                                         | 12  | 113,753 114 824 5 | –3,375 661 462 4 | 0,000 000 000 0   | 804,147 498 958 3 |
| 23                                                                                         | 13  | 102,180 592 915 5 | –3,391 035 253 9 | 127,779 779 922 2 | 796,393 802 656 5 |
| 23                                                                                         | 14  | 92,478 714 378 2  | –3,317 568 453 9 | 244,286 853 730 7 | 796,302 286 039 9 |
| 23                                                                                         | 15  | 84,232 065 039 4  | –3,195 430 410 7 | 351,054 316 620 9 | 802,558 394 510 6 |
| 23                                                                                         | 16  | 77,130 671 601 8  | –3,047 956 733 6 | 449,294 709 215 6 | 814,162 196 954 9 |
| 23                                                                                         | 17  | 70,946 228 319 6  | –2,889 128 739 5 | 539,972 715 916 5 | 830,348 307 946 7 |
| 23                                                                                         | 18  | 65,506 773 051 7  | –2,727 427 071 3 | 623,857 738 790 5 | 850,523 990 198 2 |
| 23                                                                                         | 19  | 60,674 543 903 7  | –2,567 467 256 7 | 701,554 759 605 1 | 874,245 203 107 7 |
| 23                                                                                         | 20  | 56,331 747 664 1  | –2,410 824 975 7 | 773,511 902 625 0 | 901,219 290 370 3 |
| 23                                                                                         | 21  | 52,378 971 244 4  | –2,257 458 807 1 | 840,003 110 782 9 | 931,291 926 725 9 |
| 23                                                                                         | 22  | 48,750 967 330 6  | –2,109 138 220 4 | 901,084 347 837 2 | 964,344 871 037 5 |
| NOTE $\alpha$ , $\beta$ , $\mu$ and $\varepsilon$ are all in units of $1 \times 10^{-3}$ . |     |                   |                  |                   |                   |

| $m$                                                                                        | $n$ | $\alpha$          | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 24                                                                                         | 13  | 103,243 347 881 9 | –3,104 836 192 9 | 62,796 296 393 4  | 798,667 677 335 2 |
| 24                                                                                         | 14  | 93,499 899 161 3  | –3,080 597 976 9 | 180,179 665 703 1 | 794,841 653 545 8 |
| 24                                                                                         | 15  | 85,219 822 400 0  | –2,997 560 243 2 | 287,859 544 598 4 | 797,456 360 640 0 |
| 24                                                                                         | 16  | 78,094 848 041 1  | –2,881 836 788 2 | 387,060 117 227 4 | 805,486 809 924 8 |
| 24                                                                                         | 17  | 71,894 122 886 0  | –2,749 128 344 1 | 478,761 192 082 8 | 818,144 554 412 7 |
| 24                                                                                         | 18  | 66,444 704 304 8  | –2,609 144 801 8 | 563,751 195 249 6 | 834,815 363 694 5 |
| 24                                                                                         | 19  | 61,612 691 563 3  | –2,467 829 940 8 | 642,664 080 518 4 | 855,018 951 419 5 |
| 24                                                                                         | 20  | 57,287 908 800 0  | –2,328 319 155 2 | 715,998 983 808 0 | 878,398 189 184 0 |
| 24                                                                                         | 21  | 53,375 054 194 3  | –2,191 560 665 7 | 784,121 449 345 2 | 904,723 395 218 0 |
| 24                                                                                         | 22  | 49,794 229 859 7  | –2,057 530 704 7 | 847,245 055 046 6 | 933,875 440 847 1 |
| 24                                                                                         | 23  | 46,493 767 000 5  | –1,927 973 165 6 | 905,392 264 548 8 | 965,749 572 297 4 |
| 25                                                                                         | 13  | 104,232 885 613 2 | –2,825 050 151 1 | 0,000 000 000 0   | 802,701 301 544 1 |
| 25                                                                                         | 14  | 94,453 143 892 0  | –2,848 396 832 3 | 118,172 687 883 0 | 795,402 438 793 7 |
| 25                                                                                         | 15  | 86,139 657 001 5  | –2,803 071 458 2 | 226,670 678 353 7 | 794,630 540 737 9 |
| 25                                                                                         | 16  | 78,989 382 024 2  | –2,717 860 940 0 | 326,724 816 668 1 | 799,346 648 224 3 |
| 25                                                                                         | 17  | 72,770 823 174 3  | –2,610 275 202 5 | 419,326 141 499 8 | 808,740 684 495 8 |
| 25                                                                                         | 18  | 67,309 061 167 5  | –2,491 180 827 8 | 505,276 666 008 1 | 822,180 644 398 6 |
| 25                                                                                         | 19  | 62,470 447 683 2  | –2,367 461 361 3 | 585,228 093 541 2 | 839,166 598 102 9 |
| 25                                                                                         | 20  | 58,148 780 157 1  | –2,243 330 943 3 | 659,707 591 544 9 | 859,305 787 476 1 |
| 25                                                                                         | 21  | 54,254 772 141 2  | –2,120 927 932 5 | 729,129 747 248 1 | 882,309 499 023 6 |
| 25                                                                                         | 22  | 50,710 634 469 5  | –2,000 815 184 9 | 793,793 828 693 6 | 907,996 803 098 9 |
| 25                                                                                         | 23  | 47,451 582 466 4  | –1,883 013 652 0 | 853,865 474 685 9 | 936,274 654 862 4 |
| 25                                                                                         | 24  | 44,436 084 435 5  | –1,769 195 964 9 | 909,341 937 225 5 | 967,048 258 250 8 |
| 26                                                                                         | 14  | 95,344 951 652 9  | –2,620 976 346 5 | 58,149 346 185 6  | 797,692 105 701 4 |
| 26                                                                                         | 15  | 87,000 011 060 1  | –2,612 140 016 6 | 167,386 495 331 3 | 793,760 045 585 9 |
| 26                                                                                         | 16  | 79,823 556 347 0  | –2,556 356 239 1 | 268,207 052 434 6 | 795,387 979 746 5 |
| 26                                                                                         | 17  | 73,585 712 493 3  | –2,472 950 569 9 | 361,609 787 669 1 | 801,749 088 924 2 |
| 26                                                                                         | 18  | 68,110 255 082 3  | –2,373 992 685 8 | 448,407 042 544 8 | 812,194 055 876 7 |
| 26                                                                                         | 19  | 63,262 342 617 2  | –2,267 184 422 5 | 529,262 848 347 4 | 826,208 688 490 2 |
| 26                                                                                         | 20  | 58,936 792 778 9  | –2,157 486 675 1 | 604,721 224 122 4 | 843,381 329 569 6 |
| 26                                                                                         | 21  | 55,048 042 936 4  | –2,047 914 524 5 | 675,223 991 890 1 | 863,388 484 003 6 |
| 26                                                                                         | 22  | 51,522 935 221 6  | –1,939 929 951 9 | 741,117 446 777 6 | 885,995 805 567 7 |
| 26                                                                                         | 23  | 48,297 466 480 8  | –1,833 861 504 0 | 802,647 219 753 4 | 911,060 297 192 9 |
| 26                                                                                         | 24  | 45,318 643 413 4  | –1,729 780 273 4 | 859,940 670 651 4 | 938,508 290 093 4 |
| 26                                                                                         | 25  | 42,552 583 209 7  | –1,629 261 554 1 | 912,976 149 171 2 | 968,252 478 710 8 |
| NOTE $\alpha$ , $\beta$ , $\mu$ and $\varepsilon$ are all in units of $1 \times 10^{-3}$ . |     |                   |                  |                   |                   |

| $m$ | $n$ | $\alpha$         | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|-----|-----|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 27  | 14  | 96,179 952 415 7 | –2,398 330 795 0 | 0,000 000 000 0   | 801,462 097 378 7 |
| 27  | 15  | 87,807 233 951 0 | –2,424 824 879 2 | 109,908 447 002 3 | 794,576 240 291 9 |
| 27  | 16  | 80,604 908 585 4 | –2,397 518 691 3 | 211,422 762 924 1 | 793,315 879 921 6 |
| 27  | 17  | 74,346 695 559 0 | –2,337 441 207 8 | 305,545 934 609 8 | 796,846 398 872 9 |
| 27  | 18  | 68,856 363 573 0 | –2,257 899 609 6 | 393,098 036 470 7 | 804,502 877 056 5 |
| 27  | 19  | 63,997 827 886 1 | –2,167 418 784 4 | 474,752 453 008 4 | 815,757 617 370 5 |
| 27  | 20  | 59,665 408 004 9 | –2,071 567 175 3 | 551,064 568 013 3 | 830,186 793 990 7 |
| 27  | 21  | 55,774 966 628 5 | –1,973 967 843 6 | 622,492 414 801 3 | 847,448 219 212 0 |
| 27  | 22  | 52,256 650 509 1 | –1,876 793 609 6 | 689,408 781 849 6 | 867,273 947 639 7 |
| 27  | 23  | 49,049 953 893 3 | –1,781 045 141 6 | 752,104 268 197 1 | 889,473 159 384 9 |
| 27  | 24  | 46,101 825 203 4 | –1,686 910 857 4 | 810,780 782 969 1 | 913,932 486 779 3 |
| 27  | 25  | 43,368 537 622 7 | –1,594 507 505 2 | 865,534 983 389 9 | 940,592 671 976 3 |
| 27  | 26  | 40,822 044 246 6 | –1,505 300 292 0 | 916,331 145 646 2 | 969,372 165 667 9 |
| 28  | 15  | 88,566 025 912 5 | –2,241 132 818 2 | 54,142 478 801 1  | 796,851 152 756 7 |
| 28  | 16  | 81,339 370 105 7 | –2,241 441 397 0 | 156,288 646 095 9 | 792,882 432 527 5 |
| 28  | 17  | 75,060 373 981 7 | –2,203 940 607 0 | 251,064 797 130 7 | 793,761 059 837 3 |
| 28  | 18  | 69,554 150 197 3 | –2,143 147 145 2 | 339,296 241 903 9 | 798,810 986 602 2 |
| 28  | 19  | 64,683 999 121 8 | –2,068 438 756 0 | 421,663 641 341 7 | 807,491 370 564 5 |
| 28  | 20  | 60,343 313 763 4 | –1,985 966 124 9 | 498,730 858 604 3 | 819,367 766 769 3 |
| 28  | 21  | 56,447 978 854 4 | –1,899 822 629 5 | 570,966 583 043 2 | 834,086 917 498 6 |
| 28  | 22  | 52,929 720 988 9 | –1,812 683 033 9 | 638,759 337 098 7 | 851,362 210 800 1 |
| 28  | 23  | 49,730 866 708 1 | –1,726 122 211 5 | 702,425 476 425 6 | 870,970 736 294 0 |
| 28  | 24  | 46,800 965 426 3 | –1,640 824 982 1 | 762,209 793 536 6 | 892,756 725 488 4 |
| 28  | 25  | 44,095 734 093 7 | –1,556 898 149 9 | 818,278 335 252 4 | 916,630 022 383 7 |
| 28  | 26  | 41,578 780 488 7 | –1,474 495 826 6 | 870,703 044 247 0 | 942,542 088 687 8 |
| 28  | 27  | 39,226 562 034 9 | –1,394 969 127 3 | 919,437 834 977 3 | 970,415 906 516 9 |
| 29  | 15  | 89,279 883 950 6 | –2,061 068 353 9 | 0,000 000 000 0   | 800,388 437 037 0 |
| 29  | 16  | 82,031 509 834 9 | –2,088 154 781 9 | 102,724 036 530 3 | 793,877 036 548 2 |
| 29  | 17  | 75,732 129 652 0 | –2,072 559 754 0 | 198,095 960 802 7 | 792,263 582 227 8 |
| 29  | 18  | 70,209 350 617 3 | –2,029 914 279 8 | 286,943 773 786 0 | 794,868 014 074 1 |
| 29  | 19  | 65,326 705 651 2 | –1,970 453 580 3 | 369,953 573 812 1 | 801,138 249 032 6 |
| 29  | 20  | 60,976 857 817 2 | –1,900 926 199 3 | 447,695 899 552 2 | 810,629 267 057 7 |
| 29  | 21  | 57,075 122 222 2 | –1,825 852 469 1 | 520,647 203 374 5 | 822,979 169 012 3 |
| 29  | 22  | 53,553 594 979 1 | –1,748 283 440 2 | 589,206 152 039 4 | 837,890 741 721 5 |
| 29  | 23  | 50,356 178 834 6 | –1,670 211 381 3 | 653,704 451 693 1 | 855,122 458 451 0 |
| 29  | 24  | 47,434 795 061 7 | –1,592 782 963 0 | 714,411 894 115 2 | 874,488 236 049 4 |
| 29  | 25  | 44,747 071 219 0 | –1,516 466 229 5 | 771,535 321 180 3 | 895,860 662 948 3 |
| 29  | 26  | 42,255 794 376 7 | –1,441 322 471 7 | 825,211 204 490 1 | 919,167 805 180 3 |
| 29  | 27  | 39,930 419 412 0 | –1,367 534 108 1 | 875,491 537 135 3 | 944,369 090 532 7 |
| 29  | 28  | 37,750 921 973 1 | –1,296 339 683 3 | 922,322 734 544 5 | 971,391 163 917 5 |

NOTE  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  and  $\varepsilon$  are all in units of  $1 \times 10^{-3}$ .

| $m$                                                                                        | $n$ | $\alpha$         | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 30                                                                                         | 16  | 82,684 820 885 4 | –1,937 664 400 8 | 50,652 014 573 0  | 796,118 572 279 5 |
| 30                                                                                         | 17  | 76,366 256 465 8 | –1,943 349 624 5 | 146,570 247 501 8 | 792,158 476 319 7 |
| 30                                                                                         | 18  | 70,826 762 953 8 | –1,918 317 017 4 | 235,981 114 359 5 | 792,461 131 587 5 |
| 30                                                                                         | 19  | 65,930 930 098 6 | –1,873 623 032 8 | 319,574 313 579 2 | 796,467 129 928 9 |
| 30                                                                                         | 20  | 61,571 167 864 8 | –1,816 627 096 1 | 397,925 628 146 2 | 803,721 454 578 9 |
| 30                                                                                         | 21  | 57,662 159 653 0 | –1,752 277 838 5 | 471,517 592 025 1 | 813,853 822 773 7 |
| 30                                                                                         | 22  | 54,135 742 160 1 | –1,683 950 682 5 | 540,756 077 379 4 | 826,559 615 528 3 |
| 30                                                                                         | 23  | 50,936 394 609 4 | –1,613 946 311 8 | 605,982 564 971 8 | 841,586 818 964 2 |
| 30                                                                                         | 24  | 48,017 520 085 7 | –1,543 759 560 3 | 667,481 860 128 2 | 858,730 910 242 0 |
| 30                                                                                         | 25  | 45,338 701 707 0 | –1,474 228 249 3 | 725,485 016 653 2 | 877,836 129 828 8 |
| 30                                                                                         | 26  | 42,864 116 365 2 | –1,405 671 510 2 | 780,167 231 081 2 | 898,798 090 502 7 |
| 30                                                                                         | 27  | 40,562 288 770 8 | –1,338 127 121 8 | 831,640 469 649 9 | 921,559 182 169 8 |
| 30                                                                                         | 28  | 38,407 368 531 3 | –1,271 797 397 1 | 879,940 590 381 4 | 946,084 740 241 1 |
| 30                                                                                         | 29  | 36,382 112 999 3 | –1,207 813 151 8 | 925,008 722 656 2 | 972,304 453 992 4 |
| 31                                                                                         | 16  | 83,301 992 538 5 | –1,789 978 738 8 | 0,000 000 000 0   | 799,449 240 316 8 |
| 31                                                                                         | 17  | 76,966 136 087 7 | –1,816 327 048 7 | 96,420 883 672 2  | 793,277 568 074 3 |
| 31                                                                                         | 18  | 71,410 327 810 5 | –1,808 419 671 8 | 186,348 933 495 6 | 791,408 319 114 9 |
| 31                                                                                         | 19  | 66,500 911 757 5 | –1,778 059 7559  | 270,475 566 988 6 | 793,280 391 567 8 |
| 31                                                                                         | 20  | 62,130 594 837 7 | –1,733 208 979 2 | 349,380 454 238 2 | 798,430 692 473 8 |
| 31                                                                                         | 21  | 58,213 650 031 6 | –1,679 255 477 3 | 423,551 017 869 7 | 806,480 582 844 0 |
| 31                                                                                         | 22  | 54,681 451 819 7 | –1,619 889 288 3 | 493,398 689 540 3 | 817,118 733 927 4 |
| 31                                                                                         | 23  | 51,478 457 936 1 | –1,557 665 638 7 | 559,271 735 187 4 | 830,086 415 779 9 |
| 31                                                                                         | 24  | 48,558 751 556 4 | –1,494 336 391 4 | 621,464 461 258 2 | 845,168 568 248 7 |
| 31                                                                                         | 25  | 45,883 258 032 6 | –1,431 029 978 5 | 680,222 614 151 8 | 862,191 333 503 9 |
| 31                                                                                         | 26  | 43,417 750 283 1 | –1,368 360 139 7 | 735,744 785 101 6 | 881,024 058 266 6 |
| 31                                                                                         | 27  | 41,131 756 949 6 | –1,306 543 790 7 | 788,179 632 726 8 | 901,581 102 905 3 |
| 31                                                                                         | 28  | 38,998 487 430 7 | –1,245 608 341 8 | 837,618 735 482 7 | 923,816 123 588 4 |
| 31                                                                                         | 29  | 36,995 887 902 7 | –1,185 768 788 8 | 884,084 886 238 3 | 947,698 822 700 0 |
| 31                                                                                         | 30  | 35,108 942 438 4 | –1,128 054 899 5 | 927,515 641 210 7 | 973,161 491 746 6 |
| NOTE $\alpha$ , $\beta$ , $\mu$ and $\varepsilon$ are all in units of $1 \times 10^{-3}$ . |     |                  |                  |                   |                   |

**Table C.2 – Fractiles of the  $F$ -distribution,  $F(0,95, f_n, f_d)$**

| $f$   | $f_n$ |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     |
| 10    | 4,965 | 4,103 | 3,708 | 3,478 | 3,326 | 3,217 | 3,135 | 3,072 | 3,020 |
| 11    | 4,844 | 3,982 | 3,587 | 3,357 | 3,204 | 3,095 | 3,012 | 2,948 | 2,896 |
| 12    | 4,747 | 3,885 | 3,490 | 3,259 | 3,106 | 2,996 | 2,913 | 2,849 | 2,796 |
| 13    | 4,667 | 3,806 | 3,411 | 3,179 | 3,025 | 2,915 | 2,832 | 2,767 | 2,714 |
| 14    | 4,600 | 3,739 | 3,344 | 3,112 | 2,958 | 2,848 | 2,764 | 2,699 | 2,646 |
| 15    | 4,543 | 3,682 | 3,287 | 3,056 | 2,901 | 2,790 | 2,707 | 2,641 | 2,588 |
| 16    | 4,494 | 3,634 | 3,239 | 3,007 | 2,852 | 2,741 | 2,657 | 2,591 | 2,538 |
| 17    | 4,451 | 3,592 | 3,197 | 2,965 | 2,810 | 2,699 | 2,614 | 2,548 | 2,494 |
| 18    | 4,414 | 3,555 | 3,160 | 2,928 | 2,773 | 2,661 | 2,577 | 2,510 | 2,456 |
| 19    | 4,381 | 3,522 | 3,127 | 2,895 | 2,740 | 2,628 | 2,544 | 2,477 | 2,423 |
| 20    | 4,351 | 3,493 | 3,098 | 2,866 | 2,711 | 2,599 | 2,514 | 2,447 | 2,393 |
| 25    | 4,242 | 3,385 | 2,991 | 2,759 | 2,603 | 2,490 | 2,405 | 2,337 | 2,282 |
| 30    | 4,171 | 3,316 | 2,922 | 2,690 | 2,534 | 2,421 | 2,334 | 2,266 | 2,211 |
| 40    | 4,085 | 3,232 | 2,839 | 2,606 | 2,449 | 2,336 | 2,249 | 2,180 | 2,124 |
| 50    | 4,034 | 3,183 | 2,790 | 2,557 | 2,400 | 2,286 | 2,199 | 2,130 | 2,073 |
| 100   | 3,936 | 3,087 | 2,696 | 2,463 | 2,305 | 2,191 | 2,103 | 2,032 | 1,975 |
| 500   | 3,860 | 3,014 | 2,623 | 2,390 | 2,232 | 2,117 | 2,028 | 1,957 | 1,899 |

| $f$   | $f_n$ |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18    |
| 10    | 2,978 | 2,943 | 2,913 | 2,887 | 2,865 | 2,845 | 2,828 | 2,812 | 2,798 |
| 11    | 2,854 | 2,818 | 2,788 | 2,761 | 2,739 | 2,719 | 2,701 | 2,685 | 2,671 |
| 12    | 2,753 | 2,717 | 2,687 | 2,660 | 2,637 | 2,617 | 2,599 | 2,583 | 2,568 |
| 13    | 2,671 | 2,635 | 2,604 | 2,577 | 2,554 | 2,533 | 2,515 | 2,499 | 2,484 |
| 14    | 2,602 | 2,565 | 2,534 | 2,507 | 2,484 | 2,463 | 2,445 | 2,428 | 2,413 |
| 15    | 2,544 | 2,507 | 2,475 | 2,448 | 2,424 | 2,403 | 2,385 | 2,368 | 2,353 |
| 16    | 2,494 | 2,456 | 2,425 | 2,397 | 2,373 | 2,352 | 2,333 | 2,317 | 2,302 |
| 17    | 2,450 | 2,413 | 2,381 | 2,353 | 2,329 | 2,308 | 2,289 | 2,272 | 2,257 |
| 18    | 2,412 | 2,374 | 2,342 | 2,314 | 2,290 | 2,269 | 2,250 | 2,233 | 2,217 |
| 19    | 2,378 | 2,340 | 2,308 | 2,280 | 2,256 | 2,234 | 2,215 | 2,198 | 2,182 |
| 20    | 2,348 | 2,310 | 2,278 | 2,250 | 2,225 | 2,203 | 2,184 | 2,167 | 2,151 |
| 25    | 2,236 | 2,198 | 2,165 | 2,136 | 2,111 | 2,089 | 2,069 | 2,051 | 2,035 |
| 30    | 2,165 | 2,126 | 2,092 | 2,063 | 2,037 | 2,015 | 1,995 | 1,976 | 1,960 |
| 40    | 2,077 | 2,038 | 2,003 | 1,974 | 1,948 | 1,924 | 1,904 | 1,885 | 1,868 |
| 50    | 2,026 | 1,986 | 1,952 | 1,921 | 1,895 | 1,871 | 1,850 | 1,831 | 1,814 |
| 100   | 1,927 | 1,886 | 1,850 | 1,819 | 1,792 | 1,768 | 1,746 | 1,726 | 1,708 |
| 500   | 1,850 | 1,808 | 1,772 | 1,740 | 1,712 | 1,686 | 1,664 | 1,643 | 1,625 |

|     | 19    | 20    | 25    | 30    | 40    | 50    | 100   | 500   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 10  | 2,785 | 2,774 | 2,730 | 2,700 | 2,661 | 2,637 | 2,588 | 2,548 |
| 11  | 2,658 | 2,646 | 2,601 | 2,570 | 2,531 | 2,507 | 2,457 | 2,415 |
| 12  | 2,555 | 2,544 | 2,498 | 2,466 | 2,426 | 2,401 | 2,350 | 2,307 |
| 13  | 2,471 | 2,459 | 2,412 | 2,380 | 2,339 | 2,314 | 2,261 | 2,218 |
| 14  | 2,400 | 2,388 | 2,341 | 2,308 | 2,266 | 2,241 | 2,187 | 2,142 |
| 15  | 2,340 | 2,328 | 2,280 | 2,247 | 2,204 | 2,178 | 2,123 | 2,078 |
| 16  | 2,288 | 2,276 | 2,227 | 2,194 | 2,151 | 2,124 | 2,068 | 2,022 |
| 17  | 2,243 | 2,230 | 2,181 | 2,148 | 2,104 | 2,077 | 2,020 | 1,973 |
| 18  | 2,203 | 2,191 | 2,141 | 2,107 | 2,063 | 2,035 | 1,978 | 1,929 |
| 19  | 2,168 | 2,155 | 2,106 | 2,071 | 2,026 | 1,999 | 1,940 | 1,891 |
| 20  | 2,137 | 2,124 | 2,074 | 2,039 | 1,994 | 1,966 | 1,907 | 1,856 |
| 25  | 2,021 | 2,007 | 1,955 | 1,919 | 1,872 | 1,842 | 1,779 | 1,725 |
| 30  | 1,945 | 1,932 | 1,878 | 1,841 | 1,792 | 1,761 | 1,695 | 1,637 |
| 40  | 1,853 | 1,839 | 1,783 | 1,744 | 1,693 | 1,660 | 1,589 | 1,526 |
| 50  | 1,798 | 1,784 | 1,727 | 1,687 | 1,634 | 1,599 | 1,525 | 1,457 |
| 100 | 1,691 | 1,676 | 1,616 | 1,573 | 1,515 | 1,477 | 1,392 | 1,308 |
| 500 | 1,607 | 1,592 | 1,528 | 1,482 | 1,419 | 1,376 | 1,275 | 1,159 |

Table C.3 – Fractiles of the  $F$ -distribution,  $F(0,995, f_n, f_d)$ 

| $f$   | $f_n$  |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 1      | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     |
| 10    | 12,826 | 9,427 | 8,081 | 7,343 | 6,872 | 6,545 | 6,302 | 6,116 | 5,968 |
| 11    | 12,226 | 8,912 | 7,600 | 6,881 | 6,422 | 6,102 | 5,865 | 5,682 | 5,537 |
| 12    | 11,754 | 8,510 | 7,226 | 6,521 | 6,071 | 5,757 | 5,525 | 5,345 | 5,202 |
| 13    | 11,374 | 8,186 | 6,926 | 6,233 | 5,791 | 5,482 | 5,253 | 5,076 | 4,935 |
| 14    | 11,060 | 7,922 | 6,680 | 5,998 | 5,562 | 5,257 | 5,031 | 4,857 | 4,717 |
| 15    | 10,798 | 7,701 | 6,476 | 5,803 | 5,372 | 5,071 | 4,847 | 4,674 | 4,536 |
| 16    | 10,575 | 7,514 | 6,303 | 5,638 | 5,212 | 4,913 | 4,692 | 4,521 | 4,384 |
| 17    | 10,384 | 7,354 | 6,156 | 5,497 | 5,075 | 4,779 | 4,559 | 4,389 | 4,254 |
| 18    | 10,218 | 7,215 | 6,028 | 5,375 | 4,956 | 4,663 | 4,445 | 4,276 | 4,141 |
| 19    | 10,073 | 7,093 | 5,916 | 5,268 | 4,853 | 4,561 | 4,345 | 4,177 | 4,043 |
| 20    | 9,944  | 6,986 | 5,818 | 5,174 | 4,762 | 4,472 | 4,257 | 4,090 | 3,956 |
| 25    | 9,475  | 6,598 | 5,462 | 4,835 | 4,433 | 4,150 | 3,939 | 3,776 | 3,645 |
| 30    | 9,180  | 6,355 | 5,239 | 4,623 | 4,228 | 3,949 | 3,742 | 3,580 | 3,450 |
| 40    | 8,828  | 6,066 | 4,976 | 4,374 | 3,986 | 3,713 | 3,509 | 3,350 | 3,222 |
| 50    | 8,626  | 5,902 | 4,826 | 4,232 | 3,849 | 3,579 | 3,376 | 3,219 | 3,092 |
| 100   | 8,241  | 5,589 | 4,542 | 3,963 | 3,589 | 3,325 | 3,127 | 2,972 | 2,847 |
| 500   | 7,950  | 5,355 | 4,330 | 3,763 | 3,396 | 3,137 | 2,941 | 2,789 | 2,665 |

| $f$   | $f_n$ |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18    |
| 10    | 5,847 | 5,746 | 5,661 | 5,589 | 5,526 | 5,471 | 5,422 | 5,379 | 5,340 |
| 11    | 5,418 | 5,320 | 5,236 | 5,165 | 5,103 | 5,049 | 5,001 | 4,959 | 4,921 |
| 12    | 5,085 | 4,988 | 4,906 | 4,836 | 4,775 | 4,721 | 4,674 | 4,632 | 4,595 |
| 13    | 4,820 | 4,724 | 4,643 | 4,573 | 4,513 | 4,460 | 4,413 | 4,372 | 4,334 |
| 14    | 4,603 | 4,508 | 4,428 | 4,359 | 4,299 | 4,247 | 4,200 | 4,159 | 4,122 |
| 15    | 4,424 | 4,329 | 4,250 | 4,181 | 4,122 | 4,070 | 4,024 | 3,983 | 3,946 |
| 16    | 4,272 | 4,179 | 4,099 | 4,031 | 3,972 | 3,920 | 3,875 | 3,834 | 3,797 |
| 17    | 4,142 | 4,050 | 3,971 | 3,903 | 3,844 | 3,793 | 3,747 | 3,707 | 3,670 |
| 18    | 4,030 | 3,938 | 3,860 | 3,793 | 3,734 | 3,683 | 3,637 | 3,597 | 3,560 |
| 19    | 3,933 | 3,841 | 3,763 | 3,696 | 3,638 | 3,587 | 3,541 | 3,501 | 3,465 |
| 20    | 3,847 | 3,756 | 3,678 | 3,611 | 3,553 | 3,502 | 3,457 | 3,416 | 3,380 |
| 25    | 3,537 | 3,447 | 3,370 | 3,304 | 3,247 | 3,196 | 3,151 | 3,111 | 3,075 |
| 30    | 3,344 | 3,255 | 3,179 | 3,113 | 3,056 | 3,006 | 2,961 | 2,921 | 2,885 |
| 40    | 3,117 | 3,028 | 2,953 | 2,888 | 2,831 | 2,781 | 2,737 | 2,697 | 2,661 |
| 50    | 2,988 | 2,900 | 2,825 | 2,760 | 2,703 | 2,653 | 2,609 | 2,569 | 2,533 |
| 100   | 2,744 | 2,657 | 2,583 | 2,518 | 2,461 | 2,411 | 2,367 | 2,326 | 2,290 |
| 500   | 2,562 | 2,476 | 2,402 | 2,337 | 2,281 | 2,230 | 2,185 | 2,145 | 2,108 |

| $f$   | $f_n$ |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 19    | 20    | 25    | 30    | 40    | 50    | 100   | 500   |
| 10    | 5,305 | 5,274 | 5,153 | 5,071 | 4,966 | 4,902 | 4,772 | 4,666 |
| 11    | 4,886 | 4,855 | 4,736 | 4,654 | 4,551 | 4,488 | 4,359 | 4,252 |
| 12    | 4,561 | 4,530 | 4,412 | 4,331 | 4,228 | 4,165 | 4,037 | 3,931 |
| 13    | 4,301 | 4,270 | 4,153 | 4,073 | 3,970 | 3,908 | 3,780 | 3,674 |
| 14    | 4,089 | 4,059 | 3,942 | 3,862 | 3,760 | 3,698 | 3,569 | 3,463 |
| 15    | 3,913 | 3,883 | 3,766 | 3,687 | 3,585 | 3,523 | 3,394 | 3,287 |
| 16    | 3,764 | 3,734 | 3,618 | 3,539 | 3,437 | 3,375 | 3,246 | 3,139 |
| 17    | 3,637 | 3,607 | 3,492 | 3,412 | 3,311 | 3,248 | 3,119 | 3,012 |
| 18    | 3,527 | 3,498 | 3,382 | 3,303 | 3,201 | 3,139 | 3,009 | 2,901 |
| 19    | 3,432 | 3,402 | 3,287 | 3,208 | 3,106 | 3,043 | 2,913 | 2,804 |
| 20    | 3,347 | 3,318 | 3,203 | 3,123 | 3,022 | 2,959 | 2,828 | 2,719 |
| 25    | 3,043 | 3,013 | 2,898 | 2,819 | 2,716 | 2,652 | 2,519 | 2,406 |
| 30    | 2,853 | 2,823 | 2,708 | 2,628 | 2,524 | 2,459 | 2,323 | 2,207 |
| 40    | 2,628 | 2,598 | 2,482 | 2,401 | 2,296 | 2,230 | 2,088 | 1,965 |
| 50    | 2,500 | 2,470 | 2,353 | 2,272 | 2,164 | 2,097 | 1,951 | 1,821 |
| 100   | 2,257 | 2,227 | 2,108 | 2,024 | 1,912 | 1,840 | 1,681 | 1,529 |
| 500   | 2,075 | 2,044 | 1,922 | 1,835 | 1,717 | 1,640 | 1,460 | 1,260 |

**Table C.4 – Fractiles of the  $t$ -distribution,  $t_{0,95}$** 

| $f$ | $t$   |
|-----|-------|
| 1   | 6,314 |
| 2   | 2,920 |
| 3   | 2,353 |
| 4   | 2,132 |
| 5   | 2,015 |
| 6   | 1,943 |
| 7   | 1,895 |
| 8   | 1,860 |
| 9   | 1,833 |
| 10  | 1,812 |
| 11  | 1,796 |
| 12  | 1,782 |
| 13  | 1,771 |
| 14  | 1,761 |
| 15  | 1,753 |
| 16  | 1,746 |
| 17  | 1,740 |
| 18  | 1,734 |
| 19  | 1,729 |
| 20  | 1,725 |
| 25  | 1,708 |
| 30  | 1,697 |
| 40  | 1,684 |
| 50  | 1,676 |
| 100 | 1,660 |
| 500 | 1,640 |

**Table C.5 – Fractiles of the  $\chi^2$ -distribution**

| $f$ | $p = 0,95$ | $p = 0,99$ | $p = 0,995$ |
|-----|------------|------------|-------------|
| 1   | 3,8        | 6,6        | 7,9         |
| 2   | 6,0        | 9,2        | 10,6        |
| 3   | 7,8        | 11,3       | 12,8        |
| 4   | 9,5        | 13,3       | 14,9        |
| 5   | 11,1       | 15,1       | 16,7        |
| 6   | 12,6       | 16,8       | 18,5        |

NOTE The significance level  $P$  is equal to  $(1 - p)$ , for example significance 0,05 corresponds to  $p = 0,95$ .

## Annex D (informative)

### Worked examples

**Table D.1 – Worked example 1 – Censored data (proof tests: file CENEX3.DTA)**

|                                            |                        |                        |                        |
|--------------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $g_i$                                      | 240                    | 260                    | 280                    |
| $x_i$                                      | 0,001 948 747 929      | 0,001 875 644 753      | 0,001 807 827 895      |
| $j$                                        | $\tau_{ij}$ $y_{ij}$   | $\tau_{ij}$ $y_{ij}$   | $\tau_{ij}$ $y_{ij}$   |
| 1                                          | 1 764    7,475 339 237 | 756    6,628 041 376   | 108    4,682 131 227   |
| 2                                          | 2 772    7,927 324 360 | 924    6,828 712 072   | 252    5,529 429 088   |
| 3                                          | 2 772    7,927 324 360 | 924    6,828 712 072   | 324    5,780 743 516   |
| 4                                          | 3 780    8,237 479 289 | 1 176    7,069 874 128 | 324    5,780 743 516   |
| 5                                          | 4 284    8,362 642 432 | 1 176    7,069 874 128 | 468    6,148 468 296   |
| 6                                          | 4 284    8,362 642 432 | 2 184    7,688 913 337 | 612    6,416 732 283   |
| 7                                          | 4 284    8,362 642 432 | 2 520    7,832 014 181 | 684    6,527 957 918   |
| 8                                          | 5 292    8,573 951 525 | 2 856    7,957 177 323 | 756    6,628 041 376   |
| 9                                          | 7 308    8,896 724 917 | 2 856    7,957 177 323 | 756    6,628 041 376   |
| 10                                         | 7 812    8,963 416 292 | 3 192    8,068 402 959 | 828    6,719 013 154   |
| 11                                         | 7 812    8,963 416 292 | 3 192    8,068 402 959 | 828    6,719 013 154   |
| 12                                         |                        | 3 864    8,259 458 195 | 972    6,879 355 804   |
| 13                                         |                        | 4 872    8,491 259 809 | 1 428    7,264 030 143 |
| 14                                         |                        | 5 208    8,557 951 184 | 1 596    7,375 255 778 |
| 15                                         |                        | 5 544    8,620 471 541 | 1 932    7,566 311 015 |
| 16                                         |                        | 5 880    8,679 312 041 | 1 932    7,566 311 015 |
| 17                                         |                        | 5 880    8,679 312 041 | 2 100    7,649 692 624 |
| 18                                         |                        | 5 880    8,679 312 041 | 2 268    7,726 653 665 |
| 19                                         |                        |                        | 2 604    7,864 804 003 |
| 20                                         |                        |                        | 2 772    7,927 324 360 |
| $m_i$                                      | 21                     | 21                     | 21                     |
| $n_i$                                      | 11                     | 18                     | 20                     |
| $\alpha_i$                                 | 0,125 180 504 27       | 0,063 335 741 06       | 0,053 992 487 28       |
| $\beta_i$                                  | –0,004 102 787 08      | –0,002 960 377 33      | –0,002 557 464 29      |
| $\mu_i$                                    | 0                      | 0,748 883 265 05       | 0,891 180 261 68       |
| $\varepsilon_i$                            | 0,805 857 221 19       | 0,893 423 810 54       | 0,961 160 991 78       |
| $\sum_{j=1}^{n_i-1} y_{ij}$                | 83,089 487 275 2       | 133,285 066 669        | 127,452 728 95         |
| $\sum_{j=1}^{n_i-1} (y_{in_i} - y_{ij})^2$ | 6,127 249 075 70       | 19,955 744 346 8       | 41,422 442 313 8       |
| $\bar{y}_i$                                | 8,963 416 292          | 8,050 988 496          | 6,840 720 748 66       |
| $s_{1i}^2$                                 | 0,591 278 355 53       | 0,661 652 813 85       | 0,863 951 396 023      |

| Term                             | Value                            | Equation # |
|----------------------------------|----------------------------------|------------|
| $\sum_{i=1}^k \varepsilon_i / k$ | 0,886 814 007 835                | (29)       |
| $\sum_{i=1}^k n_i x_i^2$         | 0,000 170 463 415 664            |            |
| $\sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i^2$   | 2 986,411 838 81                 |            |
| $\sum_{i=1}^k n_i x_i \bar{y}_i$ | 0,711 293 042 041                |            |
| $M = \sum_{i=1}^k m_i$           | 63                               | (28)       |
| $N = \sum_{i=1}^k n_i$           | 49                               | (25)       |
| $\sum_{i=1}^k n_i x_i / N$       | 0,001 864 375 319 83             | (26)       |
| $\sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i / N$ | 7,761 832 390 07                 | (27)       |
| $b$                              | 15 327,985 78                    | (33)       |
| $a$                              | –20,815 286 004 4                | (34)       |
| $s_1^2$                          | 0,647 296 300 122                | (30)       |
| $s_2^2$                          | 0,395 498 398 826                | (36)       |
| $F$                              | 0,611 000 555 311                | (40)       |
| $F_0$                            | 4,051 748 692 214                |            |
| $\chi^2$                         | 0,554 692 947 413                | (38)       |
| $c$                              | 1,031 619 329 65                 | (39)       |
| $t_{0,95; N-2}$                  | 1,677 926 722                    | (43)       |
| $t_c$                            | 1,738 953 340 31                 | (43)       |
| $\mu_2(x)$                       | $2,949 884 440 3 \times 10^{-9}$ | (31)       |
| $s^2$                            | 0,641 938 897 967                | (41)       |
| $TI = \hat{g}$                   | 225,827 791 333                  | (50)       |
| $TC = \hat{g}_c$                 | 214,550 619 764                  | (50)       |
| HIC                              | 11,518 995 303 8                 | (53)       |
| $(TI - TC)/HIC$                  | 0,979 006 525 432                |            |
| $TI_a$                           | 221,462 017 221                  | (55)       |
| Result                           | TI (HIC): 221 (11,5)             |            |

**Table D.2 – Worked example 2 – Complete data  
(non-destructive tests: file TEST2.DTA)**

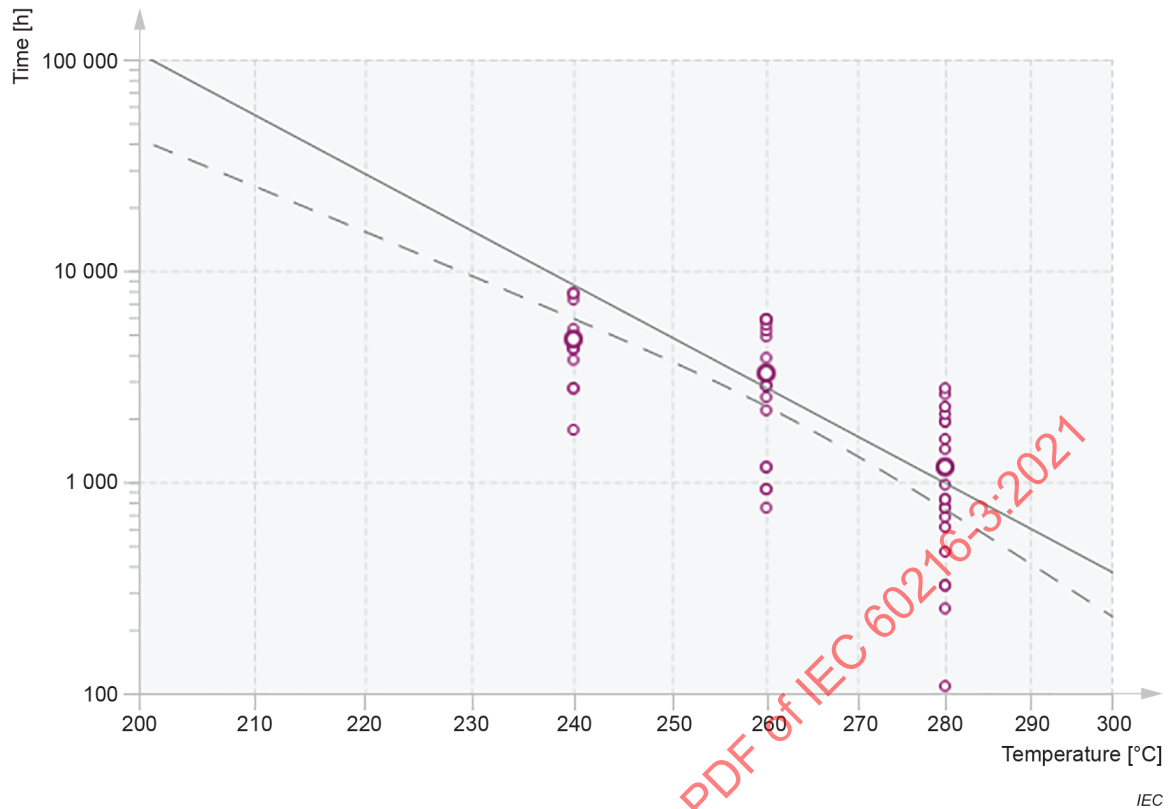
|       |                        |                        |                        |
|-------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $g_i$ | 180                    | 200                    | 220                    |
| $x_i$ | 0,002 206 774 799      | 0,002 113 494 663      | 0,002 027 780 594      |
| $j$   | $\tau_{ij}$ $y_{ij}$   | $\tau_{ij}$ $y_{ij}$   | $\tau_{ij}$ $y_{ij}$   |
| 1     | 7 410    8,910 585 718 | 3 200    8,070 906 089 | 1 100    7,003 065 459 |
| 2     | 6 610    8,796 338 933 | 2 620    7,870 929 597 | 740    6,606 650 186   |
| 3     | 6 170    8,727 454 117 | 2 460    7,807 916 629 | 720    6,579 251 212   |
| 4     | 5 500    8,612 503 371 | 2 540    7,839 919 360 | 620    6,429 719 478   |
| 5     | 8 910    9,094 929 520 | 3 500    8,160 518 247 | 910    6,813 444 599   |

|                             |                  |               |                 |
|-----------------------------|------------------|---------------|-----------------|
| $m_i$                       | 5                | 5             | 5               |
| $n_i$                       | 5                | 5             | 5               |
| $\varepsilon_i$             | 1                | 1             | 1               |
| $\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$   | 44,141 811 66    | 39,750 189 92 | 33,432 130 93   |
| $\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2$ | 389,835 529 1    | 316,113 013 5 | 223,741 618     |
| $\bar{y}_i$                 | 8,828 362 332    | 7,950 037 984 | 6,686 426 187   |
| $s_{li}^2$                  | 0,033 905 452 03 | 0,024 373 442 | 0,050 035 781 4 |

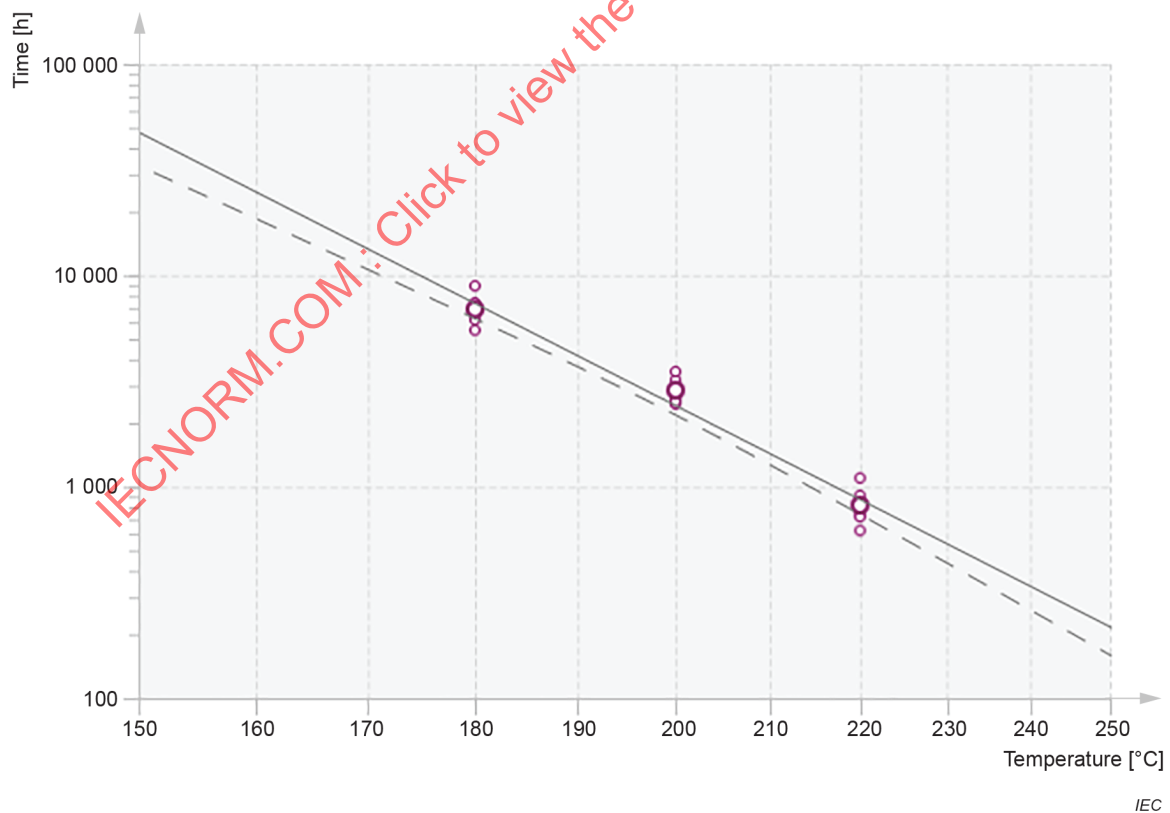
| Term                             | Value                            | Equation # |
|----------------------------------|----------------------------------|------------|
| $\sum_{i=1}^k \varepsilon_i / k$ | 1                                | (29)       |
| $\sum_{i=1}^k n_i x_i^2$         | 6,724 304 421 1 $\times 10^{-5}$ |            |
| $\sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i^2$   | 929,256 902 85                   |            |
| $\sum_{i=1}^k n_i x_i \bar{y}_i$ | 0,249 215 878 14                 |            |
| $M = \sum_{i=1}^k m_i$           | 15                               | (28)       |
| $N = \sum_{i=1}^k n_i$           | 15                               | (25)       |
| $\sum_{i=1}^k n_i x_i / N$       | 2,116 016 685 4 $\times 10^{-3}$ | (26)       |
| $\sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i / N$ | 7,821 608 834 4                  | (27)       |
| $b$                              | 11 929,077 582                   | (33)       |
| $a$                              | –17,420 518 37                   | (34)       |

| Term               | Value                            | Equation # |
|--------------------|----------------------------------|------------|
| $s_1^2$            | 0,036 104 891 8                  | (30)       |
| $s_2^2$            | 0,188 563 697 29                 | (36)       |
| $F$                | 5,222 663 409                    | (40)       |
| $F_0$              | 4,747 225 347                    |            |
| $\chi^2$           | 0,466 116 435 248                | (38)       |
| $c$                | 1,111 111 111 1                  | (39)       |
| $t_{0,95, N-2}$    | 1,770 933 396 2                  | (43)       |
| $t_c$              | 1,770 933 396 2                  | (43)       |
| $\mu_2(x)$         | $5,343 001 171 0 \times 10^{-9}$ | (31)       |
| $s_a^2$            | 0,051 170 274 78                 | (42)       |
| $TI = \hat{g}$     | 163,428 648 665                  | (50)       |
| $TC_a = \hat{g}_c$ | 158,671 846 470                  | (50)       |
| HIC                | 11,363 255 775 6                 | (53)       |
| $(TI - TC_a)/HIC$  | 0,418 612 613 23                 |            |
| Result             | TI (HIC): 163 (11,4)             | (54)       |

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60216-3:2021



a) Example 1



b) Example 2

NOTE In the above figures, the full line represents the regression equation, and the dotted line the lower 95 % confidence limit of a temperature estimate. The figures are as drawn by the program given in Annex E.

**Figure D.1 – Thermal endurance graph**

**Table D.3 – Worked example 3 – Destructive tests**

| End-point $p_e$ : 70,0 |           |           |           |           |           |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $\tau_g$               | 288       | 336       | 432       | 624       | 720       |
| $p_{gh}$               | 139,5     | 121,9     | 101,2     | 77,8      | 69,6      |
|                        | 125,0     | 109,3     | 99,5      | 74,6      | 69,4      |
|                        | 120,8     | 98,3      | 98,4      | 71,4      | 67,2      |
|                        | 112,7     | 96,5      | 92,4      | 68,2      | 60,4      |
|                        | 112,0     | 93,0      | 78,1      | 60,5      | 59,4      |
| $n_g$                  | 5         | 5         | 5         | 5         | 5         |
| $\bar{p}_g$            | 122,00    | 103,80    | 93,92     | 70,50     | 65,20     |
| $s_{1g}^2$             | 125,795   | 139,510   | 89,197    | 44,050    | 24,420    |
| $\log \tau_g$          | 5,662 960 | 5,817 111 | 6,068 426 | 6,436 150 | 6,579 251 |
| $n_i$                  |           |           | 25        |           |           |
| $\bar{z}$              |           |           | 6,112 8   |           |           |
| $\bar{p}$              |           |           | 91,084    |           |           |
| $b_p$                  |           |           | –59,493 7 |           |           |
| $a_p$                  |           |           | 454,756   |           |           |
| $s_1^2$                |           |           | 84,594    |           |           |
| $s_2^2$                |           |           | 77,266    |           |           |
| $F$                    |           |           | 0,913     |           |           |
| $F_1$                  |           |           | 3,098     |           |           |
| $z_{gh}$               | 6,831 151 | 6,689 472 | 6,592 851 | 6,567 257 | 6,572 528 |
|                        | 6,587 428 | 6,477 685 | 6,564 276 | 6,513 469 | 6,569 166 |
|                        | 6,516 832 | 6,292 792 | 6,545 787 | 6,459 682 | 6,532 187 |
|                        | 6,380 683 | 6,262 536 | 6,444 936 | 6,405 895 | 6,417 890 |
|                        | 6,368 917 | 6,203 707 | 6,204 574 | 6,276 470 | 6,401 081 |

This worked example is given to illustrate the calculations specific for destructive test data, and relates to a single test temperature. The data from this calculation and further test temperatures would be entered into a calculation similar to that exemplified in worked example 2 (Table D.2).

In the graph below (Figure D.2), displaying the data of example 3, the line passing through the data points indicates the chosen end-point criteria. The red circles represent individual data points grouped to  $r = 5$  ageing times.

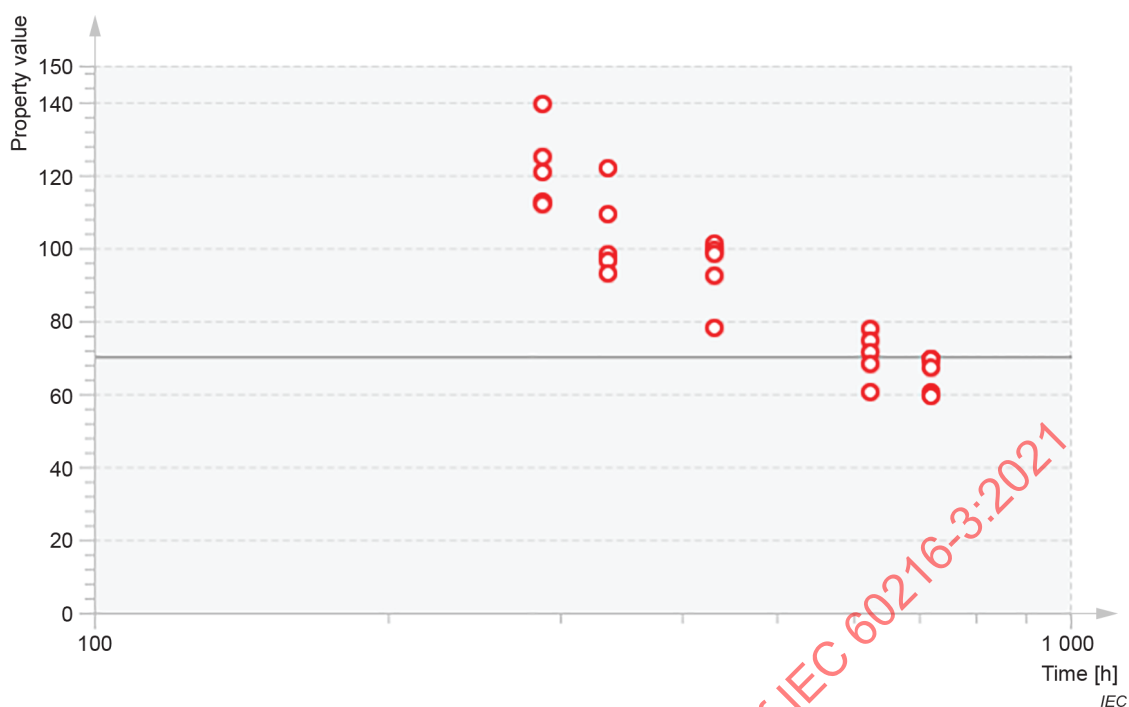


Figure D.2 – Example 3: Property-time graph

Table D.4 – Worked example 3 – Selection of groups

| $\tau_g$ | 288 | 336 | 432 | 624 | 720 | $F$   | $F_1$ | $F_1 - F$ |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|-----------|
| a        | x   | x   | x   | x   | x   | 0,913 | 3,098 | 2,185     |
| b        |     | x   | x   | x   | x   | 0,325 | 3,634 | 3,309     |
| c        |     |     | x   | x   | x   | 0,449 | 4,747 | 4,298     |
| d        |     | x   | x   | x   |     | 0,480 | 4,747 | 4,267     |
| e        | x   | x   | x   | x   |     | 0,967 | 3,634 | 2,667     |

Table D.4 shows all valid group selections, see 6.1.4. At least three groups have to be selected from one range in time ( $r \geq 3$ : step 2). The  $F$ -test is satisfied, if the  $F$  value is smaller than the criteria  $F_1$  or  $F_2$ . The  $F$  value tends to get lower, if the pooled variance within the property groups ( $s_1$ ) is large compared to the weighted variance of the deviations of the property group means from the regression line ( $s_2$ ). In this example, the lowest  $F$  value is found for selection b). On the other hand, the values of the  $F$ -test criteria  $F_1$  and  $F_2$  tend to get higher, if the number of selected groups  $r$  and data points  $v$  is kept lowest. This is the case for selections c) and d). Even though all selections a) to e) fulfil the  $F$ -test criterion  $F \leq F_1$  and therefore are permitted, in total the highest degree of linearity is found for selection c), where the expression  $F_1 - F$  is maximized.

### Extrapolation

If, in the above data set, only the data up to an ageing time of 624 h were available, the ageing curve would not have crossed the end-point line, since  $70,5 > 70,0$ . In this case, the extrapolation required would be

$$(70,5 - 70,0) / (122,0 - 70,5) = 0,009\ 7$$

This would be permitted (criterion:  $< 0,25$ ), subject to the other restrictions of 6.1.4, step 4. However, if only the data up to an ageing time of 432 h were available, such an extrapolation is no longer permitted, because

$$(93,9 - 70,0) / (122,0 - 93,2) = 0,829\ 9$$

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60216-3:2021

## Annex E (informative)

### Computer program

#### E.1 General

##### E.1.1 Overview

The program supplementing this document as well as future editions of IEC 60216-5 and IEC 60216-6, is written in the programming language Java<sup>®2</sup> and makes use of the JavaFX technology for graphical user interfaces. It is for use in conjunction with a Java Runtime Environment (JRE) supplied by Oracle<sup>®</sup> in version 1.8.101 or later. The JRE is available for download at <https://www.java.com/download> for several operating systems running on either 32-bit or 64-bit computers.

The package itself is available for download from <https://www.iec.ch/tc112/supportingdocuments>. The downloaded files are stored in the standard unencrypted zip-format. Such file archives can be extracted with any zip tool, see for example <http://download.cnet.com/s/zip-tools/>.

NOTE 1 All hyperlinks might be subject to change, which is not under the control of the authors of this document.

The package consists of the following parts:

- Compiled Java code and 3<sup>rd</sup> party program libraries:
  - IEC60216fx.jar (main program)
  - IEC60216fx.exe (optional program launcher for Windows)
  - lib/commons-math3-3.6.1 (statistical functions)
  - lib/poi-3.17.jar (Import and Export in OOXML format (\*.xlsx))
- Example data files
  - Cenex3.dta – see Table D.1
  - Test2.dta – see Table D.2
  - N3.dst and N3\_selected.xlsx – see Table D.3
  - Control.dta – see IEC 60216-5
  - Candidate.dta – see IEC 60216-5
  - Control.ftd and Control\_selected.xlsx – see IEC 60216-6
  - The usage of the deprecated intermediate file formats such as \*.int and \*.ftc is not supported in the graphical user interface. However, the application programming interface (API) implements methods to read and write these file formats.
- Java source code
  - Package: datamodel – class AgingData and subclasses to comprise raw data
  - Package: mathematics – calculate results
  - Package: fxml\_gui – the JavaFX graphical user interface
  - Package: ressources – example files as listed above

<sup>2</sup> Java<sup>®</sup> and Oracle<sup>®</sup> are registered trademarks of Oracle and/or its affiliates. This information is given for the convenience of users of this document and does not constitute an endorsement by IEC of the products named. Equivalent products may be used if they can be shown to lead to the same results.

- Javadoc
  - A number of automatically generated linked html pages for offline usage with a web browser. They describe the classes, constructors and methods of the packages 'datamodel' and 'mathematics' for use by Java programmers. New or modified user interfaces can be developed which use the tested class AgingData to store and evaluate ageing data.
- JUnit tests
  - The testing refers to packages 'datamodel' and 'mathematics'. The output of all JUnit tests is compiled in one document named Testing\_2017-10-12.pdf.

The IEC60216fx.jar is suitable for direct execution by the JRE. In a terminal window change to the directory or folder, where this file is stored and type <JRE8 root path>\jre\bin\java.exe -jar "IEC60216fx.jar". Thereby, <JRE8 root path> stands for the directory or folder, where the JRE is stored.

NOTE 2 In Windows the directory separator is a "\", while in Linux and macOS it is a "/".

Three different ways of making the execution of the program more convenient, are described in E.1.2. The first is the recommended method, because it implies the least system requirements.

## E.1.2 Convenience program execution

### E.1.2.1 First (and default) method

It is important to know, that Java programs do not need installation/setup in a conventional way. Instead, the JAR files residing in one folder and the JRE residing in another folder just need to be linked together:

- download and decompress the file dist\_v100.zip in a folder with write access (e.g. Documents\IEC60216fx\dist)
- download and decompress the JRE in any other folder with write access (e.g. Documents\JRE)
- create a new shortcut on the Desktop
  - a) Command: <JRE8 root path>\jre\bin\java.exe -jar "IEC60216fx.jar"
  - b) Folder Path: <Application root path>\dist

In MS-Windows (screenshot Figure E.1: Windows 7, English language version) the shortcut properties look like:

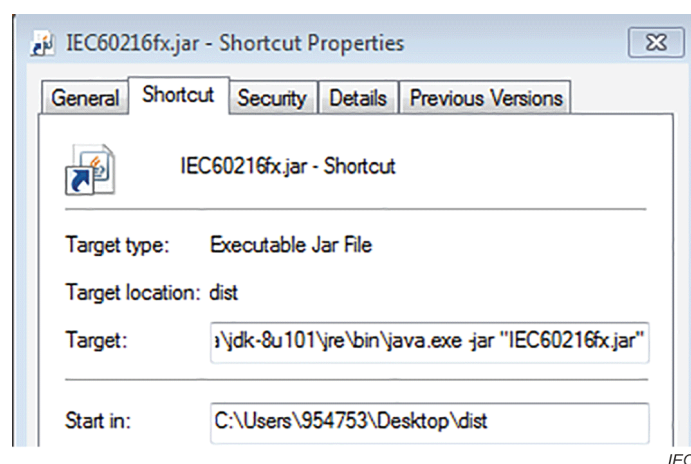


Figure E.1 – Shortcut property dialog for program launch

A double-click on the short-cut launches the application. Likewise, such a shortcut can be created in other operating systems and used for convenience program execution.

#### E.1.2.2 Second method

The IEC60216fx.exe is provided with the IEC60216fx.jar file in the same zip archive. It is a convenience launcher for MS-Windows, that runs the program directly with a double-click. It requires one of the following:

- 1) The JRE version 1.8.101 or later is properly installed (i.e. registered) on the computer.

OR

- 2) Administrator privileges are granted: in that case, the launcher will first download and install the appropriate JRE and then run the program. For the second and further launches, administrator privileges are no longer required, unless the JRE was uninstalled meanwhile.

NOTE If the JRE is installed correctly, a double-click on the IEC60216fx.jar file will also launch the application.

#### E.1.2.3 Third method

Similarly, a double-click on the file IEC60216fx.html provided with the IEC60216fx.jar in the same zip archive, attempts to launch the program in the default web browser of the system. However, this functionality is blocked in many browsers by default. It needs to be enabled manually in the browser properties and may create a system vulnerability.

NOTE The file IEC60216fx.jnlp is a text file in XML format to configure this functionality.

## E.2 Structure of data files used by the program

### E.2.1 Text file formats

Each file comprises a series of numbers, with one value only on each line of the file. The program allows to read and write such text files, but they can also be edited with any external program, such as a text editor. The expected number sequence is described in Table E.1 for non-destructive test data and Table E.2 for destructive test data.

The term "Numbers of" refers to integer numbers in the range  $-2^{31}$  to  $+2^{31}-1$ . Other values can be any double precision numbers or integers. The decimal delimiter is always the code ".", regardless of language specific computer settings. An optional exponent is initiated by the letters "e" or "E". Examples for correct double values are:

- 70.1
- 432. as well as 432
- 2.0035485868227E-10

NOTE The program supplement of previous editions of this standard used the letter "D" to indicate an exponent. Such files would need manual adjustment before being correctly readable by the current program.

**Table E.1 – Non-destructive test data**

| Line                                                             | Item                                                | Symbol        |
|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------|
| 1                                                                | Number of temperatures                              | $k$           |
| 2                                                                | Maximum number of specimens at any temperature      |               |
| 3                                                                | First ageing temperature                            | $\vartheta_1$ |
| 4                                                                | Number of specimens at $\vartheta_1$                | $m_1$         |
| 5                                                                | Number of known times to end-point at $\vartheta_1$ | $n_1$         |
| 6 to 5+ $n_1$                                                    | Times to end-point at $\vartheta_1$                 | $\tau_{ij}$   |
| 6+ $n_1$                                                         | Second ageing temperature                           | $\vartheta_2$ |
|                                                                  | Number of specimens aged at $\vartheta_2$           | $m_2$         |
|                                                                  | Number of times known at $\vartheta_2$              | $n_2$         |
|                                                                  | $n_2$ lines containing times to end-point           |               |
|                                                                  | Third ageing temperature, etc.                      |               |
| NOTE Line 2 is deprecated, but stays for backward compatibility. |                                                     |               |

**Table E.2 – Destructive test data**

| Line                                                                    | Item                                                            | Symbol        |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|---------------|
| 1                                                                       | Number of ageing temperatures                                   | $k$           |
| 2                                                                       | Largest number of ageing times at any temperature               |               |
| 3                                                                       | Largest number of specimens aged in any group                   |               |
| 4                                                                       | First ageing temperature                                        | $\vartheta_1$ |
| 5                                                                       | Number of groups aged at $\vartheta_1$                          | $r$           |
| 6                                                                       | Ageing time for first group at $\vartheta_1$                    | $\tau_{11}$   |
| 7                                                                       | Number of specimens aged in this group                          | $n_1$         |
| 8 and sub-sequently                                                     | Property values for specimens in this group                     | $p_{1h}$      |
|                                                                         | Ageing time for next group                                      | $\tau_{1g}$   |
|                                                                         | Number of specimens aged in this group                          | $n_g$         |
|                                                                         | Property values for specimens in this group                     | $p_{gh}$      |
|                                                                         | Ageing time for next group                                      |               |
|                                                                         | Number of specimens aged in this group                          |               |
|                                                                         | Property values for specimens in this group                     |               |
|                                                                         | Etc.                                                            |               |
|                                                                         | Second ageing temperature                                       | $\vartheta_2$ |
|                                                                         | Number of groups aged at $\vartheta_2$                          |               |
|                                                                         | Ageing time for first group at $\vartheta_2$                    |               |
|                                                                         | Number of specimens aged in this group                          |               |
|                                                                         | Property values for specimens in this group                     |               |
|                                                                         | Ageing time for next group                                      |               |
|                                                                         | Number of specimens aged in this group                          |               |
|                                                                         | Property values for specimens in this group                     |               |
|                                                                         | Etc.                                                            |               |
|                                                                         | Third ageing temperature, etc.                                  | $\vartheta_3$ |
| last                                                                    | Value of diagnostic property at end-point for destructive tests | $p_e$         |
| NOTE Lines 2 and 3 are deprecated, but stay for backward compatibility. |                                                                 |               |

## E.2.2 Office Open XML formats

The Office Open XML (OOXML) format as specified in ISO/IEC 29500-1 [4] is widely used with office suites, such as Microsoft Office or LibreOffice. Specifically, the spreadsheet part (MS-Excel 2007 or later, LibreOffice Calc) can be used to read, modify or create raw data files with extension \*.xlsx and used by this Java program. The expected sheet outline is described in Table E.3 for non-destructive test data and Table E.4 for destructive test data.

NOTE 1 Since the program can read and write both text files and OOXML files, it can also be used to convert the two file formats into each other.

**Table E.3 – Non-destructive test data**

| Position           | Item                                                                                                                                                                                                        | Symbol                                    |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| First sheet: name  | First ageing temperature (can be followed by any text indicating dimension)                                                                                                                                 | $\vartheta_1$                             |
| Cell A1            | Header title (Time [h])                                                                                                                                                                                     |                                           |
| Cell B1 "m = "     | Optional: Number of specimens at $\vartheta_1$                                                                                                                                                              | $m_1$                                     |
| Cells A2, A3, etc. | $n_1$ lines containing times to end-point at $\vartheta_1$                                                                                                                                                  | $\tau_{1j}$                               |
| Second sheet       | Second ageing temperature (can be followed by any text indicating dimension)<br>Header title (Time [h])<br>Optional: Number of specimens aged at $\vartheta_2$<br>$n_2$ lines containing times to end-point | $\vartheta_2$<br><br>$m_2$<br>$\tau_{2j}$ |
| Third sheet        | Third ageing temperature, etc.                                                                                                                                                                              |                                           |

**Table E.4 – Destructive test data**

| Position            | Item                                                                              | Symbol        |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| First sheet: name   | First ageing temperature (can be followed by any text indicating dimension)       | $\vartheta_1$ |
| Cell A1             | Header title (Time [h])                                                           |               |
| Cell B1, B2, etc.   | Header: Number of specimens aged in any group at $\vartheta_1$                    |               |
| Cell A2             | Ageing time for the first group aged at $\vartheta_1$                             | $\tau_{11}$   |
| Cells B2, C2, etc.  | Property values for specimens in this group                                       | $p_{1h}$      |
| Cells A3            | Ageing time for the second group aged at $\vartheta_1$                            | $\tau_{12}$   |
| Cells B3, C3, etc.  | Property values for specimens in this group                                       | $p_{2h}$      |
| Row 4 etc.          | Ageing time for next group<br>Property values for specimens in this group<br>Etc. |               |
| Second sheet        | Second ageing temperature                                                         | $\vartheta_2$ |
| Third sheet         | Third ageing temperature, etc.                                                    |               |
|                     | ...                                                                               |               |
| Sheet 'pe'; Cell A1 | Header: "End-point"                                                               |               |
| Sheet 'pe'; Cell A2 | Value of diagnostic property at end-point for destructive tests                   | $p_e$         |

NOTE 2 Additional sheets, whose name begins with a non-numeric value, are ignored during import. However, they can be used to store other data, e.g. a report of calculation results for export.

NOTE 3 Numbers can be masked by typing a non-numerical letter e.g. "\*" or "#" in front of or after the number in the same cell. Thereby, the cell value is converted into a string and remains available for later use. Masked cells or, in case the cell in the first column is masked, the entire row, will be ignored during import. This feature is especially useful for the selection of groups of data, see 6.1.4, step 2.

### **E.3 Data files for computer program**

The following pages show the file structure for the data of Examples 1 and 2, and a complete data file for a destructive test (designated Material N3). The calculated results are also given.

The data files are in the text file format described above.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60216-3:2021

Material: cenex3 sleeving  
 Estimate time: 20 000 h      02-27-1995  
 Test property: voltage proof test  
 Data dispersion slightly too large, compensated  
 TI (HIC): 221,5 (11,5)      TC 214,6

Chi-squared = 0,56 (2 DF)  
 $F = 0,610: F(0,95, 1, 46) = 4,099$

Times to reach end-point

Temperature      240

Number of specimens 21, times known for 11

Times      1764 2772 2772 3780 4284 4284 4284 5292 7308 7812 7812

Temperature      260

Number of specimens 21, times known for 18

Times      756 924 924 1176 1176 2184 2520 2856 2856 3192 3192 3864  
 4872 5208 5544 5880 5880 5880

Temperature      280

Number of specimens 21, times known for 20

Times      108 252 324 324 468 612 684 756 756 828 828 972 1428  
 1596 1932 1932 2100 2268 2604 2772

Data file Cenex3.dta (example 1)

Data at the foot of each column are followed without interruption by those in the succeeding column.

|      |      |      |
|------|------|------|
| 3    | 924  | 324  |
| 21   | 1176 | 324  |
| 240  | 1176 | 468  |
| 21   | 2184 | 612  |
| 11   | 2520 | 684  |
| 1764 | 2856 | 756  |
| 2772 | 2856 | 756  |
| 2772 | 3192 | 828  |
| 3780 | 3192 | 828  |
| 4284 | 3864 | 972  |
| 4284 | 4872 | 1428 |
| 4284 | 5208 | 1596 |
| 5292 | 5544 | 1932 |
| 7308 | 5880 | 1932 |
| 7812 | 5880 | 2100 |
| 7812 | 5880 | 2268 |
| 260  | 280  | 2604 |
| 21   | 21   | 2772 |
| 18   | 20   |      |
| 756  | 108  |      |
| 924  | 252  |      |

Material: Unidentified resin

Estimate time: 20 000 h 12-02-1991

Test property: Loss of mass

Minor non-linearity, compensated  
 TI (HIC): 163,4 (11,4) TC 158,7

Chi-squared = 0,48 (2 DF)  
 $F = 5,223$ ;  $F(0,95, 1, 12) = 4,743$

Times to reach end-point

Temperature 180

Times 7410 6610 6170 5500 8910

Temperature 200

Times 3200 2620 2460 2540 3500

Temperature 220

Times 1100 740 720 620 910

Data file test2.dta (example 2)

|      |      |      |
|------|------|------|
| 3    |      |      |
| 5    |      |      |
| 180  | 200  | 220  |
| 5    | 5    | 5    |
| 5    | 5    | 5    |
| 7410 | 3200 | 1100 |
| 6610 | 2620 | 740  |
| 6170 | 2460 | 720  |
| 5500 | 2540 | 620  |
| 8910 | 3500 | 910  |

Material: N3 nylon laminate

Estimate time: 20 000 h

12-02-1991

Test property: Tensile impact strength

TI (HIC): 113,8 (12,4) TC 112,4

Chi-squared = 42,6 (3 DF)  
 $F = 1,772: F(0,95, 2, 101) = 3,087$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Temperature 180</p> <p>Time Property values</p> <p>312 70,1 68,5 58,8 68,0 60,5</p> <p>432 42,6 62,0 62,3 68,9 69,8</p> <p>576 39,5 45,4 36,7 43,7 47,4</p> <p>696 39,0 40,3 35,4 26,0 35,1</p> <p>744 31,2 32,4 34,3 32,4 31,8</p> <p>840 36,9 29,6 18,9 26,2 30,1</p> <p>888 32,5 27,5 58,9 19,4 37,7</p> <p>Times 432 to 840 selected<br/> <math>F = 0,529: F(0,95, 3, 20) = 3,062</math></p>                                 | <p>Temperature 165</p> <p>Time Property values</p> <p>528 70,9 56,5 70,9 74,5 65,6</p> <p>840 62,2 46,6 46,0 57,4 48,8</p> <p>1176 9,1 39,7 42,5 45,6 54,4</p> <p>1274 33,0 33,1 37,6 54,9 39,2</p> <p>1344 32,7 38,8 33,1 33,9 34,8</p> <p>1512 23,4 31,7 32,5 25,7 25,8</p> <p>1680 21,6 26,0 25,6 21,2 25,8</p> <p>1848 21,6 22,1 25,8 20,9 19,6</p> <p>Times 528 to 1 848 selected<br/> <math>F = 0,278: F(0,95, 6, 32) = 2,532</math></p> |
| <p>Temperature 150</p> <p>Time Property values</p> <p>984 83,4 83,4 82,6 81,3 82,6</p> <p>1680 71,0 71,8 74,8 71,0 68,8</p> <p>2160 49,8 54,2 54,2 48,6 43,6</p> <p>2304 52,4 50,1 47,1 37,5 42,4</p> <p>2685 29,6 37,4 34,1 39,0 35,3</p> <p>3360 39,5 37,8 27,8 36,3 26,9</p> <p>Times 1 680 to 2 685 selected<br/> <math>F = 0,342: F(0,95, 2, 16) = 3,526</math><br/> Did not cross the end-point line: extrapolation 0,140</p> | <p>Temperature 135</p> <p>Time Property values</p> <p>3216 45,2 71,0 73,6 72,3</p> <p>4728 49,9 70,6 66,7 63,5 59,2</p> <p>5265 30,5 33,7 49,1 50,2 55,3</p> <p>6072 35,4 37,7 37,7 37,3 39,0</p> <p>7440 16,1 17,6 19,4 20,9 17,4</p> <p>7752 21,3 20,9 20,2 21,6 18,9</p> <p>8088 19,7 18,9 18,9 18,5 18,5</p> <p>Times 4 728 to 7 440 selected<br/> <math>F = 2,126: F(0,95, 2, 16) = 3,526</math></p>                                      |
| <p>End-point = 30</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

Data file n3.dst (example 3)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 4    | 56.5 | 82.6 | 55.3 |
| 8    | 70.9 | 81.3 | 6072 |
| 5    | 74.5 | 82.6 | 5    |
| 180  | 65.6 | 1680 | 35.4 |
| 7    | 840  | 5    | 37.7 |
| 312  | 5    | 71.0 | 37.7 |
| 5    | 62.2 | 71.8 | 37.3 |
| 70.1 | 46.6 | 74.8 | 39.0 |
| 68.5 | 46.0 | 71.0 | 7440 |
| 58.8 | 57.4 | 68.8 | 5    |
| 68.0 | 48.8 | 2160 | 16.1 |
| 60.5 | 1176 | 5    | 17.6 |
| 432  | 5    | 49.8 | 19.4 |
| 5    | 9.1  | 54.2 | 20.9 |
| 42.6 | 39.7 | 54.2 | 17.4 |
| 62.0 | 42.5 | 48.6 | 7752 |
| 62.3 | 45.6 | 43.6 | 5    |
| 68.9 | 54.4 | 2304 | 21.3 |
| 69.8 | 1274 | 5    | 20.9 |
| 576  | 5    | 52.4 | 20.2 |
| 5    | 33.0 | 50.1 | 21.6 |
| 39.5 | 33.1 | 47.1 | 18.9 |
| 45.4 | 37.6 | 37.5 | 8088 |
| 36.7 | 54.9 | 42.4 | 5    |
| 43.7 | 39.2 | 2685 | 19.7 |
| 47.4 | 1344 | 5    | 18.9 |
| 696  | 5    | 29.6 | 18.9 |
| 5    | 32.7 | 37.4 | 18.5 |
| 39.0 | 38.8 | 34.1 | 18.5 |
| 40.3 | 33.1 | 39.0 | 30   |
| 35.4 | 33.9 | 35.3 |      |
| 26.0 | 34.8 | 3360 |      |
| 35.1 | 1512 | 5    |      |
| 744  | 5    | 39.5 |      |
| 5    | 23.4 | 37.8 |      |
| 31.2 | 31.7 | 27.8 |      |
| 32.4 | 32.5 | 36.3 |      |
| 34.3 | 25.7 | 26.9 |      |
| 32.4 | 25.8 | 135  |      |
| 31.8 | 1680 | 7    |      |
| 840  | 5    | 3216 |      |
| 5    | 21.6 | 4    |      |
| 36.9 | 26.0 | 45.2 |      |
| 29.6 | 25.6 | 71.0 |      |
| 18.9 | 21.2 | 73.6 |      |
| 26.2 | 25.8 | 72.3 |      |
| 30.1 | 1848 | 4728 |      |
| 888  | 5    | 5    |      |
| 5    | 21.6 | 49.9 |      |
| 32.5 | 22.1 | 70.6 |      |
| 27.5 | 25.8 | 66.7 |      |
| 58.9 | 20.9 | 63.5 |      |
| 19.4 | 19.6 | 59.2 |      |
| 37.7 | 150  | 5265 |      |
| 165  | 6    | 5    |      |
| 8    | 984  | 30.5 |      |
| 528  | 5    | 33.7 |      |
| 5    | 83.4 | 49.1 |      |
| 70.9 | 83.4 | 50.2 |      |

## E.4 Output files and graph

Despite raw data files as described in Clause E.2, the program generates no further output files. Test results are displayed on three different windows:

- Report: a text representation of the calculated results,
- Life time chart: the thermal endurance graph,
- Destructive test data chart: the raw data and end-point criteria of destructive test data.

Each window has a copy button, which can be clicked on or activated by the **Control + C** shortcut. It copies the content of the window into the operating systems clipboard for further usage in another program, for example word processors to create a report. Thereby, the content of the report window is copied as text and that of a chart as bitmap graphics. Figure E.2 illustrates the bitmap output for example N3.

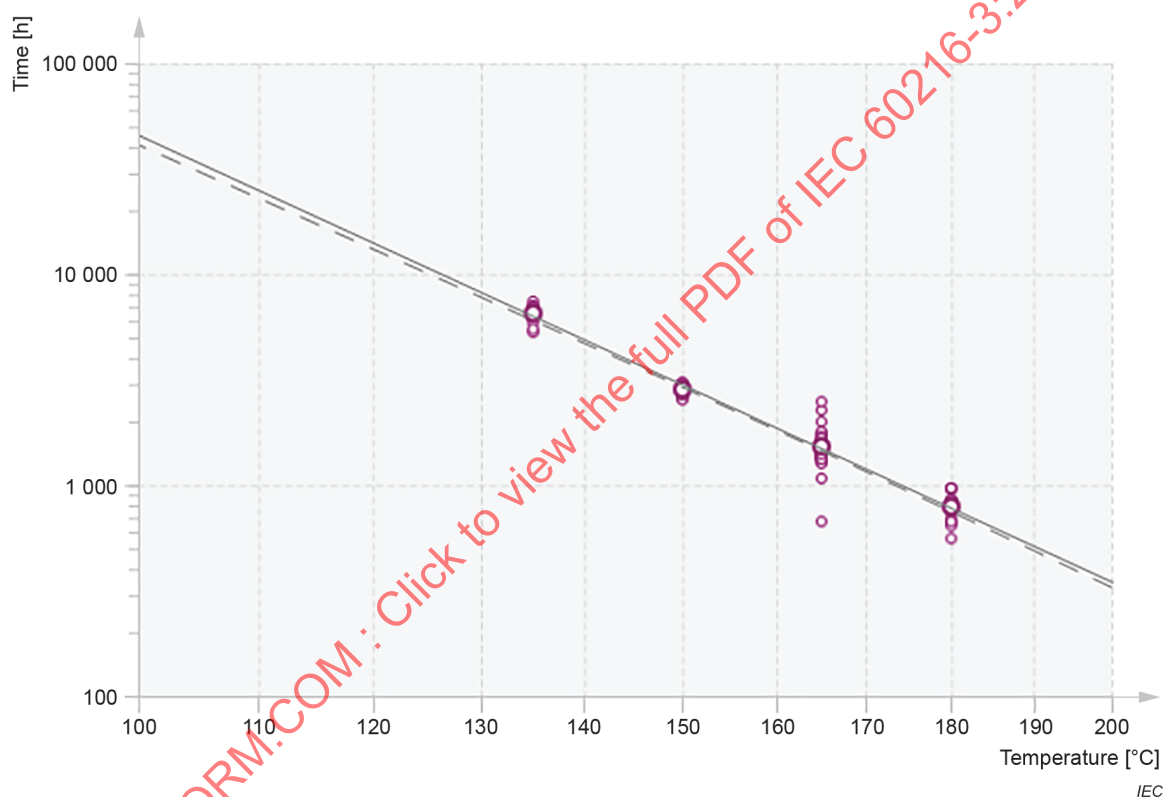


Figure E.2 – Thermal endurance graph of example N3

## Bibliography

- [1] IEC 60216-2, *Electrical insulating materials – Thermal endurance properties – Part 2: Determination of thermal endurance properties of electrical insulating materials – Choice of test criteria*
  - [2] IEC 60493-1:2011, *Guide for the statistical analysis of ageing test data – Part 1: Methods based on mean values of normally distributed test results*
  - [3] SAW, J.G., Estimation of the Normal Population Parameters given a Singly Censored Sample, *Biometrika* 46, 150, 1959
  - [4] ISO/IEC 29500-1, *Information technology – Document description and processing languages – Office Open XML File Formats – Part 1: Fundamentals and Markup Language Reference*
  - [5] IEC 60216-5, *Electrical insulating materials – Thermal endurance properties – Part 5: Determination of relative temperature index (RTE) of an insulating material*
  - [6] IEC 60216-6, *Electrical insulating materials – Thermal endurance properties – Part 6: Determination of temperature indices (TI and RTE) of an insulating material using the fixed time frame method*
-

## SOMMAIRE

|                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|
| AVANT-PROPOS .....                                                       | 60 |
| 1 Domaine d'application .....                                            | 62 |
| 2 Références normatives .....                                            | 62 |
| 3 Termes, définitions, symboles et termes abrégés .....                  | 62 |
| 3.1 Termes et définitions .....                                          | 62 |
| 3.2 Symboles et termes abrégés .....                                     | 64 |
| 4 Principes des calculs .....                                            | 66 |
| 4.1 Principes généraux .....                                             | 66 |
| 4.2 Calculs préliminaires .....                                          | 67 |
| 4.2.1 Généralités .....                                                  | 67 |
| 4.2.2 Essais non destructifs .....                                       | 67 |
| 4.2.3 Essais d'épreuve .....                                             | 67 |
| 4.2.4 Essais destructifs .....                                           | 67 |
| 4.3 Calculs de la variance .....                                         | 68 |
| 4.4 Essais statistiques .....                                            | 69 |
| 4.5 Résultats .....                                                      | 69 |
| 5 Exigences et recommandations pour obtenir des calculs valables .....   | 70 |
| 5.1 Exigences pour des données expérimentales .....                      | 70 |
| 5.1.1 Généralités .....                                                  | 70 |
| 5.1.2 Essais non destructifs .....                                       | 70 |
| 5.1.3 Essais d'épreuve .....                                             | 70 |
| 5.1.4 Essais destructifs .....                                           | 70 |
| 5.2 Précision des calculs .....                                          | 70 |
| 6 Méthodes de calcul .....                                               | 70 |
| 6.1 Calculs préliminaires .....                                          | 70 |
| 6.1.1 Températures et valeurs de $x$ .....                               | 70 |
| 6.1.2 Essais non destructifs .....                                       | 71 |
| 6.1.3 Essais d'épreuve .....                                             | 71 |
| 6.1.4 Essais destructifs .....                                           | 71 |
| 6.1.5 Données incomplètes .....                                          | 75 |
| 6.2 Calculs principaux .....                                             | 75 |
| 6.2.1 Calcul des moyennes et des variances de groupes .....              | 75 |
| 6.2.2 Moyennes et variances générales .....                              | 76 |
| 6.2.3 Calculs de régression .....                                        | 77 |
| 6.3 Essais statistiques .....                                            | 78 |
| 6.3.1 Essai d'égalité de variance .....                                  | 78 |
| 6.3.2 Essai de linéarité (essai $F$ ) .....                              | 78 |
| 6.3.3 Limites de confiance des estimations de $X$ et $Y$ .....           | 79 |
| 6.4 Graphique d'endurance thermique .....                                | 80 |
| 7 Calcul et exigences pour les résultats .....                           | 80 |
| 7.1 Calcul des caractéristiques d'endurance thermique .....              | 80 |
| 7.2 Synthèse des essais statistiques et compte rendu des résultats ..... | 80 |
| 7.3 Compte rendu des résultats .....                                     | 81 |
| 8 Rapport d'essai .....                                                  | 81 |
| Annexe A (normative) Organigramme décisionnel .....                      | 82 |

|                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Annexe B (normative) Tableau décisionnel .....                                                            | 83  |
| Annexe C (informative) Tableaux statistiques .....                                                        | 84  |
| Annexe D (informative) Exemples pratiques .....                                                           | 94  |
| Annexe E (informative) Programme informatique .....                                                       | 102 |
| E.1 Généralités .....                                                                                     | 102 |
| E.1.1 Vue d'ensemble .....                                                                                | 102 |
| E.1.2 Exécution d'un programme pratique .....                                                             | 103 |
| E.2 Structure des fichiers de données utilisés par le programme .....                                     | 104 |
| E.2.1 Formats de fichiers textes .....                                                                    | 104 |
| E.2.2 Formats Office Open XML .....                                                                       | 106 |
| E.3 Fichiers de données pour le programme informatique .....                                              | 107 |
| E.4 Fichiers de sortie et graphique .....                                                                 | 112 |
| Bibliographie .....                                                                                       | 113 |
| Figure 1 – Exemple de choix de groupes .....                                                              | 72  |
| Figure A.1 – Organigramme décisionnel .....                                                               | 82  |
| Figure D.1 – Graphique d'endurance thermique .....                                                        | 98  |
| Figure D.2 – Exemple 3: Graphique de la propriété en fonction du temps .....                              | 100 |
| Figure E.1 – Boîte de dialogue des propriétés de raccourci pour lancement de programme .....              | 104 |
| Figure E.2 – Graphique d'endurance thermique de l'exemple N3 .....                                        | 112 |
| Tableau B.1 – Décisions et actions selon les essais .....                                                 | 83  |
| Tableau C.1 – Coefficients pour les calculs de données censurées .....                                    | 84  |
| Tableau C.2 – Fractiles de la loi de $F$ , $F(0,95, f_n, f_d)$ .....                                      | 90  |
| Tableau C.3 – Fractiles de la loi de $F$ , $F(0,995, f_n, f_d)$ .....                                     | 91  |
| Tableau C.4 – Fractiles de la loi de $t$ , $t_{0,95}$ .....                                               | 93  |
| Tableau C.5 – Fractiles de la loi de $\chi^2$ .....                                                       | 93  |
| Tableau D.1 – Exemple pratique n° 1 – Données censurées (essais d'épreuve: fichier CENEX3.DTA) .....      | 94  |
| Tableau D.2 – Exemple pratique n° 2 – Données complètes (essais non destructifs: fichier TEST2.DTA) ..... | 96  |
| Tableau D.3 – Exemple pratique n° 3 – Essais destructifs .....                                            | 99  |
| Tableau D.4 – Exemple pratique n° 3 – Choix de groupes .....                                              | 100 |
| Tableau E.1 – Données d'essais non destructifs .....                                                      | 105 |
| Tableau E.2 – Données d'essais destructifs .....                                                          | 105 |
| Tableau E.3 – Données d'essais non destructifs .....                                                      | 106 |
| Tableau E.4 – Données d'essais destructifs .....                                                          | 107 |

## COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

### MATÉRIAUX ISOLANTS ÉLECTRIQUES – PROPRIÉTÉS D'ENDURANCE THERMIQUE –

#### Partie 3: Instructions pour le calcul des caractéristiques d'endurance thermique

#### AVANT-PROPOS

- 1) La Commission Électrotechnique Internationale (IEC) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de l'IEC). L'IEC a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. À cet effet, l'IEC – entre autres activités – publie des Normes internationales, des Spécifications techniques, des Rapports techniques, des Spécifications accessibles au public (PAS) et des Guides (ci-après dénommés "Publication(s) de l'IEC"). Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'IEC, participent également aux travaux. L'IEC collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de l'IEC concernant les questions techniques représentent, dans la mesure du possible, un accord international sur les sujets étudiés, étant donné que les Comités nationaux de l'IEC intéressés sont représentés dans chaque comité d'études.
- 3) Les Publications de l'IEC se présentent sous la forme de recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux de l'IEC. Tous les efforts raisonnables sont entrepris afin que l'IEC s'assure de l'exactitude du contenu technique de ses publications; l'IEC ne peut pas être tenue responsable de l'éventuelle mauvaise utilisation ou interprétation qui en est faite par un quelconque utilisateur final.
- 4) Dans le but d'encourager l'uniformité internationale, les Comités nationaux de l'IEC s'engagent, dans toute la mesure possible, à appliquer de façon transparente les Publications de l'IEC dans leurs publications nationales et régionales. Toutes divergences entre toutes Publications de l'IEC et toutes publications nationales ou régionales correspondantes doivent être indiquées en termes clairs dans ces dernières.
- 5) L'IEC elle-même ne fournit aucune attestation de conformité. Des organismes de certification indépendants fournissent des services d'évaluation de conformité et, dans certains secteurs, accèdent aux marques de conformité de l'IEC. L'IEC n'est responsable d'aucun des services effectués par les organismes de certification indépendants.
- 6) Tous les utilisateurs doivent s'assurer qu'ils sont en possession de la dernière édition de cette publication.
- 7) Aucune responsabilité ne doit être imputée à l'IEC, à ses administrateurs, employés, auxiliaires ou mandataires, y compris ses experts particuliers et les membres de ses comités d'études et des Comités nationaux de l'IEC, pour tout préjudice causé en cas de dommages corporels et matériels, ou de tout autre dommage de quelque nature que ce soit, directe ou indirecte, ou pour supporter les coûts (y compris les frais de justice) et les dépenses découlant de la publication ou de l'utilisation de cette Publication de l'IEC ou de toute autre Publication de l'IEC, ou au crédit qui lui est accordé.
- 8) L'attention est attirée sur les références normatives citées dans cette publication. L'utilisation de publications référencées est obligatoire pour une application correcte de la présente publication.
- 9) L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments du présent document de l'IEC peuvent faire l'objet de droits de brevet. L'IEC ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de brevets.

L'IEC 60216-3 a été établie par le comité d'études 112 de l'IEC: Évaluation et qualification des systèmes et matériaux d'isolation électrique. Il s'agit d'une Norme internationale.

Cette troisième édition annule et remplace la deuxième édition parue en 2006. Cette édition constitue une révision technique.

Cette édition inclut les modifications techniques majeures suivantes par rapport à l'édition précédente:

- a) un nouveau programme informatique est inclus;
- b) l'Annexe E a été complètement remaniée.

Le texte de cette Norme internationale est issu des documents suivants:

| Projet      | Rapport de vote |
|-------------|-----------------|
| 112/475/CDV | 112/495/RVC     |

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à son approbation.

La langue employée pour l'élaboration de cette Norme internationale est l'anglais.

Ce document a été rédigé selon les Directives ISO/IEC, Partie 2, il a été développé selon les Directives ISO/IEC, Partie 1 et les Directives ISO/IEC, Supplément IEC, disponibles sous [www.iec.ch/members\\_experts/refdocs](http://www.iec.ch/members_experts/refdocs). Les principaux types de documents développés par l'IEC sont décrits plus en détail sous [www.iec.ch/standardsdev/publications](http://www.iec.ch/standardsdev/publications).

Une liste de toutes les parties de la série IEC 60216, publiées sous le titre général *Matériaux isolants électriques – Propriétés d'endurance thermique*, peut être consultée sur le site web de l'IEC.

Le comité a décidé que le contenu de ce document ne sera pas modifié avant la date de stabilité indiquée sur le site web de l'IEC sous [webstore.iec.ch](http://webstore.iec.ch) dans les données relatives au document recherché. À cette date, le document sera

- reconduit,
- supprimé,
- remplacé par une édition révisée, ou
- amendé.

**IMPORTANT – Le logo "colour inside" qui se trouve sur la page de couverture de cette publication indique qu'elle contient des couleurs qui sont considérées comme utiles à une bonne compréhension de son contenu. Les utilisateurs devraient, par conséquent, imprimer ce document en utilisant une imprimante couleur.**

# MATÉRIAUX ISOLANTS ÉLECTRIQUES – PROPRIÉTÉS D'ENDURANCE THERMIQUE –

## Partie 3: Instructions pour le calcul des caractéristiques d'endurance thermique

### 1 Domaine d'application

La présente partie de l'IEC 60216 spécifie les méthodes de calcul utilisées pour obtenir les caractéristiques d'endurance thermique à partir des données expérimentales obtenues conformément aux instructions de l'IEC 60216-1 et de l'IEC 60216-2 [1]<sup>1</sup>, en utilisant des températures de vieillissement fixes et des temps de vieillissement variables.

Les données expérimentales peuvent être obtenues en utilisant des essais non destructifs, des essais destructifs ou des essais d'épreuve. Les données obtenues à partir d'essais non destructifs ou d'essais d'épreuve peuvent être incomplètes, en ce sens que le mesurage des temps mis pour atteindre le point limite peut avoir été interrompu à un moment situé après le temps médian, mais avant que toutes les éprouvettes n'aient atteint le point limite.

Les méthodes sont illustrées par des exemples pratiques, et des programmes informatiques adaptés sont recommandés pour faciliter les calculs.

### 2 Références normatives

Les documents suivants sont cités dans le texte de sorte qu'ils constituent, pour tout ou partie de leur contenu, des exigences du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

IEC 60216-1:2013, *Matériaux isolants électriques – Propriétés d'endurance thermique – Partie 1: Méthodes de vieillissement et évaluation des résultats d'essai*

### 3 Termes, définitions, symboles et termes abrégés

#### 3.1 Termes et définitions

Pour les besoins du présent document, les définitions suivantes s'appliquent.

L'ISO et l'IEC tiennent à jour des bases de données terminologiques destinées à être utilisées en normalisation, consultables aux adresses suivantes:

- IEC Electropedia: disponible à l'adresse <http://www.electropedia.org/>
- ISO Online browsing platform: disponible à l'adresse <https://www.iso.org/obp>

##### 3.1.1

##### **données ordonnées**

groupe de données classées en séquence, de sorte que, dans la direction appropriée de la séquence, chaque membre est supérieur ou égal à son prédécesseur

---

<sup>1</sup> Les chiffres entre crochets se réfèrent à la bibliographie.

Note 1 à l'article: Dans le présent document, un ordre croissant implique que les données sont ordonnées de cette façon, la première donnée étant la plus petite.

Note 2 à l'article: Il a été établi que le terme "groupe" est utilisé dans les ouvrages de référence traitant des statistiques théoriques pour représenter un sous-ensemble de tout un ensemble de données. Le groupe comprend les données particulières ayant la même valeur de l'un des paramètres de l'ensemble (par exemple, la température de vieillissement). Un groupe peut lui-même comprendre des sous-groupes caractérisés par un autre paramètre (par exemple, le temps dans le cas d'essais destructifs).

### 3.1.2

#### **statistique d'ordre**

position numérique attribuée dans la séquence de valeurs individuelles présentes dans un groupe de données ordonnées

### 3.1.3

#### **données incomplètes**

données ordonnées dont les valeurs au-dessus et/ou en dessous des points définis ne sont pas connues

### 3.1.4

#### **données censurées**

données incomplètes dont le nombre de valeurs inconnues est connu

Note 1 à l'article: Si la censure commence au-dessus/en dessous d'une valeur numérique spécifiée, la censure est de type I. Si elle commence au-dessus/en dessous d'une statistique d'ordre spécifiée, elle est de type II. Le présent document concerne seulement le type II.

### 3.1.5

#### **degrés de liberté**

nombre de valeurs de données diminué du nombre de paramètres

### 3.1.6

#### **variance d'un groupe de données**

somme des carrés des écarts des données par rapport à un niveau de référence

Note 1 à l'article: Le niveau de référence peut être défini par un ou plusieurs paramètres, par exemple une valeur moyenne (un paramètre) ou une droite (deux paramètres, pente et intersection), divisée par le nombre de degrés de liberté.

### 3.1.7

#### **moment centré d'ordre 2 d'un groupe de données**

somme des carrés des différences entre les valeurs de données et la valeur de la moyenne du groupe, divisée par le nombre de données du groupe

### 3.1.8

#### **covariance de groupes de données**

somme des produits des écarts des membres correspondants par rapport à leurs moyennes de groupes, divisée par le nombre de degrés de liberté, pour deux groupes de données avec un nombre égal d'éléments dans lesquels chaque élément dans un groupe correspond à un élément dans l'autre

### 3.1.9

#### **analyse de régression**

procédé pour déduire la droite du meilleur ajustement, exprimant la relation liant les membres correspondants de deux groupes de données, en réduisant le plus possible la somme des carrés des écarts des membres de l'un des groupes par rapport à la droite

Note 1 à l'article: Les paramètres sont appelés coefficients de régression.

**3.1.10****coefficient de corrélation**

nombre exprimant la plénitude de la relation entre les membres de deux groupes de données, et égal à la covariance divisée par la racine carrée du produit des variances des groupes

Note 1 à l'article: La valeur de son carré se situe entre 0 (pas de corrélation) et 1 (corrélation complète).

**3.1.11****droite des points limites**

droite parallèle à l'axe des temps croisant l'axe représentant les propriétés, au point correspondant à la valeur du point limite

Note 1 à l'article: Se reporter à l'IEC 60216-2 pour les recommandations relatives au choix de la valeur du point limite.

**3.2 Symboles et termes abrégés**

|                  |                                                                                           | <b>Paragraphe</b>            |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| $a$              | Coefficient de régression (intersection avec $y$ )                                        | 4.3, 6.2                     |
| $a_p$            | Coefficient de régression pour des calculs d'essai destructif                             | 6.1                          |
| $b$              | Coefficient de régression (pente)                                                         | 4.3, 6.2                     |
| $b_p$            | Coefficient de régression pour des calculs d'essai destructif                             | 6.1                          |
| $b_r$            | Constante intermédiaire (calcul de $\hat{X}_c$ )                                          | 6.3                          |
| $c$              | Constante intermédiaire (calcul de $\chi^2$ )                                             | 6.3                          |
| $f$              | Nombre de degrés de liberté                                                               | Tableau C.2 à<br>Tableau C.5 |
| $F$              | Variable stochastique distribuée selon la loi de Fisher                                   | 4.2, 6.1, 6.3                |
| $F_0$            | Valeur de $F$ dans le tableau (linéarité du graphe d'endurance thermique)                 | 4.4, 6.3                     |
| $F_1$            | Valeur de $F$ dans le tableau (linéarité du graphe de la propriété – signification 0,05)  | 6.1                          |
| $F_2$            | Valeur de $F$ dans le tableau (linéarité du graphe de la propriété – signification 0,005) | 6.1                          |
| $g$              | Nombre séquentiel du temps de vieillissement pour essais destructifs                      | 6.1                          |
| $h$              | Nombre séquentiel de la valeur de la propriété pour essais destructifs                    | 6.1                          |
| IDC              | Intervalle de division par deux pour une température égale à IT                           | 4.3, Article 7               |
| IDC <sub>g</sub> | Intervalle de division par deux correspondant à IT <sub>g</sub>                           | 7.3                          |
| $i$              | Nombre séquentiel de températures d'exposition                                            | 4.1, 6.2                     |
| $j$              | Nombre séquentiel du temps jusqu'au point limite                                          | 4.1, 6.2                     |
| $k$              | Nombre de températures de vieillissement                                                  | 4.1, 6.2                     |
| $m_i$            | Nombre d'éprouvettes vieilles à la température $\mathcal{G}_i$                            | 4.1, 6.1                     |
| $N$              | Nombre total de temps jusqu'au point limite                                               | 6.2                          |
| $n_g$            | Nombre de valeurs de la propriété dans un groupe vieilli pendant un temps $\tau_g$        | 6.1                          |
| $n_i$            | Nombre de valeurs de $y$ à la température $\mathcal{G}_i$                                 | 4.1, 6.1                     |
| $\bar{p}$        | Valeur moyenne des valeurs de la propriété dans les groupes choisis                       | 6.1                          |
| $p$              | Valeur de la propriété de diagnostic                                                      | 6.1                          |

|                  |                                                                                              | Paragraphe     |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| $P$              | Niveau de signification de la loi $\chi^2$                                                   | 4.4, 6.3.1     |
| $p_e$            | Valeur de la propriété de diagnostic au point limite pour les essais destructifs             | 6.1            |
| $\bar{p}_g$      | Moyenne des valeurs de la propriété dans un groupe vieilli pendant un temps $\tau_g$         | 6.1            |
| $p_{gh}$         | Valeur individuelle de la propriété                                                          | 6.1            |
| $q$              | Base de logarithmes                                                                          | 6.3            |
| $r$              | Nombre de temps de vieillissement choisis pour inclusion dans le calcul (essais destructifs) | 6.1            |
| $r^2$            | Carré du coefficient de corrélation                                                          | 6.2.3          |
| $s^2$            | Moyenne pondérée de $s_1^2$ et $s_2^2$                                                       | 6.3            |
| $s_1^2$          | Moyenne pondérée de la variance combinée dans les groupes choisis $s_{li}^2$                 | 4.3, 6.1 à 6.3 |
| $(s_1^2)_a$      | Valeur ajustée de $s_1^2$                                                                    | 4.4, 6.3       |
| $s_{lg}^2$       | Variance des valeurs de la propriété dans un groupe vieilli pendant un temps $\tau_g$        | 6.1            |
| $s_{li}^2$       | Variance des valeurs $y_{ij}$ à la température $\vartheta_i$                                 | 4.3, 6.2       |
| $s_2^2$          | Variance autour de la droite de régression                                                   | 6.1 à 6.3      |
| $s_a^2$          | Valeur ajustée de $s^2$                                                                      | 6.3            |
| $s_r^2$          | Constante intermédiaire                                                                      | 6.3            |
| $s_Y^2$          | Variance de $Y$                                                                              | 6.3            |
| $t$              | Variable stochastique distribuée selon la loi de Student                                     | 6.3            |
| $t_c$            | Valeur ajustée de $t$ (données incomplètes)                                                  | 6.3            |
| TC               | Limite inférieure de confiance à 95 % de IT                                                  | 4.4, Article 7 |
| TC <sub>a</sub>  | Valeur ajustée de TC                                                                         | 7.1            |
| IT               | Indice de température                                                                        | 4.3, Article 7 |
| IT <sub>10</sub> | Indice de température à 10 kh                                                                | 7.1            |
| IT <sub>a</sub>  | Valeur ajustée de IT                                                                         | 7.3            |
| IT <sub>g</sub>  | Indice de température obtenu graphiquement ou sans limites de confiance définies             | 7.3            |
| $x$              | Variable indépendante: inverse de la température thermodynamique                             |                |
| $\bar{x}$        | Valeur moyenne pondérée de $x$                                                               | 6.2            |
| $X$              | Valeur spécifiée de $x$ pour l'estimation de $y$                                             | 6.3            |
| $\hat{X}$        | Valeur estimée de $x$ pour une valeur spécifiée de $y$                                       | 6.3            |
| $\hat{X}_c$      | Limite supérieure de confiance à 95 % de $\hat{X}$                                           | 6.3            |
| $x_i$            | Inverse de la température thermodynamique correspondant à $\vartheta_i$                      | 4.1, 6.1       |
| $\bar{y}$        | Valeur moyenne pondérée de $y$                                                               | 6.2            |
| $y$              | Variable dépendante: logarithme du temps jusqu'au point limite                               |                |

|                     |                                                                                   | Paragraphe |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| $\hat{y}$           | Valeur estimée de $y$ pour une valeur spécifiée de $x$                            | 6.3        |
| $Y$                 | Valeur spécifiée de $y$ pour une estimation de $x$                                | 6.3        |
| $\hat{Y}_c$         | Limite inférieure de confiance à 95 % de $\hat{Y}$                                | 6.3        |
| $\bar{y}_i$         | Valeurs moyennes de $y_{ij}$ à la température $\vartheta_i$                       | 4.3, 6.2   |
| $y_{ij}$            | Valeur de $y$ correspondant à $\tau_{ij}$                                         | 4.1, 6.1   |
| $\bar{z}$           | Valeur moyenne de $z_g$                                                           | 6.1        |
| $z_g$               | Logarithme du temps de vieillissement pour des essais destructifs – groupe $g$    | 6.1        |
| $\alpha$            | Coefficient des données censurées pour la variance                                | 4.3, 6.2   |
| $\beta$             | Coefficient des données censurées pour la variance                                | 4.3, 6.2   |
| $\varepsilon$       | Coefficient des données censurées pour la variance de la moyenne                  | 4.3, 6.2   |
| $\vartheta_0$       | Température 0 °C sur l'échelle thermodynamique (273,15 K)                         | 4.1, 6.1   |
| $\hat{\vartheta}$   | Estimation de la température pour l'indice de température                         | 6.3.3      |
| $\hat{\vartheta}_c$ | Limite de confiance de $\hat{\vartheta}$                                          | 6.3.3      |
| $\vartheta_i$       | Température de vieillissement pour le groupe $i$                                  | 4.1, 6.1   |
| $\mu$               | Coefficient des données censurées pour la moyenne                                 | 4.3, 6.2   |
| $\mu_2(x)$          | Moment centré d'ordre 2 des valeurs $x$                                           | 6.2, 6.3   |
| $v$                 | Nombre total de valeurs de propriété choisies à une température de vieillissement | 6.1        |
| $\tau_f$            | Temps choisi pour l'estimation de température                                     | 6.3        |
| $\tau_g$            | de vieillissement pour le groupe choisi $g$                                       | 6.1        |
| $\tau_{ij}$         | Temps jusqu'au point limite                                                       | 6.4        |
| $\chi^2$            | Variable stochastique distribuée suivant la loi de $\chi^2$                       | 6.3        |

## 4 Principes des calculs

### 4.1 Principes généraux

Les méthodes et instructions générales de calcul données à l'Article 6 sont fondées sur les principes présentés dans l'IEC 60493-1 [2]. Elles peuvent être simplifiées comme suit:

- la relation entre la moyenne des logarithmes des temps mis pour atteindre le point limite spécifié (temps jusqu'au point limite) et l'inverse de la température thermodynamique (absolue) est linéaire;
- les valeurs des écarts des logarithmes des temps jusqu'au point limite par rapport à la relation linéaire sont normalement distribuées avec une variance indépendante de la température de vieillissement.

Les données utilisées dans les méthodes générales de calcul sont obtenues par un calcul préliminaire à partir des données expérimentales. Les éléments détaillés de ce calcul dépendent du caractère de l'essai de diagnostic: essai non destructif, d'épreuve ou destructif (voir 4.2). Dans tous les cas, les données comprennent les valeurs  $x$ ,  $y$ ,  $m$ ,  $n$  et  $k$

où

- $x_i = 1/(\vartheta_i + \vartheta_0)$  est l'inverse de la valeur thermodynamique de la température de vieillissement  $\vartheta_i$  en °C;
- $y_{ij} = \log \tau_{ij}$  est le logarithme de la valeur du temps ( $j$ ) jusqu'au point limite à la température  $\vartheta_i$ ;
- $n_i$  est le nombre de valeurs  $y$  dans le nombre de groupes  $i$  vieillis à la température  $\vartheta_i$ ;
- $m_i$  est le nombre d'échantillons dans le nombre de groupes  $i$  vieillis à la température  $\vartheta_i$  (différent de  $n_i$  pour les données censurées);
- $k$  est le nombre de températures de vieillissement ou de groupes de valeurs  $y$ .

NOTE Tout nombre peut être utilisé comme base de logarithmes sous réserve d'une cohérence avérée des calculs. L'utilisation des logarithmes naturels (base  $e$ ) est bénéfique, puisque la plupart des langages informatiques et des calculatrices scientifiques ont cette possibilité.

## 4.2 Calculs préliminaires

### 4.2.1 Généralités

Dans tous les cas, l'inverse des valeurs thermodynamiques des températures de vieillissement est calculé comme valeurs de  $x_i$ .

Les valeurs de  $y_{ij}$  sont calculées comme les valeurs des logarithmes des temps individuels jusqu'au point limite  $\tau_{ij}$  obtenues comme cela est décrit ci-dessous.

Dans nombre de cas d'essais non destructifs et d'essais d'épreuve, il est recommandé, pour des raisons économiques (par exemple, lorsque la dispersion des données est importante), d'interrompre le vieillissement avant que toutes les éprouvettes n'aient atteint le point limite, au moins pour certains groupes de températures. Dans ces cas, la méthode de calcul pour les données censurées (voir 6.2.1.3) doit être utilisée avec les données  $(x, y)$  disponibles.

Des groupes de données complètes et incomplètes ou des groupes censurés en un point différent pour chaque température de vieillissement peuvent être utilisés ensemble dans un seul calcul en 6.2.1.3.

### 4.2.2 Essais non destructifs

Les essais non destructifs (par exemple, perte de masse pendant le vieillissement) donnent directement la valeur de la propriété de diagnostic de chaque éprouvette, chaque fois qu'elle est mesurée, à la fin d'une période de vieillissement. Le temps jusqu'au point limite  $\tau_{ij}$  est donc disponible soit directement, soit par interpolation linéaire entre des mesurages consécutifs.

### 4.2.3 Essais d'épreuve

Le temps jusqu'au point limite  $\tau_{ij}$  pour une éprouvette individuelle est pris au point milieu de la période de vieillissement immédiatement avant d'atteindre le point limite.

### 4.2.4 Essais destructifs

Lorsque des critères d'essais destructifs sont utilisés, chaque éprouvette est détruite en obtenant une valeur de propriété et son temps jusqu'au point limite ne peut donc pas être directement mesuré.

Pour permettre l'estimation des temps jusqu'au point limite, les hypothèses suivantes sont formulées à proximité du point limite:

- a) la relation entre les valeurs moyennes de la propriété et le logarithme du temps de vieillissement est à peu près linéaire;
- b) les valeurs des écarts entre les valeurs individuelles de la propriété et cette relation linéaire sont normalement distribuées avec une variance indépendante du temps de vieillissement;
- c) les courbes de la propriété en fonction du logarithme du temps pour les éprouvettes individuelles sont des lignes droites parallèles à la droite qui représente la relation a) ci-dessus.

Pour l'application de ces hypothèses, une courbe de vieillissement est tracée pour les données obtenues à chacun des temps de vieillissement. La courbe est obtenue en traçant la valeur moyenne de la propriété pour chaque groupe d'éprouvettes en fonction du logarithme correspondant à son temps de vieillissement. Le vieillissement est, si possible, poursuivi pour chaque température jusqu'à ce qu'au moins la moyenne d'un groupe se situe au-delà du niveau du point limite. Une zone approximativement linéaire de cette courbe est tracée à proximité de la droite des points limites (voir Figure D.2).

Un essai statistique (essai  $F$ ) est effectué pour déterminer si les écarts de linéarité de la zone choisie sont acceptables (voir 6.1.4, étape 4). S'ils le sont, les points qui représentent les propriétés de chacune des éprouvettes sont alors tracés sur le même graphique. Une droite parallèle à la droite de vieillissement est tracée pour chaque point individuel des données d'éprouvette. L'estimation du logarithme correspondant au temps jusqu'au point limite pour cette éprouvette ( $y_{ij}$ ) est alors la valeur du logarithme du temps correspondant à l'intersection de cette droite avec la droite des points limites (Figure D.2).

Une extrapolation du graphique de la valeur moyenne linéaire jusqu'au niveau de point limite est permise, avec quelques restrictions.

Les opérations ci-dessus sont réalisées numériquement dans les calculs détaillés en 6.1.4.

### 4.3 Calculs de la variance

En commençant par les valeurs de  $x$  et de  $y$  obtenues en 4.2, les calculs suivants sont effectués:

Pour chaque groupe de valeur  $y_{ij}$ , la moyenne  $\bar{y}_i$  et la variance  $s_{ii}^2$  sont calculées, et à partir de cette dernière la variance combinée  $s_1^2$  de ces groupes est déduite, en pondérant les groupes selon leur taille.

Pour les données incomplètes, les calculs ont été développés à partir de ceux produits par Saw [3] et donnés en 6.2.1.3. Pour les coefficients exigés ( $\mu$  pour la moyenne,  $\alpha$ ,  $\beta$  pour la variance et  $\varepsilon$  pour déduire la variance de la moyenne à partir de la variance de groupe), voir Annexe C, Tableau C.1. Pour des groupes multiples, les variances sont combinées, en pondérant suivant la taille du groupe. La valeur moyenne des valeurs de groupe de  $\varepsilon$  est obtenue sans pondération, puis multipliée par la variance combinée.

NOTE La pondération en fonction de la taille du groupe est implicite dans la définition de  $\varepsilon$ , qui, ici, est égale à celle proposée à l'origine par Saw, multipliée par la taille du groupe. Ceci permet une représentation plus simple des équations.

À partir des moyennes  $\bar{y}_i$  et des valeurs de  $x_i$ , les coefficients  $a$  et  $b$  (coefficients de la représentation linéaire du meilleur ajustement de la relation entre  $x$  et  $y$ ) sont calculés par analyse de régression linéaire.

Les valeurs de IT et de IDC sont calculées à partir des coefficients de régression. La variance des écarts par rapport à la droite de régression est calculée à partir des coefficients de régression et des moyennes de groupes.

#### 4.4 Essais statistiques

Les essais statistiques suivants sont effectués:

- essai de linéarité de Fisher (essai de Fisher, essai  $F$ ) sur les données d'essais destructifs, avant le calcul des temps estimés jusqu'au point limite (voir 4.2.4);
- égalité de la variance (essai  $\chi^2$  de Bartlett) pour déterminer si les variances à l'intérieur des groupes de valeurs  $y$  diffèrent de façon significative;
- essai- $F$  pour déterminer si le rapport des écarts entre la droite de régression et la variance combinée dans les groupes de données est supérieur à la valeur de référence  $F_0$ , c'est-à-dire pour vérifier par essai la validité de l'hypothèse d'Arrhénius appliquée aux données d'essai.

Dans le cas de données à très faible dispersion, il est possible de détecter une non-linéarité statistiquement significative à faible importance pratique.

Pour pouvoir obtenir un résultat, même lorsque les exigences de l'essai  $F$  ne sont pas satisfaites, une méthode est présentée comme suit:

- augmenter la valeur de la variance combinée dans les groupes ( $s_1^2$ ) par le facteur  $F/F_0$  de telle façon que l'essai  $F$  donne un résultat tout juste acceptable (voir 6.3.2);
- utiliser cette valeur ajustée ( $s_1^2$ )<sub>a</sub> pour calculer la limite de confiance inférieure  $TC_a$  du résultat;
- si l'intervalle inférieur de confiance ( $IT - TC_a$ ) est jugé acceptable, la non-linéarité est considérée comme étant sans importance pratique (voir 6.3.2);
- à partir des composantes ( $s_1^2$ ) et ( $s_2^2$ ) de la dispersion des données, l'intervalle de confiance d'une estimation est calculé en utilisant l'équation de régression.

Lorsque l'indice de température (IT), sa limite inférieure de confiance (TC) et l'intervalle de division par deux (IDC) ont été calculés (voir 7.1), le résultat est considéré comme acceptable si

$$IT - TC \leq 0,6 \text{ IDC} \quad (1)$$

Lorsque l'intervalle inférieur de confiance ( $IT - TC$ ) dépasse 0,6 IDC d'une faible marge, un résultat utilisable peut encore être obtenu, à condition que  $F \leq F_0$ , en substituant ( $TC + 0,6 \text{ IDC}$ ) pour la valeur de IT (voir Article 7).

#### 4.5 Résultats

L'indice de température (IT), son intervalle de division par deux (IDC) et sa limite inférieure de confiance à 95 % (TC) sont calculés à partir de l'équation de régression, en tenant compte, comme cela est indiqué ci-dessus, des écarts mineurs par rapport aux résultats spécifiés des essais statistiques.

Le mode de présentation de l'indice de température et de l'intervalle de division par deux est déterminé par les résultats des essais statistiques (voir 7.2).

Il est nécessaire de souligner le besoin de présenter le graphique d'endurance thermique comme faisant partie du rapport, puisqu'un seul résultat numérique, IT (IDC), ne peut

présenter une vue qualitative d'ensemble des données d'essai, et que l'appréciation des données ne peut pas être complète sans cet élément.

## **5 Exigences et recommandations pour obtenir des calculs valables**

### **5.1 Exigences pour des données expérimentales**

#### **5.1.1 Généralités**

Les données soumises aux méthodes du présent document doivent être conformes aux exigences de l'IEC 60216-1.

#### **5.1.2 Essais non destructifs**

Pour la plupart des propriétés de diagnostic de cette catégorie, des groupes de cinq éprouvettes sont suffisants. Cependant, si la dispersion des données (intervalle de confiance, voir 6.3.3) est jugée trop importante, des résultats plus satisfaisants sont susceptibles d'être obtenus en utilisant un plus grand nombre d'éprouvettes. Cette considération est particulièrement vraie s'il est nécessaire de mettre un terme au vieillissement avant que toutes les éprouvettes n'aient atteint le point limite.

#### **5.1.3 Essais d'épreuve**

Une éprouvette de chaque groupe au plus doit atteindre le point limite durant la première période de vieillissement. Si tel n'est pas le cas pour plus d'un groupe, il convient d'examiner soigneusement la méthode expérimentale (voir 6.1.3) et de le noter dans le rapport d'essai.

Le nombre d'éprouvettes dans chaque groupe doit être d'au moins cinq, et pour des raisons pratiques le nombre maximal d'éprouvettes traitables est limité à 31 (Tableau C.1). Le nombre recommandé pour la plupart des cas est 21.

#### **5.1.4 Essais destructifs**

À chaque température, il convient de poursuivre le vieillissement jusqu'à ce que la moyenne de la valeur de la propriété d'au moins un groupe soit au-dessus du niveau du point limite et qu'une au moins soit en dessous dudit niveau. Dans certaines circonstances, et avec des restrictions appropriées, une faible extrapolation de la moyenne de la valeur de la propriété au-delà du niveau du point limite peut être permise (voir 6.1.4, étape 4). Cette extrapolation ne doit pas être permise pour plus d'un groupe de températures.

### **5.2 Précision des calculs**

De nombreuses étapes de calcul impliquent la sommation des différences de nombres ou des carrés de ces différences, alors que les différences peuvent être faibles par rapport aux nombres. Dans ces cas, il est nécessaire de réaliser les calculs avec une précision interne d'au moins six chiffres significatifs, et plus de préférence, pour obtenir une précision de résultats à trois chiffres significatifs. En raison de la nature répétitive et fastidieuse des calculs, il est fortement recommandé de les effectuer à l'aide d'une calculatrice programmable ou un micro-ordinateur, auquel cas il est facile d'obtenir une précision interne de dix chiffres significatifs ou plus.

## **6 Méthodes de calcul**

### **6.1 Calculs préliminaires**

#### **6.1.1 Températures et valeurs de $x$**

Pour tous les types d'essais, exprimer chaque température de vieillissement en K sur l'échelle de température thermodynamique, et calculer son inverse  $x_i$ :

$$x_i = 1/(\vartheta_i + \Theta_0) \quad (2)$$

où  $\Theta_0 = 273,15$  K.

### 6.1.2 Essais non destructifs

Pour le nombre d'éprouvettes  $j$  du nombre de groupes  $i$ , une valeur de propriété est obtenue après chaque période de vieillissement. À partir de ces valeurs, si nécessaire par interpolation linéaire, déduire le temps jusqu'au point limite et calculer son logarithme  $y_{ij}$ .

### 6.1.3 Essais d'épreuve

Pour le nombre d'éprouvettes  $j$  du nombre de groupes  $i$ , calculer le point milieu de la période de vieillissement immédiatement avant d'atteindre le point limite et prendre le logarithme de ce temps  $y_{ij}$ .

Un temps jusqu'au point limite à l'intérieur de la première période de vieillissement doit être considéré comme non valable. Alors dans ce cas:

- a) recommencer avec un nouveau groupe d'éprouvettes, ou
- b) ne pas tenir compte de l'éprouvette et réduire d'une unité la valeur attribuée au nombre d'éprouvettes dans le groupe ( $m_i$ ) dans le calcul relatif aux moyennes et variances du groupe (voir 6.2.1.3).

Si le point limite est atteint pour plus d'une éprouvette pendant la première période, écarter le groupe et soumettre à l'essai un nouveau groupe en accordant une attention particulière à tous les points critiques de la méthode expérimentale.

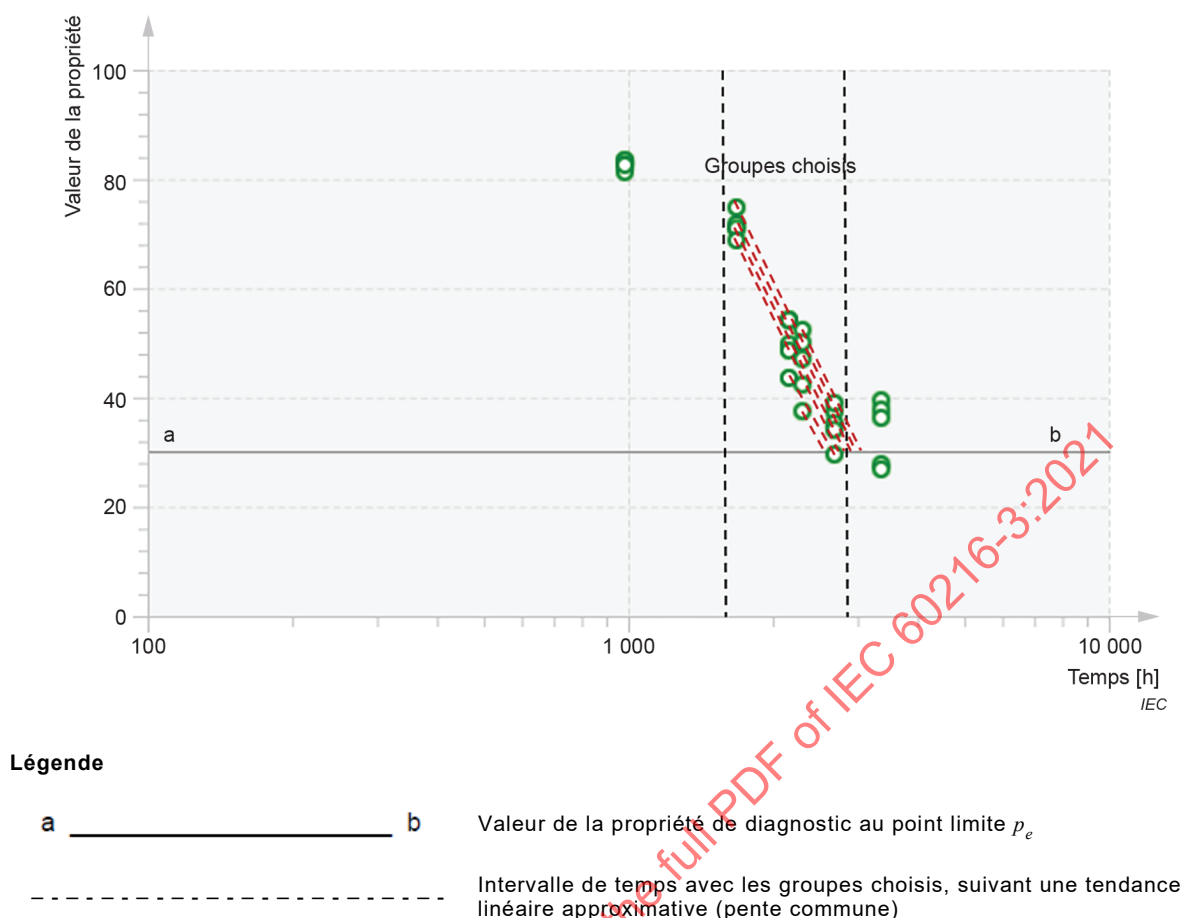
### 6.1.4 Essais destructifs

Dans les groupes d'éprouvettes vieillis à chaque température  $\vartheta_i$ , appliquer la méthode suivante en cinq étapes:

NOTE L'indice  $i$  est omis dans les expressions de l'étape 2 à l'étape 4 afin d'éviter toute confusion entre combinaisons d'indices multiples à l'impression. Les calculs de l'étape 2 à l'étape 4 sont effectués séparément concernant les données de chaque température de vieillissement.

**Étape 1** Calculer la valeur moyenne de la propriété pour le groupe de données obtenue à chaque temps de vieillissement et avec le logarithme du temps de vieillissement. Tracer ces valeurs sur un graphique avec la valeur de la propriété  $p$  en ordonnée et le logarithme du temps de vieillissement  $z$  en abscisse. Ajuster visuellement une courbe lissée passant par les points moyens de la propriété (voir Figure 1).

**Étape 2** Choisir un intervalle de temps à l'intérieur duquel la courbe ainsi ajustée est approximativement linéaire (voir étape 4). Vérifier que cet intervalle de temps contient au moins trois valeurs moyennes de la propriété avec au moins un point de chaque côté de la droite des points limites  $p = p_e$ . Si ce n'est pas le cas, et si d'autres mesurages avec des temps plus longs ne peuvent être réalisés (par exemple, parce qu'il n'y a plus d'éprouvette), une faible extrapolation est permise, sous réserve des conditions de l'étape 4.



NOTE Exemple N3 de données d'essai destructif (unités arbitraires) de l'Article E.3, température 150 °C avec faible extrapolation.

**Figure 1 – Exemple de choix de groupes**

Soit  $r$  le nombre de valeurs moyennes sélectionnées (et les groupes de valeurs correspondants),  $z_g$  les logarithmes des temps individuels de vieillissement et  $p_{gh}$ , les valeurs individuelles de la propriété, où

$g = 1 \dots r$  est le nombre séquentiel du groupe choisi, soumis à l'essai au temps  $\tau_g$ ;

$h = 1 \dots n_g$  est le nombre séquentiel de la valeur de la propriété dans le nombre de groupes  $g$ ;

$n_g$  est le nombre de valeurs de la propriété dans le nombre de groupes  $g$ .

Dans la plupart des cas, le nombre  $n_g$  d'éprouvettes soumises à l'essai pour chaque temps d'essai est identique, mais ne constitue pas une condition nécessaire, et le calcul peut être effectué avec différentes valeurs de  $n_g$  pour différents groupes.

Calculer la valeur moyenne  $\bar{p}_g$  et la variance  $s_{1g}^2$  pour chaque groupe choisi des valeurs de la propriété.

$$\bar{p}_g = \sum_{h=1}^{n_g} p_{gh} / n_g \quad (3)$$

$$s_{1g}^2 = \left( \sum_{h=1}^{n_g} p_{gh}^2 - n_g \bar{p}_g^2 \right) / (n_g - 1) \quad (4)$$

Calculer les logarithmes de  $\tau_g$ :

$$z_g = \log \tau_g \quad (5)$$

**Étape 3** Calculer les valeurs

$$v = \sum_{g=1}^r n_g \quad (6)$$

$$\bar{z} = \sum_{g=1}^r z_g n_g / v \quad (7)$$

$$\bar{p} = \sum_{g=1}^r \bar{p}_g n_g / v \quad (8)$$

Calculer les coefficients de l'équation de régression  $\hat{p} = a_p + b_p z$

$$b_p = \frac{\left( \sum_{g=1}^r n_g z_g \bar{p}_g - v \bar{z} \bar{p} \right)}{\left( \sum_{g=1}^r n_g z_g^2 - v \bar{z}^2 \right)} \quad (9)$$

$$a_p = \bar{p} - b_p \bar{z} \quad (10)$$

Calculer la variance combinée dans les groupes de propriété

$$s_1^2 = \sum_{g=1}^r (n_g - 1) s_{1g}^2 / (v - r) \quad (11)$$

Calculer la variance pondérée des écarts des moyennes des groupes de propriété par rapport à la droite de régression

$$s_2^2 = \sum_{g=1}^r n_g (\bar{p}_g - \hat{p}_g)^2 / (r - 2) \quad (12)$$

où 
$$\hat{p}_g = a_p + b_p z_g \quad (13)$$

Cette valeur peut également être exprimée par

$$s_2^2 = \left[ \left( \sum_{g=1}^r n_g \bar{p}_g^2 - v \bar{p}^2 \right) - b_p \left( \sum_{g=1}^r n_g z_g \bar{p}_g - v \bar{z} \bar{p} \right) \right] / (r-2) \quad (14)$$

**Étape 4** Effectuer l'essai  $F$  de non-linéarité à un niveau de signification de 0,05, en calculant

$$F = s_2^2 / s_1^2 \quad (15)$$

Si la valeur calculée de  $F$  dépasse la valeur  $F_1$  du tableau avec  $f_n = r - 2$  et  $f_d = v - r$  degrés de liberté (voir Tableau C.2)

$$F_1 = F(0,95, r - 2, v - r)$$

modifier la sélection à l'étape 2 et répéter les calculs.

S'il n'est pas possible de satisfaire à l'essai  $F$  au niveau de signification de 0,05 avec  $r \geq 3$ , effectuer l'essai  $F$  à un niveau de signification de 0,005, en comparant la valeur calculée de  $F$  à la valeur  $F_2$  du tableau, avec  $f_n = r - 2$  et  $f_d = v - r$  degrés de liberté (voir Tableau C.3).

$$F_2 = F(0,995, r - 2, v - r)$$

Si l'essai est satisfait à ce niveau, les calculs peuvent être poursuivis, mais l'ajustement de IT selon 7.3.2 n'est pas permis.

Si l'essai  $F$  au niveau de signification de 0,005 (c'est-à-dire  $F \leq F_2$ ) ne peut pas être satisfait, ou si les points de propriété tracés selon l'étape 1 sont tous du même côté de la droite des points limites, une extrapolation peut être permise, sous réserve de la condition suivante.

Si l'essai  $F$  au niveau de signification de 0,05 peut être satisfait pour une plage de valeurs (avec  $r \geq 3$ ) où toutes les valeurs moyennes  $\bar{p}_g$  sont du même côté de la valeur de point limite  $p_e$ , une extrapolation peut être faite, à condition que la valeur absolue de la différence entre la valeur du point limite  $p_e$  et la valeur moyenne  $\bar{p}_g$  la plus proche du point limite (habituellement  $\bar{p}_r$ ) soit inférieure à 0,25 de la valeur absolue de la différence  $(\bar{p}_1 - \bar{p}_r)$ .

Dans ce cas, les calculs peuvent être poursuivis, mais de nouveau il n'est pas permis d'effectuer l'ajustement de IT, selon 7.3.2.

**Étape 5** Pour chaque valeur de propriété dans chacun des groupes choisis, calculer le logarithme du temps estimé jusqu'au point limite:

$$y_{ij} = z_g - (p_{gh} - p_e) / b_p \quad (16)$$

$$n_i = v \quad (17)$$

où

$j = 1 \dots n_i$  est le nombre séquentiel de la valeur  $y$  dans le groupe des valeurs estimées  $y$  à la température  $\vartheta_i$ , et le logarithme du temps de vieillissement  $z_g$ .

Les valeurs  $n_i$  de  $y_{ij}$  sont les valeurs logarithmiques (temps) à utiliser dans les calculs de 6.2.1.

### 6.1.5 Données incomplètes

Dans le cas de données incomplètes, disposer chaque groupe de valeurs  $y$  en ordre croissant (voir 3.1.1).

## 6.2 Calculs principaux

### 6.2.1 Calcul des moyennes et des variances de groupes

#### 6.2.1.1 Généralités

Calculer la moyenne et la variance du groupe de valeurs de  $y$ ,  $y_{ij}$ , obtenues à chaque température  $\vartheta_i$ .

#### 6.2.1.2 Données complètes

Pour les essais avec lesquels les données sont complètes (c'est-à-dire non censurées), les équations conventionnelles (18) et (19) peuvent être utilisées:

$$\bar{y}_i = \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} / n_i \quad (18)$$

$$s_{1i}^2 = \left( \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - n_i \bar{y}_i^2 \right) / (n_i - 1) \quad (19)$$

En variante, les Équations (23) et (24) pour données incomplètes (6.2.1.3) peuvent être utilisées, bien qu'elles soient moins pratiques pour cet usage. Les valeurs suivantes sont alors attribuées aux coefficients:

$$\alpha_1 = 1 / (n_i - 1) \quad (20)$$

$$\beta_i = \frac{-1}{n_i(n_i - 1)} \quad (21)$$

$$\mu_i = 1 - 1 / n_i \quad (22)$$

NOTE Ces expressions sont obtenues par un simple calcul algébrique. Si l'expression de la moyenne ou de la variance (voir Équations (18) et (19)) est assimilée à celle obtenue en utilisant les Équations (23) et (24), l'unique inconnue dans chaque équation résultante peut être considérée comme l'objet de l'équation, conduisant à l'expression des Équations (20) à (22). La valeur de  $\varepsilon$  est évidemment de 1.

Un exemple pratique est donné dans l'Annexe D, Tableau D.2.

#### 6.2.1.3 Données censurées

À la place des Équations (18) et (19), les équations suivantes doivent être utilisées:

$$\bar{y}_i = (1 - \mu_i) y_{in_i} + \mu_i \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{y_{ij}}{(n_i - 1)} \quad (23)$$

$$s_{1i}^2 = \alpha_i \sum_{j=1}^{n_i-1} (y_{in_i} - y_{ij})^2 + \beta_i \left[ \sum_{j=1}^{n_i-1} (y_{in_i} - y_{ij}) \right]^2 \quad (24)$$

Les valeurs de  $\mu_i$ ,  $\alpha_i$ , et  $\beta_i$  doivent être lues à partir des lignes appropriées du Tableau C.1. Si les données sont partiellement censurées (c'est-à-dire qu'un ou plusieurs groupes de températures sont complets, et qu'un ou plusieurs sont censurés), les valeurs doivent être obtenues à partir des Équations (20) à (22).

Un exemple pratique est donné dans l'Annexe D, Tableau D.1.

### 6.2.2 Moyennes et variances générales

Calculer le nombre total  $N$  de valeurs  $y_{ij}$ , la valeur moyenne pondérée ( $\bar{x}$ ) de  $x$ , et la valeur moyenne pondérée ( $\bar{y}$ ) de  $y$ :

$$N = \sum_{i=1}^k n_i \quad (25)$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k n_i x_i / N \quad (26)$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i / N \quad (27)$$

Pour les données censurées, calculer le nombre total d'éprouvettes:

$$M = \sum_{i=1}^k m_i \quad (28)$$

Pour les données complètes,  $M = N$ .

Pour les données censurées, lire les valeurs de  $\varepsilon_i$  dans le Tableau C.1. Pour les données complètes, ou si  $n_i = m_i$  dans des données partiellement censurées, la valeur de  $\varepsilon_i$  doit être égale à 1.

Calculer le facteur général moyen de variance:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i / k \quad (29)$$

Calculer la variance combinée dans les groupes de données:

$$s_1^2 = \varepsilon \sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_{1i}^2 / (N - k) \quad (30)$$

Calculer le moment centré d'ordre 2 des valeurs  $x$ :

$$\mu_2(x) = \frac{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - N \bar{x}^2 \right)}{N} \quad (31)$$

### 6.2.3 Calculs de régression

Dans l'expression de la droite de régression:

$$y = a + bx \quad (32)$$

Calculer la pente:

$$b = \frac{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i \bar{y}_i - N \bar{x} \bar{y} \right)}{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - N \bar{x}^2 \right)} \quad (33)$$

l'intersection sur l'axe des  $y$

$$a = \bar{y} - b \bar{x} \quad (34)$$

et le carré du coefficient de corrélation:

$$r^2 = \frac{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i \bar{y}_i - N \bar{x} \bar{y} \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - N \bar{x}^2 \right) \left( \sum_{i=1}^k n_i y_i^2 - N \bar{y}^2 \right)} \quad (35)$$

Calculer la variance des écarts des moyennes de  $y$  par rapport à la droite de régression:

$$s_2^2 = \sum_{i=1}^k \frac{n_i (\bar{y}_i - \hat{Y}_i)^2}{(k-2)}, \quad \hat{Y}_i = a + b x_i \quad (36)$$

ou

$$s_2^2 = \frac{(1-r^2)}{k-2} \left( \sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i^2 - N \bar{y}^2 \right) \quad (37)$$

### 6.3 Essais statistiques

#### 6.3.1 Essai d'égalité de variance

Calculer la valeur de la fonction  $\chi^2$  de Bartlett:

$$\chi^2 = \frac{\ln q}{c} \left[ (N-k) \log_q \frac{s_1^2}{\varepsilon} - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \log_q s_{1i}^2 \right] \quad (38)$$

où

$$c = 1 + \frac{\left( \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{N - k} \right)}{3(k-1)} \quad (39)$$

$q$  est la base des logarithmes utilisée dans cette équation. Il n'est pas nécessaire qu'elle soit la même que celle utilisée pour d'autres calculs qui figurent dans l'Article 6.

Si  $q = 10$ ,  $\ln q = 2,303$ , si  $q = e$ ,  $\ln q = 1$ .

Comparer la valeur de  $\chi^2$  avec la valeur donnée dans les tableaux pour  $f = (k - 1)$  degrés de liberté (Tableau C.5). Si la valeur de  $\chi^2$  est supérieure à la valeur donnée dans les tableaux pour un niveau de signification de 0,05, consigner dans un rapport la valeur de  $\chi^2$  et le niveau de signification donné dans les tableaux pour la valeur la plus élevée, inférieure à  $\chi^2$ . En variante, si tant  $\chi^2$  que son niveau de signification sont calculés par un programme informatique, consigner ces valeurs dans un rapport.

#### 6.3.2 Essai de linéarité (essai $F$ )

La variance des écarts par rapport à la droite de régression  $s_2^2$  est comparée à la variance combinée dans les groupes  $k$  de mesures  $s_1^2$  par l'essai  $F$  à un niveau de signification de 0,05.

Calculer le rapport

$$F = s_2^2 / s_1^2 \quad (40)$$

et comparer sa valeur à la valeur  $F_0$  donnée dans les tableaux, avec  $f_n = k - 2$  et  $f_d = N - k$  degrés de liberté (Tableau C.2 et Tableau C.3).

$$F_0 = F(0,95, k - 2, N - k)$$

a) Si  $F \leq F_0$ , calculer l'estimation de la variance combinée

$$s^2 = \frac{(N-k)s_1^2 + (k-2)s_2^2}{(N-2)} \quad (41)$$

b) Si  $F > F_0$ , ajuster  $s_1^2$  à  $\left(s_1^2\right)_a = s_1^2 (F / F_0)$  et calculer une valeur ajustée de  $s^2$

$$s_a^2 = \frac{(N-k)(s_1^2)_a + (k-2)s_2^2}{(N-2)} \quad (42)$$

### 6.3.3 Limites de confiance des estimations de $X$ et $Y$

Obtenir la valeur  $t$  de Student donnée dans les tableaux avec  $N - 2$  degrés de liberté avec un niveau de confiance de 0,95,  $t_{0,95,N-2}$  (Tableau C.4).

Calculer la valeur de  $t$  ( $t_c$ ) corrigée pour le total des données censurées:

$$t_c = \left( \frac{1}{t_{0,95,N-2}} - \frac{(1-N/M)}{(N/8+4,5)} \right)^{-1} \quad (43)$$

#### a) Estimations de $Y$

Calculer la valeur estimée de  $Y$  correspondant au  $X$  donné et sa limite inférieure de confiance à 95 %:

$$\hat{Y}_c = \hat{Y} - t_c s_Y, \quad \hat{Y} = a + bx \quad (44)$$

$$s_Y^2 = \frac{s^2}{N} \left[ 1 + \frac{(X - \bar{x})^2}{\mu_2(x)} \right] \quad (45)$$

Pour la courbe de limite de confiance du graphique d'endurance thermique (voir 6.4),  $Y_c$  est calculé pour plusieurs paires ( $X, Y$ ) de valeurs sur la plage concernée, et la courbe est tracée par les points ( $X, Y_c$ ) portés sur le graphique.

Si  $F > F_0$ , la valeur de  $s^2$  doit être remplacée par  $s_a^2$  (Équation (42)).

#### b) Estimations de $X$

Calculer la valeur de  $\hat{X}$  et sa limite supérieure de confiance à 95 %, correspondant à un temps jusqu'au point limite  $\tau_f$ :

$$\hat{X}_c = \bar{x} + \frac{(Y - \bar{y})}{b_r} + \frac{t_c s_r}{b_r} \quad (46)$$

$$Y = \log \tau_f : \hat{X} = (Y - a) / b \quad (47)$$

$$b_r = b - \frac{t_c^2 s^2}{Nb \mu_2(x)} \quad (48)$$

$$s_r^2 = \frac{s^2}{N} \left( \frac{b_r}{b} + \frac{(\hat{X} - \bar{x})^2}{\mu_2(x)} \right) \quad (49)$$

L'estimation de la température et sa limite inférieure de confiance à 95 % doivent être calculées à partir de l'estimation correspondante de  $X$  et de sa limite supérieure de confiance:

$$\hat{\vartheta} = \frac{1}{\hat{X}} - \Theta_0 \quad , \quad \hat{\vartheta}_c = \frac{1}{\hat{X}_c} - \Theta_0 \quad (50)$$

## 6.4 Graphique d'endurance thermique

Lorsque la droite de régression a été déterminée, elle est tracée sur le graphique d'endurance thermique c'est-à-dire un graphique avec  $y = \log(\tau)$  comme ordonnée et  $x = 1/(\vartheta + \Theta_0)$  comme abscisse. Habituellement,  $x$  est tracé dans l'ordre croissant de la droite vers la gauche et les valeurs correspondantes de  $\vartheta$  en degrés Celsius (°C) sont portées sur cet axe (voir Figure D.1a) et Figure D.1b)). À cette fin, un papier graphique spécial peut être fourni.

En variante, un programme informatique effectuant ce calcul peut comprendre un sous-programme pour tracer le graphique sur l'échelle non linéaire appropriée.

Les valeurs individuelles  $y_{ij} = \log(\tau_{ij})$  et les valeurs moyennes  $\bar{y}_i$  obtenues selon 6.2.1 sont tracées sur le graphique aux valeurs correspondantes de  $x_i$ :

$$x_i = 1/(\vartheta_i + \Theta_0) \quad (51)$$

Le graphique d'endurance thermique peut être complété en traçant la courbe inférieure de confiance à 95 % (voir 6.3.3).

## 7 Calcul et exigences pour les résultats

### 7.1 Calcul des caractéristiques d'endurance thermique

En utilisant l'équation de régression

$$y = a + bx \quad (52)$$

(les coefficients  $a$  et  $b$  étant calculés selon 6.2.3), calculer la température en degrés Celsius (°C) correspondant à un temps jusqu'au point limite de 20 kh. La valeur numérique de cette température est l'indice de température, IT.

Calculer par la même méthode la valeur numérique de la température correspondant à un temps jusqu'au point limite de 10 kh, IT<sub>10</sub>. L'intervalle de division par deux IDC est:

$$IDC = IT_{10} - IT \quad (53)$$

Calculer par la méthode de 6.3.3 b), avec  $Y = \log 20000$ , la limite inférieure de confiance à 95 % de IT: TC ou TC<sub>a</sub> si la valeur ajustée  $s_a^2$  est utilisée.

Déterminer la valeur de  $(IT - TC)/IDC$  ou  $(IT - TC_a)/IDC$ .

Tracer le graphique d'endurance thermique (voir 6.4).

### 7.2 Synthèse des essais statistiques et compte rendu des résultats

Pour une synthèse des essais statistiques et le compte rendu des résultats, voir Annexe B. Dans le Tableau B.1, si la condition dans la colonne intitulée "Essai ou action" n'est pas satisfaite, l'action est celle indiquée dans la dernière colonne. Si la condition est satisfaite, l'action est celle indiquée à l'étape suivante. La même séquence est indiquée dans l'organigramme décisionnel pour le calcul des caractéristiques d'endurance thermique (voir Figure A.1 dans l'Annexe A).

### 7.3 Compte rendu des résultats

**7.3.1** Si la valeur de  $(IT - TC)/IDC$  est  $\leq 0,6$ , le résultat d'essai doit être consigné dans un rapport au format

$$\text{Consigner dans le rapport IT (IDC): xxx (xx,x)} \quad (54)$$

conformément à l'IEC 60216-1.

**7.3.2** Si  $0,6 < (IT - TC)/IDC \leq 1,6$ , et qu'en même temps,  $F \leq F_0$  (voir 6.3.2), la valeur

$$IT_a = TC + 0,6 IDC \quad (55)$$

ainsi que IDC doivent être consignés dans le rapport au format IT (IDC): xxx (xx,x).

**7.3.3** Dans tous les autres cas, le résultat doit être consigné dans le rapport au format

$$IT_g = \dots, \quad DIC_g = \dots \quad (56)$$

**7.3.4** Si un temps différent de 20 000 h a permis de déduire l'IT, le temps correspondant exprimé en kh doit être indiqué, suivi de "kh". Le format de l'IT est alors le suivant:

$$IT \text{ xx kh (IDC): xxx (xx,x)} \quad (57)$$

et de ce fait pour  $IT_a$  et  $IT_g$ .

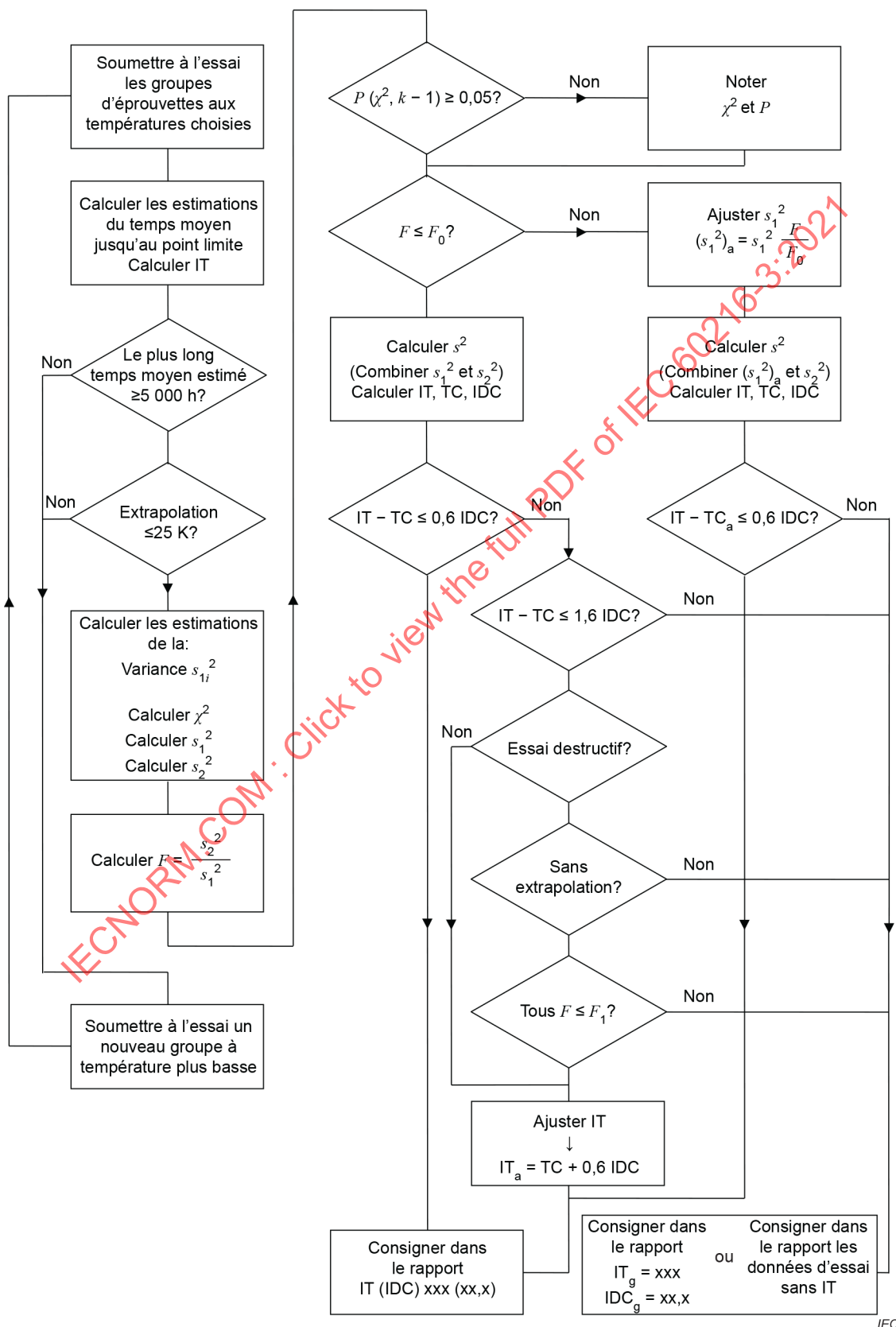
## 8 Rapport d'essai

Le rapport d'essai doit inclure

- a) une description du matériau soumis à l'essai comprenant les dimensions et tout conditionnement éventuel des éprouvettes;
- b) la propriété recherchée, le point limite choisi, et s'il a été exigé de la déterminer, la valeur initiale de la propriété;
- c) la méthode d'essai utilisée pour déterminer la propriété (par exemple, par référence à une publication IEC);
- d) toute information utile sur la méthode d'essai, par exemple l'environnement de vieillissement;
- e) chaque température d'essai, avec les données appropriées au type d'essai;
  - 1) pour les essais non destructifs, chaque temps jusqu'au point limite;
  - 2) pour les essais d'épreuve, le nombre et les durées des cycles de vieillissement, avec les nombres d'éprouvettes atteignant le point limite pendant les cycles;
  - 3) pour les essais destructifs, les temps de vieillissement et les valeurs individuelles de la propriété, avec les graphiques de variation de la propriété en fonction du temps de vieillissement;
- f) le graphique d'endurance thermique;
- g) l'indice de température et l'intervalle de division par deux, consignés dans le rapport au format défini en 7.3;
- h) les valeurs de  $\chi^2$  et  $P$  si 6.3.1 l'exige;
- i) les défaillances de premier cycle conformément à 5.1.3.

## Annexe A (normative)

### Organigramme décisionnel



IEC

Figure A.1 – Organigramme décisionnel

## Annexe B (normative)

### Tableau décisionnel

Tableau B.1 – Décisions et actions selon les essais

| Étape | Essai ou action <sup>a</sup>                                                               | Référence                 | Action si "NON" dans l'essai               |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|--------------------------------------------|
| 1     | Temps le plus long jusqu'au point limite $\geq 5\,000$ h                                   | 5.5 de l'IEC 60216-1:2013 | Aller à l'étape 15                         |
| 2     | Extrapolation $\leq 25$ K                                                                  | 5.5 de l'IEC 60216-1:2013 | Aller à l'étape 15                         |
| 3     | $P(\chi^2, f) \geq 0,05$                                                                   | 6.3.1                     | Noter $\chi^2$ et $P$<br>Aller à l'étape 4 |
| 4     | $F \leq F_0$                                                                               | 6.3.2                     | Aller à l'étape 12                         |
| 5     | $IT - TC \leq 0,6$ IDC                                                                     | 7.3                       | Aller à l'étape 7                          |
| 6     | <b>Consigner dans le rapport IT (IDC): xxx (xx,x)</b>                                      | 7.3                       |                                            |
| 7     | $IT - TC \leq 1,6$ IDC                                                                     | 7.3                       | Aller à l'étape 14                         |
| 8     | Critères d'essais destructifs utilisés                                                     | 6.1.4, étape 4            | Aller à l'étape 11                         |
| 9     | Les données étaient-elles traitées sans extrapolation ?                                    | 6.1.4, étape 4            | Aller à l'étape 14                         |
| 10    | Est-ce que toutes les valeurs de $F \leq F_1$ ?                                            | 6.1.4, étape 4            | Aller à l'étape 14                         |
| 11    | <b>Consigner dans le rapport <math>IT_a = TC + 0,6</math> IDC comme IT (IDC): ... (..)</b> | 7.3                       |                                            |
| 12    | $IT - TC_a \leq 0,6$ IDC                                                                   | 6.3.2                     | Aller à l'étape 14                         |
| 13    | <b>Consigner dans le rapport IT (IDC): xxx (xx,x)</b>                                      | 7.3                       |                                            |
| 14    | <b>Consigner dans le rapport <math>IT_g = xxx</math>, <math>IDC_g = xx,x</math></b>        | 7.3                       |                                            |
| 15    | Soumettre à l'essai un nouveau groupe à une température inférieure                         |                           |                                            |

<sup>a</sup> Les caractères en gras indiquent qu'il s'agit d'une action.

## Annexe C (informative)

### Tableaux statistiques

**Tableau C.1 – Coefficients pour les calculs de données censurées**

| $m$                                                                                                 | $n$ | $\alpha$          | $\beta$            | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| 5                                                                                                   | 3   | 614,470 506 172 8 | –100,380 198 559 7 | 0,000 000 000 0   | 860,448 288 888 9 |
| 5                                                                                                   | 4   | 369,315 310 001 2 | –70,671 293 489 9  | 472,493 715 084 2 | 874,074 589 444 7 |
| 6                                                                                                   | 4   | 395,414 213 960 5 | –58,270 118 352 3  | 222,691 521 846 8 | 835,765 030 646 5 |
| 6                                                                                                   | 5   | 272,528 723 805 2 | –44,098 885 093 6  | 573,512 612 381 5 | 887,106 668 142 6 |
| 7                                                                                                   | 4   | 415,588 035 156 3 | –46,540 155 273 4  | 0,000 000 000 0   | 841,774 673 437 5 |
| 7                                                                                                   | 5   | 289,191 447 008 9 | –38,006 043 810 7  | 364,264 215 381 5 | 837,368 126 781 9 |
| 7                                                                                                   | 6   | 215,514 679 687 5 | –30,136 366 210 9  | 642,234 560 615 2 | 898,799 440 429 7 |
| 8                                                                                                   | 5   | 302,255 954 330 4 | –32,045 551 009 5  | 173,745 192 558 9 | 823,132 502 297 0 |
| 8                                                                                                   | 6   | 227,132 033 490 0 | –26,714 924 272 0  | 462,394 689 655 8 | 845,589 167 341 7 |
| 8                                                                                                   | 7   | 178,019 204 785 1 | –21,890 905 564 9  | 692,008 291 149 8 | 908,717 523 176 5 |
| 9                                                                                                   | 5   | 312,981 200 000 0 | –26,384 270 000 0  | 0,000 000 000 0   | 830,502 200 000 0 |
| 9                                                                                                   | 6   | 236,385 800 000 0 | –23,298 610 000 0  | 296,052 630 000 0 | 821,317 260 000 0 |
| 9                                                                                                   | 7   | 186,640 100 000 0 | –19,789 890 000 0  | 534,460 180 000 0 | 855,209 670 000 0 |
| 9                                                                                                   | 8   | 151,512 000 000 0 | –16,614 080 000 0  | 729,711 990 000 0 | 917,058 320 000 0 |
| 10                                                                                                  | 6   | 244,119 156 089 0 | –20,004 774 072 9  | 142,373 900 284 7 | 815,821 088 682 6 |
| 10                                                                                                  | 7   | 193,620 588 004 7 | –17,666 360 481 4  | 386,952 601 761 8 | 825,759 043 775 3 |
| 10                                                                                                  | 8   | 158,230 060 832 0 | –15,243 793 158 2  | 589,634 132 230 7 | 864,621 929 488 4 |
| 10                                                                                                  | 9   | 131,803 038 236 3 | –13,034 762 797 6  | 759,253 366 384 2 | 924,098 919 253 1 |
| 11                                                                                                  | 6   | 250,685 932 098 8 | –16,853 035 429 5  | 0,000 000 000 0   | 822,972 912 731 5 |
| 11                                                                                                  | 7   | 199,469 546 848 7 | –15,583 654 537 4  | 249,259 995 307 9 | 812,630 898 625 4 |
| 11                                                                                                  | 8   | 163,699 612 133 7 | –13,837 118 255 7  | 457,209 096 574 3 | 832,548 816 179 9 |
| 11                                                                                                  | 9   | 137,229 924 382 7 | –12,100 190 779 3  | 633,229 292 467 8 | 873,335 541 088 0 |
| 11                                                                                                  | 10  | 116,591 321 046 4 | –10,496 956 971 8  | 783,017 794 944 4 | 930,088 037 299 4 |
| 12                                                                                                  | 7   | 204,534 992 422 9 | –13,576 711 024 4  | 120,574 855 492 1 | 810,980 305 184 0 |
| 12                                                                                                  | 8   | 168,329 219 660 0 | –12,443 988 079 5  | 332,551 955 767 4 | 814,726 902 133 0 |
| 12                                                                                                  | 9   | 141,642 522 967 4 | –11,121 946 667 6  | 513,149 341 538 3 | 840,062 504 581 7 |
| 12                                                                                                  | 10  | 121,088 479 244 8 | –9,835 950 775 4   | 668,539 265 126 9 | 881,240 032 296 2 |
| 12                                                                                                  | 11  | 104,506 080 037 5 | –8,633 379 584 8   | 802,544 129 235 6 | 935,228 223 004 9 |
| 13                                                                                                  | 7   | 208,940 611 828 4 | –11,645 614 282 7  | 0,000 000 000 0   | 817,592 186 339 0 |
| 13                                                                                                  | 8   | 172,346 425 140 0 | –11,086 526 420 1  | 215,202 335 515 1 | 807,269 942 297 3 |
| 13                                                                                                  | 9   | 145,417 868 782 7 | –10,147 234 899 2  | 399,323 652 033 8 | 819,318 009 509 0 |
| 13                                                                                                  | 10  | 124,737 192 422 5 | –9,130 008 532 8   | 558,746 158 905 5 | 847,590 859 692 6 |
| 13                                                                                                  | 11  | 108,301 805 863 3 | –8,151 081 966 3   | 697,715 856 087 3 | 888,359 118 118 9 |
| 13                                                                                                  | 12  | 94,679 614 970 6  | –7,225 211 787 4   | 818,869 702 877 8 | 939,679 419 663 9 |
| NOTE $\alpha$ , $\beta$ , $\mu$ et $\varepsilon$ sont tous rapportés à l'unité $1 \times 10^{-3}$ . |     |                   |                    |                   |                   |

| $m$ | $n$ | $\alpha$          | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|-----|-----|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 14  | 8   | 175,901 842 209 0 | –9,774 682 609 8 | 104,554 351 6980  | 807,510 679 332 7 |
| 14  | 9   | 148,706 654 321 0 | –9,189 143 374 5 | 291,514 076 5844  | 807,927 394 074 1 |
| 14  | 10  | 127,881 689 678 0 | –8,422 450 692 9 | 454,060 900 2065  | 825,039 882 806 3 |
| 14  | 11  | 111,381 769 972 9 | –7,626 697 130 2 | 596,623 583 2604  | 854,823 830 446 3 |
| 14  | 12  | 97,927 824 691 4  | –6,863 605 925 9 | 722,224 918 8477  | 894,761 415 308 6 |
| 14  | 13  | 86,536 307 523 1  | –6,135 526 882 2 | 832,719 252 4487  | 943,566 894 197 6 |
|     |     |                   |                  |                   |                   |
| 15  | 8   | 179,051 340 576 2 | –8,507 153 076 2 | 0,000 000 000 0   | 813,556 818 212 9 |
| 15  | 9   | 151,627 445 154 0 | –8,256 692 317 2 | 189,315 731 952 4 | 803,657 234 619 6 |
| 15  | 10  | 130,638 736 267 4 | –7,722 878 628 9 | 354,390 697 378 5 | 810,944 133 571 3 |
| 15  | 11  | 114,045 779 796 6 | –7,097 395 186 3 | 499,752 662 880 0 | 831,192 011 019 8 |
| 15  | 12  | 100,571 888 183 6 | –6,464 822 448 7 | 628,585 928 820 5 | 861,635 264 831 5 |
| 15  | 13  | 89,346 612 386 1  | –5,857 855 430 9 | 743,099 738 270 9 | 900,526 205 166 5 |
| 15  | 14  | 79,679 695 687 0  | –5,275 139 366 7 | 844,614 393 863 7 | 946,988 901 484 6 |
|     |     |                   |                  |                   |                   |
| 16  | 9   | 154,251 868 908 5 | –7,352 734 812 9 | 92,286 597 662 4  | 804,890 154 565 0 |
| 16  | 10  | 133,092 655 230 3 | –7,037 490 348 3 | 259,470 300 502 6 | 803,417 948 946 8 |
| 16  | 11  | 116,397 190 014 4 | –6,571 880 798 3 | 407,107 444 694 2 | 815,225 911 951 0 |
| 16  | 12  | 102,862 022 796 0 | –6,059 026 278 1 | 538,470 351 887 8 | 837,405 616 491 7 |
| 16  | 13  | 91,647 511 041 4  | –5,548 523 480 8 | 655,915 300 372 3 | 867,986 413 358 9 |
| 16  | 14  | 82,133 483 929 8  | –5,057 399 050 1 | 761,089 730 468 5 | 905,730 213 237 4 |
| 16  | 15  | 73,828 121 853 0  | –4,583 976 609 5 | 854,940 091 579 0 | 950,022 975 937 6 |
|     |     |                   |                  |                   |                   |
| 17  | 9   | 156,610 475 842 1 | –6,476 460 274 5 | 0,000 000 000 0   | 810,419 011 339 7 |
| 17  | 10  | 135,306 977 099 1 | –6,369 862 523 4 | 168,979 564 112 2 | 801,066 074 880 2 |
| 17  | 11  | 118,497 493 348 7 | –6,054 318 734 9 | 318,520 886 724 6 | 805,318 062 739 4 |
| 17  | 12  | 104,894 493 937 6 | –5,654 673 321 1 | 451,948 602 041 3 | 820,151 369 194 9 |
| 17  | 13  | 93,641 407 943 0  | –5,231 044 716 6 | 571,696 183 063 2 | 843,486 177 866 0 |
| 17  | 14  | 84,157 807 920 1  | –4,813 301 797 2 | 679,548 045 681 0 | 873,880 335 131 3 |
| 17  | 15  | 75,987 691 268 4  | –4,410 061 254 4 | 776,751 703 284 6 | 910,442 891 855 0 |
| 17  | 16  | 68,776 185 039 1  | –4,020 399 239 0 | 863,986 627 489 9 | 952,730 802 137 3 |
|     |     |                   |                  |                   |                   |
| 18  | 10  | 137,319 690 100 1 | –5,720 840 122 8 | 82,592 591 372 5  | 802,835 654 113 7 |
| 18  | 11  | 120,396 550 341 6 | –5,547 705 212 4 | 233,762 521 677 5 | 800,258 419 848 3 |
| 18  | 12  | 106,717 957 142 0 | –5,254 869 270 6 | 368,923 773 992 3 | 808,487 834 862 6 |
| 18  | 13  | 95,417 915 235 3  | –4,913 521 939 3 | 490,558 207 272 5 | 825,357 995 890 6 |
| 18  | 14  | 85,912 982 279 7  | –4,560 657 091 3 | 600,519 390 056 5 | 849,333 989 100 0 |
| 18  | 15  | 77,784 669 734 1  | –4,214 502 545 1 | 700,184 082 553 0 | 879,339 504 407 5 |
| 18  | 16  | 70,690 282 324 6  | –3,879 229 298 2 | 790,508 013 638 6 | 914,725 238 932 5 |
| 18  | 17  | 64,370 690 391 9  | –3,554 819 683 0 | 871,976 998 724 4 | 955,161 899 362 0 |
|     |     |                   |                  |                   |                   |
| 19  | 10  | 139,149 625 000 0 | –5,090 018 125 0 | 0,000 000 000 0   | 807,909 618 750 0 |
| 19  | 11  | 122,130 237 500 0 | –5,053 480 937 5 | 152,583 847 187 5 | 799,119 842 812 5 |
| 19  | 12  | 108,370 456 250 0 | –4,861 845 937 5 | 289,231 816 562 5 | 801,360 262 500 0 |
| 19  | 13  | 97,018 825 000 0  | –4,598 604 062 5 | 412,455 355 937 5 | 812,396 743 437 5 |
| 19  | 14  | 87,480 900 000 0  | –4,306 963 437 5 | 524,150 835 000 0 | 830,631 200 000 0 |
| 19  | 15  | 79,344 375 000 0  | –4,010 505 625 0 | 625,758 673 437 5 | 854,902 153 125 0 |
| 19  | 16  | 72,297 331 250 0  | –3,720 423 750 0 | 718,357 160 937 5 | 884,394 535 000 0 |
| 19  | 17  | 66,078 087 307 1  | –3,438 596 529 0 | 802,684 840 281 0 | 918,630 065 987 3 |
| 19  | 18  | 60,495 123 456 8  | –3,165 752 232 4 | 879,085 324 747 8 | 957,356 388 289 5 |

NOTE  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  et  $\varepsilon$  sont tous rapportés à l'unité  $1 \times 10^{-3}$ .

| $m$ | $n$ | $\alpha$          | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|-----|-----|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 20  | 11  | 123,720 724 690 7 | –4,571 903 849 4 | 74,739 952 689 8  | 801,179 011 626 4 |
| 20  | 12  | 109,882 247 113 5 | –4,477 035 548 8 | 212,683 662 366 2 | 797,948 281 173 8 |
| 20  | 13  | 98,473 823 238 1  | –4,287 939 233 2 | 337,273 238 927 2 | 803,677 721 219 6 |
| 20  | 14  | 88,899 384 983 5  | –4,054 686 452 3 | 450,433 824 821 7 | 816,713 086 237 3 |
| 20  | 15  | 80,740 119 043 3  | –3,804 781 413 9 | 553,643 825 389 0 | 835,843 732 032 9 |
| 20  | 16  | 73,694 598 203 3  | –3,553 609 281 2 | 648,041 435 461 8 | 860,173 538 768 6 |
| 20  | 17  | 67,524 357 313 6  | –3,308 057 336 8 | 734,481 449 050 2 | 889,078 451 004 8 |
| 20  | 18  | 62,027 051 120 2  | –3,068 869 206 8 | 813,538 080 764 9 | 922,202 807 269 0 |
| 20  | 19  | 57,059 331 163 4  | –2,837 292 341 8 | 885,449 527 637 9 | 959,347 069 438 1 |
|     |     |                   |                  |                   |                   |
| 21  | 11  | 125,180 504 268 8 | –4,102 787 081 4 | 0,000 000 000 0   | 805,857 221 187 1 |
| 21  | 12  | 111,274 858 447 6 | –4,101 040 726 7 | 139,085 614 417 5 | 797,605 437 620 2 |
| 21  | 13  | 99,807 327 895 4  | –3,982 732 403 3 | 264,868 574 231 4 | 798,472 591 530 8 |
| 21  | 14  | 90,192 703 419 5  | –3,805 109 379 9 | 379,291 522 952 8 | 806,763 785 482 7 |
| 21  | 15  | 82,006 895 840 0  | –3,599 696 102 2 | 483,858 887 792 2 | 821,225 961 821 7 |
| 21  | 16  | 74,946 575 450 5  | –3,384 632 353 4 | 579,743 276 288 7 | 840,921 205 171 3 |
| 21  | 17  | 68,784 814 683 3  | –3,170 115 019 5 | 667,856 652 288 5 | 865,147 773 729 6 |
| 21  | 18  | 63,335 741 064 5  | –2,960 377 331 2 | 748,883 265 049 3 | 893,423 810 538 9 |
| 21  | 19  | 58,441 207 543 7  | –2,755 639 453 1 | 823,271 305 249 0 | 925,482 471 420 9 |
| 21  | 20  | 53,992 487 284 4  | –2,557 464 289 7 | 891,180 261 676 2 | 961,160 991 780 3 |
|     |     |                   |                  |                   |                   |
| 22  | 12  | 112,562 249 376 3 | –3,733 942 654 3 | 68,249 899 230 9  | 799,813 456 437 8 |
| 22  | 13  | 101,038 358 565 9 | –3,683 676 456 5 | 195,088 306 477 2 | 796,200 753 033 8 |
| 22  | 14  | 91,380 460 456 0  | –3,559 186 854 7 | 310,616 120 426 8 | 800,134 506 430 3 |
| 22  | 15  | 83,165 536 713 6  | –3,396 328 281 6 | 416,355 757 299 6 | 810,324 221 550 3 |
| 22  | 16  | 76,085 740 665 3  | –3,215 758 572 9 | 513,502 991 079 9 | 825,800 027 083 5 |
| 22  | 17  | 69,915 447 090 2  | –3,029 759 742 9 | 603,001 704 223 8 | 845,821 800 161 5 |
| 22  | 18  | 64,479 595 568 7  | –2,845 164 997 2 | 685,591 100 846 1 | 869,833 743 632 6 |
| 22  | 19  | 59,631 110 650 6  | –2,664 566 007 3 | 761,823 205 764 4 | 897,461 327 883 1 |
| 22  | 20  | 55,245 182 109 6  | –2,487 974 468 3 | 832,048 472 778 3 | 928,502 565 642 9 |
| 22  | 21  | 51,238 188 548 3  | –2,317 111 964 4 | 896,367 325 561 6 | 962,820 644 707 6 |
|     |     |                   |                  |                   |                   |
| 23  | 12  | 113,753 114 824 5 | –3,375 661 462 4 | 0,000 000 000 0   | 804,147 498 958 3 |
| 23  | 13  | 102,180 592 915 5 | –3,391 035 253 9 | 127,779 779 922 2 | 796,393 802 656 5 |
| 23  | 14  | 92,478 714 378 2  | –3,317 568 453 9 | 244,286 853 730 7 | 796,302 286 039 9 |
| 23  | 15  | 84,232 065 039 4  | –3,195 430 410 7 | 351,054 316 620 9 | 802,558 394 510 6 |
| 23  | 16  | 77,130 671 601 8  | –3,047 956 733 6 | 449,294 709 215 6 | 814,162 196 954 9 |
| 23  | 17  | 70,946 228 319 6  | –2,889 128 739 5 | 539,972 715 916 5 | 830,348 307 946 7 |
| 23  | 18  | 65,506 773 051 7  | –2,727 427 071 3 | 623,857 738 790 5 | 850,523 990 198 2 |
| 23  | 19  | 60,674 543 903 7  | –2,567 467 256 7 | 701,554 759 605 1 | 874,245 203 107 7 |
| 23  | 20  | 56,331 747 664 1  | –2,410 824 975 7 | 773,511 902 625 0 | 901,219 290 370 3 |
| 23  | 21  | 52,378 971 244 4  | –2,257 458 807 1 | 840,003 110 782 9 | 931,291 926 725 9 |
| 23  | 22  | 48,750 967 330 6  | –2,109 138 220 4 | 901,084 347 837 2 | 964,344 871 037 5 |

NOTE  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  et  $\varepsilon$  sont tous rapportés à l'unité  $1 \times 10^{-3}$ .

| $m$ | $n$ | $\alpha$          | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|-----|-----|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 24  | 13  | 103,243 347 881 9 | –3,104 836 192 9 | 62,796 296 393 4  | 798,667 677 335 2 |
| 24  | 14  | 93,499 899 161 3  | –3,080 597 976 9 | 180,179 665 703 1 | 794,841 653 545 8 |
| 24  | 15  | 85,219 822 400 0  | –2,997 560 243 2 | 287,859 544 598 4 | 797,456 360 640 0 |
| 24  | 16  | 78,094 848 041 1  | –2,881 836 788 2 | 387,060 117 227 4 | 805,486 809 924 8 |
| 24  | 17  | 71,894 122 886 0  | –2,749 128 344 1 | 478,761 192 082 8 | 818,144 554 412 7 |
| 24  | 18  | 66,444 704 304 8  | –2,609 144 801 8 | 563,751 195 249 6 | 834,815 363 694 5 |
| 24  | 19  | 61,612 691 563 3  | –2,467 829 940 8 | 642,664 080 518 4 | 855,018 951 419 5 |
| 24  | 20  | 57,287 908 800 0  | –2,328 319 155 2 | 715,998 983 808 0 | 878,398 189 184 0 |
| 24  | 21  | 53,375 054 194 3  | –2,191 560 665 7 | 784,121 449 345 2 | 904,723 395 218 0 |
| 24  | 22  | 49,794 229 859 7  | –2,057 530 704 7 | 847,245 055 046 6 | 933,875 440 847 1 |
| 24  | 23  | 46,493 767 000 5  | –1,927 973 165 6 | 905,392 264 548 8 | 965,749 572 297 4 |
| 25  | 13  | 104,232 885 613 2 | –2,825 050 151 1 | 0,000 000 000 0   | 802,701 301 544 1 |
| 25  | 14  | 94,453 143 892 0  | –2,848 396 832 3 | 118,172 687 883 0 | 795,402 438 793 7 |
| 25  | 15  | 86,139 657 001 5  | –2,803 071 458 2 | 226,670 678 353 7 | 794,630 540 737 9 |
| 25  | 16  | 78,989 382 024 2  | –2,717 860 940 0 | 326,724 816 668 1 | 799,346 648 224 3 |
| 25  | 17  | 72,770 823 174 3  | –2,610 275 202 5 | 419,326 141 499 8 | 808,740 684 495 8 |
| 25  | 18  | 67,309 061 167 5  | –2,491 180 827 8 | 505,276 666 008 1 | 822,180 644 398 6 |
| 25  | 19  | 62,470 447 683 2  | –2,367 461 361 3 | 585,228 093 541 2 | 839,166 598 102 9 |
| 25  | 20  | 58,148 780 157 1  | –2,243 330 943 3 | 659,707 591 544 9 | 859,305 787 476 1 |
| 25  | 21  | 54,254 772 141 2  | –2,120 927 932 5 | 729,129 747 248 1 | 882,309 499 023 6 |
| 25  | 22  | 50,710 634 469 5  | –2,000 815 184 9 | 793,793 828 693 6 | 907,996 803 098 9 |
| 25  | 23  | 47,451 582 466 4  | –1,883 013 652 0 | 853,865 474 685 9 | 936,274 654 862 4 |
| 25  | 24  | 44,436 084 435 5  | –1,769 195 964 9 | 909,341 937 225 5 | 967,048 258 250 8 |
| 26  | 14  | 95,344 951 652 9  | –2,620 976 346 5 | 58,149 346 185 6  | 797,692 105 701 4 |
| 26  | 15  | 87,000 011 060 1  | –2,612 140 016 6 | 167,386 495 331 3 | 793,760 045 585 9 |
| 26  | 16  | 79,823 556 347 0  | –2,556 356 239 1 | 268,207 052 434 6 | 795,387 979 746 5 |
| 26  | 17  | 73,585 712 493 3  | –2,472 950 569 9 | 361,609 787 669 1 | 801,749 088 924 2 |
| 26  | 18  | 68,110 255 082 3  | –2,373 992 685 8 | 448,407 042 544 8 | 812,194 055 876 7 |
| 26  | 19  | 63,262 342 617 2  | –2,267 184 422 5 | 529,262 848 347 4 | 826,208 688 490 2 |
| 26  | 20  | 58,936 792 778 9  | –2,157 486 675 1 | 604,721 224 122 4 | 843,381 329 569 6 |
| 26  | 21  | 55,048 042 936 4  | –2,047 914 524 5 | 675,223 991 890 1 | 863,388 484 003 6 |
| 26  | 22  | 51,522 935 221 6  | –1,939 929 951 9 | 741,117 446 777 6 | 885,995 805 567 7 |
| 26  | 23  | 48,297 466 480 8  | –1,833 861 504 0 | 802,647 219 753 4 | 911,060 297 192 9 |
| 26  | 24  | 45,318 643 413 4  | –1,729 780 273 4 | 859,940 670 651 4 | 938,508 290 093 4 |
| 26  | 25  | 42,552 583 209 7  | –1,629 261 554 1 | 912,976 149 171 2 | 968,252 478 710 8 |

NOTE  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  et  $\varepsilon$  sont tous rapportés à l'unité  $1 \times 10^{-3}$ .

| $m$ | $n$ | $\alpha$         | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|-----|-----|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 27  | 14  | 96,179 952 415 7 | –2,398 330 795 0 | 0,000 000 000 0   | 801,462 097 378 7 |
| 27  | 15  | 87,807 233 951 0 | –2,424 824 879 2 | 109,908 447 002 3 | 794,576 240 291 9 |
| 27  | 16  | 80,604 908 585 4 | –2,397 518 691 3 | 211,422 762 924 1 | 793,315 879 921 6 |
| 27  | 17  | 74,346 695 559 0 | –2,337 441 207 8 | 305,545 934 609 8 | 796,846 398 872 9 |
| 27  | 18  | 68,856 363 573 0 | –2,257 899 609 6 | 393,098 036 470 7 | 804,502 877 056 5 |
| 27  | 19  | 63,997 827 886 1 | –2,167 418 784 4 | 474,752 453 008 4 | 815,757 617 370 5 |
| 27  | 20  | 59,665 408 004 9 | –2,071 567 175 3 | 551,064 568 013 3 | 830,186 793 990 7 |
| 27  | 21  | 55,774 966 628 5 | –1,973 967 843 6 | 622,492 414 801 3 | 847,448 219 212 0 |
| 27  | 22  | 52,256 650 509 1 | –1,876 793 609 6 | 689,408 781 849 6 | 867,273 947 639 7 |
| 27  | 23  | 49,049 953 893 3 | –1,781 045 141 6 | 752,104 268 197 1 | 889,473 159 384 9 |
| 27  | 24  | 46,101 825 203 4 | –1,686 910 857 4 | 810,780 782 969 1 | 913,932 486 779 3 |
| 27  | 25  | 43,368 537 622 7 | –1,594 507 505 2 | 865,534 983 389 9 | 940,592 671 976 3 |
| 27  | 26  | 40,822 044 246 6 | –1,505 300 292 0 | 916,331 145 646 2 | 969,372 165 667 9 |
| 28  | 15  | 88,566 025 912 5 | –2,241 132 818 2 | 54,142 478 801 1  | 796,851 152 756 7 |
| 28  | 16  | 81,339 370 105 7 | –2,241 441 397 0 | 156,288 646 095 9 | 792,882 432 527 5 |
| 28  | 17  | 75,060 373 981 7 | –2,203 940 607 0 | 251,064 797 130 7 | 793,761 059 837 3 |
| 28  | 18  | 69,554 150 197 3 | –2,143 147 145 2 | 339,296 241 903 9 | 798,810 986 602 2 |
| 28  | 19  | 64,683 999 121 8 | –2,068 438 756 0 | 421,663 641 341 7 | 807,491 370 564 5 |
| 28  | 20  | 60,343 313 763 4 | –1,985 966 124 9 | 498,730 858 604 3 | 819,367 766 769 3 |
| 28  | 21  | 56,447 978 854 4 | –1,899 822 629 5 | 570,966 583 043 2 | 834,086 917 498 6 |
| 28  | 22  | 52,929 720 988 9 | –1,812 683 033 9 | 638,759 337 098 7 | 851,362 210 800 1 |
| 28  | 23  | 49,730 866 708 1 | –1,726 122 211 5 | 702,425 476 425 6 | 870,970 736 294 0 |
| 28  | 24  | 46,800 965 426 3 | –1,640 824 982 1 | 762,209 793 536 6 | 892,756 725 488 4 |
| 28  | 25  | 44,095 734 093 7 | –1,556 898 149 9 | 818,278 335 252 4 | 916,630 022 383 7 |
| 28  | 26  | 41,578 780 488 7 | –1,474 495 826 6 | 870,703 044 247 0 | 942,542 088 687 8 |
| 28  | 27  | 39,226 562 034 9 | –1,394 969 127 3 | 919,437 834 977 3 | 970,415 906 516 9 |
| 29  | 15  | 89,279 883 950 6 | –2,061 068 353 9 | 0,000 000 000 0   | 800,388 437 037 0 |
| 29  | 16  | 82,031 509 834 9 | –2,088 154 781 9 | 102,724 036 530 3 | 793,877 036 548 2 |
| 29  | 17  | 75,732 129 652 0 | –2,072 559 754 0 | 198,095 960 802 7 | 792,263 582 227 8 |
| 29  | 18  | 70,209 350 617 3 | –2,029 914 279 8 | 286,943 773 786 0 | 794,868 014 074 1 |
| 29  | 19  | 65,326 705 651 2 | –1,970 453 580 3 | 369,953 573 812 1 | 801,138 249 032 6 |
| 29  | 20  | 60,976 857 817 2 | –1,900 926 199 3 | 447,695 899 552 2 | 810,629 267 057 7 |
| 29  | 21  | 57,075 122 222 2 | –1,825 852 469 1 | 520,647 203 374 5 | 822,979 169 012 3 |
| 29  | 22  | 53,553 594 979 1 | –1,748 283 440 2 | 589,206 152 039 4 | 837,890 741 721 5 |
| 29  | 23  | 50,356 178 834 6 | –1,670 211 381 3 | 653,704 451 693 1 | 855,122 458 451 0 |
| 29  | 24  | 47,434 795 061 7 | –1,592 782 963 0 | 714,411 894 115 2 | 874,488 236 049 4 |
| 29  | 25  | 44,747 071 219 0 | –1,516 466 229 5 | 771,535 321 180 3 | 895,860 662 948 3 |
| 29  | 26  | 42,255 794 376 7 | –1,441 322 471 7 | 825,211 204 490 1 | 919,167 805 180 3 |
| 29  | 27  | 39,930 419 412 0 | –1,367 534 108 1 | 875,491 537 135 3 | 944,369 090 532 7 |
| 29  | 28  | 37,750 921 973 1 | –1,296 339 683 3 | 922,322 734 544 5 | 971,391 163 917 5 |

NOTE  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  et  $\varepsilon$  sont tous rapportés à l'unité  $1 \times 10^{-3}$ .

| $m$                                                                                                 | $n$ | $\alpha$         | $\beta$          | $\mu$             | $\varepsilon$     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 30                                                                                                  | 16  | 82,684 820 885 4 | –1,937 664 400 8 | 50,652 014 573 0  | 796,118 572 279 5 |
| 30                                                                                                  | 17  | 76,366 256 465 8 | –1,943 349 624 5 | 146,570 247 501 8 | 792,158 476 319 7 |
| 30                                                                                                  | 18  | 70,826 762 953 8 | –1,918 317 017 4 | 235,981 114 359 5 | 792,461 131 587 5 |
| 30                                                                                                  | 19  | 65,930 930 098 6 | –1,873 623 032 8 | 319,574 313 579 2 | 796,467 129 928 9 |
| 30                                                                                                  | 20  | 61,571 167 864 8 | –1,816 627 096 1 | 397,925 628 146 2 | 803,721 454 578 9 |
| 30                                                                                                  | 21  | 57,662 159 653 0 | –1,752 277 838 5 | 471,517 592 025 1 | 813,853 822 773 7 |
| 30                                                                                                  | 22  | 54,135 742 160 1 | –1,683 950 682 5 | 540,756 077 379 4 | 826,559 615 528 3 |
| 30                                                                                                  | 23  | 50,936 394 609 4 | –1,613 946 311 8 | 605,982 564 971 8 | 841,586 818 964 2 |
| 30                                                                                                  | 24  | 48,017 520 085 7 | –1,543 759 560 3 | 667,481 860 128 2 | 858,730 910 242 0 |
| 30                                                                                                  | 25  | 45,338 701 707 0 | –1,474 228 249 3 | 725,485 016 653 2 | 877,836 129 828 8 |
| 30                                                                                                  | 26  | 42,864 116 365 2 | –1,405 671 510 2 | 780,167 231 081 2 | 898,798 090 502 7 |
| 30                                                                                                  | 27  | 40,562 288 770 8 | –1,338 127 121 8 | 831,640 469 649 9 | 921,559 182 169 8 |
| 30                                                                                                  | 28  | 38,407 368 531 3 | –1,271 797 397 1 | 879,940 590 381 4 | 946,084 740 241 1 |
| 30                                                                                                  | 29  | 36,382 112 999 3 | –1,207 813 151 8 | 925,008 722 656 2 | 972,304 453 992 4 |
| 31                                                                                                  | 16  | 83,301 992 538 5 | –1,789 978 738 8 | 0,000 000 000 0   | 799,449 240 316 8 |
| 31                                                                                                  | 17  | 76,966 136 087 7 | –1,816 327 048 7 | 96,420 883 672 2  | 793,277 568 074 3 |
| 31                                                                                                  | 18  | 71,410 327 810 5 | –1,808 419 671 8 | 186,348 933 495 6 | 791,408 319 114 9 |
| 31                                                                                                  | 19  | 66,500 911 757 5 | –1,778 059 7559  | 270,475 566 988 6 | 793,280 391 567 8 |
| 31                                                                                                  | 20  | 62,130 594 837 7 | –1,733 208 979 2 | 349,380 454 238 2 | 798,430 692 473 8 |
| 31                                                                                                  | 21  | 58,213 650 031 6 | –1,679 255 477 3 | 423,551 017 869 7 | 806,480 582 844 0 |
| 31                                                                                                  | 22  | 54,681 451 819 7 | –1,619 889 288 3 | 493,398 689 540 3 | 817,118 733 927 4 |
| 31                                                                                                  | 23  | 51,478 457 936 1 | –1,557 665 638 7 | 559,271 735 187 4 | 830,086 415 779 9 |
| 31                                                                                                  | 24  | 48,558 751 556 4 | –1,494 336 391 4 | 621,464 461 258 2 | 845,168 568 248 7 |
| 31                                                                                                  | 25  | 45,883 258 032 6 | –1,431 029 978 5 | 680,222 614 151 8 | 862,191 333 503 9 |
| 31                                                                                                  | 26  | 43,417 750 283 1 | –1,368 360 139 7 | 735,744 785 101 6 | 881,024 058 266 6 |
| 31                                                                                                  | 27  | 41,131 756 949 6 | –1,306 543 790 7 | 788,179 632 726 8 | 901,581 102 905 3 |
| 31                                                                                                  | 28  | 38,998 487 430 7 | –1,245 608 341 8 | 837,618 735 482 7 | 923,816 123 588 4 |
| 31                                                                                                  | 29  | 36,995 887 902 7 | –1,185 768 788 8 | 884,084 886 238 3 | 947,698 822 700 0 |
| 31                                                                                                  | 30  | 35,108 942 438 4 | –1,128 054 899 5 | 927,515 641 210 7 | 973,161 491 746 6 |
| NOTE $\alpha$ , $\beta$ , $\mu$ et $\varepsilon$ sont tous rapportés à l'unité $1 \times 10^{-3}$ . |     |                  |                  |                   |                   |

**Tableau C.2 – Fractiles de la loi de  $F$ ,  $F(0,95, f_n, f_d)$**

| $f$   | $f_n$ |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     |
| 10    | 4,965 | 4,103 | 3,708 | 3,478 | 3,326 | 3,217 | 3,135 | 3,072 | 3,020 |
| 11    | 4,844 | 3,982 | 3,587 | 3,357 | 3,204 | 3,095 | 3,012 | 2,948 | 2,896 |
| 12    | 4,747 | 3,885 | 3,490 | 3,259 | 3,106 | 2,996 | 2,913 | 2,849 | 2,796 |
| 13    | 4,667 | 3,806 | 3,411 | 3,179 | 3,025 | 2,915 | 2,832 | 2,767 | 2,714 |
| 14    | 4,600 | 3,739 | 3,344 | 3,112 | 2,958 | 2,848 | 2,764 | 2,699 | 2,646 |
| 15    | 4,543 | 3,682 | 3,287 | 3,056 | 2,901 | 2,790 | 2,707 | 2,641 | 2,588 |
| 16    | 4,494 | 3,634 | 3,239 | 3,007 | 2,852 | 2,741 | 2,657 | 2,591 | 2,538 |
| 17    | 4,451 | 3,592 | 3,197 | 2,965 | 2,810 | 2,699 | 2,614 | 2,548 | 2,494 |
| 18    | 4,414 | 3,555 | 3,160 | 2,928 | 2,773 | 2,661 | 2,577 | 2,510 | 2,456 |
| 19    | 4,381 | 3,522 | 3,127 | 2,895 | 2,740 | 2,628 | 2,544 | 2,477 | 2,423 |
| 20    | 4,351 | 3,493 | 3,098 | 2,866 | 2,711 | 2,599 | 2,514 | 2,447 | 2,393 |
| 25    | 4,242 | 3,385 | 2,991 | 2,759 | 2,603 | 2,490 | 2,405 | 2,337 | 2,282 |
| 30    | 4,171 | 3,316 | 2,922 | 2,690 | 2,534 | 2,421 | 2,334 | 2,266 | 2,211 |
| 40    | 4,085 | 3,232 | 2,839 | 2,606 | 2,449 | 2,336 | 2,249 | 2,180 | 2,124 |
| 50    | 4,034 | 3,183 | 2,790 | 2,557 | 2,400 | 2,286 | 2,199 | 2,130 | 2,073 |
| 100   | 3,936 | 3,087 | 2,696 | 2,463 | 2,305 | 2,191 | 2,103 | 2,032 | 1,975 |
| 500   | 3,860 | 3,014 | 2,623 | 2,390 | 2,232 | 2,117 | 2,028 | 1,957 | 1,899 |

| $f$   | $f_n$ |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18    |
| 10    | 2,978 | 2,943 | 2,913 | 2,887 | 2,865 | 2,845 | 2,828 | 2,812 | 2,798 |
| 11    | 2,854 | 2,818 | 2,788 | 2,761 | 2,739 | 2,719 | 2,701 | 2,685 | 2,671 |
| 12    | 2,753 | 2,717 | 2,687 | 2,660 | 2,637 | 2,617 | 2,599 | 2,583 | 2,568 |
| 13    | 2,671 | 2,635 | 2,604 | 2,577 | 2,554 | 2,533 | 2,515 | 2,499 | 2,484 |
| 14    | 2,602 | 2,565 | 2,534 | 2,507 | 2,484 | 2,463 | 2,445 | 2,428 | 2,413 |
| 15    | 2,544 | 2,507 | 2,475 | 2,448 | 2,424 | 2,403 | 2,385 | 2,368 | 2,353 |
| 16    | 2,494 | 2,456 | 2,425 | 2,397 | 2,373 | 2,352 | 2,333 | 2,317 | 2,302 |
| 17    | 2,450 | 2,413 | 2,381 | 2,353 | 2,329 | 2,308 | 2,289 | 2,272 | 2,257 |
| 18    | 2,412 | 2,374 | 2,342 | 2,314 | 2,290 | 2,269 | 2,250 | 2,233 | 2,217 |
| 19    | 2,378 | 2,340 | 2,308 | 2,280 | 2,256 | 2,234 | 2,215 | 2,198 | 2,182 |
| 20    | 2,348 | 2,310 | 2,278 | 2,250 | 2,225 | 2,203 | 2,184 | 2,167 | 2,151 |
| 25    | 2,236 | 2,198 | 2,165 | 2,136 | 2,111 | 2,089 | 2,069 | 2,051 | 2,035 |
| 30    | 2,165 | 2,126 | 2,092 | 2,063 | 2,037 | 2,015 | 1,995 | 1,976 | 1,960 |
| 40    | 2,077 | 2,038 | 2,003 | 1,974 | 1,948 | 1,924 | 1,904 | 1,885 | 1,868 |
| 50    | 2,026 | 1,986 | 1,952 | 1,921 | 1,895 | 1,871 | 1,850 | 1,831 | 1,814 |
| 100   | 1,927 | 1,886 | 1,850 | 1,819 | 1,792 | 1,768 | 1,746 | 1,726 | 1,708 |
| 500   | 1,850 | 1,808 | 1,772 | 1,740 | 1,712 | 1,686 | 1,664 | 1,643 | 1,625 |

|     | 19    | 20    | 25    | 30    | 40    | 50    | 100   | 500   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 10  | 2,785 | 2,774 | 2,730 | 2,700 | 2,661 | 2,637 | 2,588 | 2,548 |
| 11  | 2,658 | 2,646 | 2,601 | 2,570 | 2,531 | 2,507 | 2,457 | 2,415 |
| 12  | 2,555 | 2,544 | 2,498 | 2,466 | 2,426 | 2,401 | 2,350 | 2,307 |
| 13  | 2,471 | 2,459 | 2,412 | 2,380 | 2,339 | 2,314 | 2,261 | 2,218 |
| 14  | 2,400 | 2,388 | 2,341 | 2,308 | 2,266 | 2,241 | 2,187 | 2,142 |
| 15  | 2,340 | 2,328 | 2,280 | 2,247 | 2,204 | 2,178 | 2,123 | 2,078 |
| 16  | 2,288 | 2,276 | 2,227 | 2,194 | 2,151 | 2,124 | 2,068 | 2,022 |
| 17  | 2,243 | 2,230 | 2,181 | 2,148 | 2,104 | 2,077 | 2,020 | 1,973 |
| 18  | 2,203 | 2,191 | 2,141 | 2,107 | 2,063 | 2,035 | 1,978 | 1,929 |
| 19  | 2,168 | 2,155 | 2,106 | 2,071 | 2,026 | 1,999 | 1,940 | 1,891 |
| 20  | 2,137 | 2,124 | 2,074 | 2,039 | 1,994 | 1,966 | 1,907 | 1,856 |
| 25  | 2,021 | 2,007 | 1,955 | 1,919 | 1,872 | 1,842 | 1,779 | 1,725 |
| 30  | 1,945 | 1,932 | 1,878 | 1,841 | 1,792 | 1,761 | 1,695 | 1,637 |
| 40  | 1,853 | 1,839 | 1,783 | 1,744 | 1,693 | 1,660 | 1,589 | 1,526 |
| 50  | 1,798 | 1,784 | 1,727 | 1,687 | 1,634 | 1,599 | 1,525 | 1,457 |
| 100 | 1,691 | 1,676 | 1,616 | 1,573 | 1,515 | 1,477 | 1,392 | 1,308 |
| 500 | 1,607 | 1,592 | 1,528 | 1,482 | 1,419 | 1,376 | 1,275 | 1,159 |

Tableau C.3 – Fractiles de la loi de  $F$ ,  $F(0,995, f_n, f_d)$ 

| $f$   | $f_n$  |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 1      | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     |
| 10    | 12,826 | 9,427 | 8,081 | 7,343 | 6,872 | 6,545 | 6,302 | 6,116 | 5,968 |
| 11    | 12,226 | 8,912 | 7,600 | 6,881 | 6,422 | 6,102 | 5,865 | 5,682 | 5,537 |
| 12    | 11,754 | 8,510 | 7,226 | 6,521 | 6,071 | 5,757 | 5,525 | 5,345 | 5,202 |
| 13    | 11,374 | 8,186 | 6,926 | 6,233 | 5,791 | 5,482 | 5,253 | 5,076 | 4,935 |
| 14    | 11,060 | 7,922 | 6,680 | 5,998 | 5,562 | 5,257 | 5,031 | 4,857 | 4,717 |
| 15    | 10,798 | 7,701 | 6,476 | 5,803 | 5,372 | 5,071 | 4,847 | 4,674 | 4,536 |
| 16    | 10,575 | 7,514 | 6,303 | 5,638 | 5,212 | 4,913 | 4,692 | 4,521 | 4,384 |
| 17    | 10,384 | 7,354 | 6,156 | 5,497 | 5,075 | 4,779 | 4,559 | 4,389 | 4,254 |
| 18    | 10,218 | 7,215 | 6,028 | 5,375 | 4,956 | 4,663 | 4,445 | 4,276 | 4,141 |
| 19    | 10,073 | 7,093 | 5,916 | 5,268 | 4,853 | 4,561 | 4,345 | 4,177 | 4,043 |
| 20    | 9,944  | 6,986 | 5,818 | 5,174 | 4,762 | 4,472 | 4,257 | 4,090 | 3,956 |
| 25    | 9,475  | 6,598 | 5,462 | 4,835 | 4,433 | 4,150 | 3,939 | 3,776 | 3,645 |
| 30    | 9,180  | 6,355 | 5,239 | 4,623 | 4,228 | 3,949 | 3,742 | 3,580 | 3,450 |
| 40    | 8,828  | 6,066 | 4,976 | 4,374 | 3,986 | 3,713 | 3,509 | 3,350 | 3,222 |
| 50    | 8,626  | 5,902 | 4,826 | 4,232 | 3,849 | 3,579 | 3,376 | 3,219 | 3,092 |
| 100   | 8,241  | 5,589 | 4,542 | 3,963 | 3,589 | 3,325 | 3,127 | 2,972 | 2,847 |
| 500   | 7,950  | 5,355 | 4,330 | 3,763 | 3,396 | 3,137 | 2,941 | 2,789 | 2,665 |

| $f$   | $f_n$ |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18    |
| 10    | 5,847 | 5,746 | 5,661 | 5,589 | 5,526 | 5,471 | 5,422 | 5,379 | 5,340 |
| 11    | 5,418 | 5,320 | 5,236 | 5,165 | 5,103 | 5,049 | 5,001 | 4,959 | 4,921 |
| 12    | 5,085 | 4,988 | 4,906 | 4,836 | 4,775 | 4,721 | 4,674 | 4,632 | 4,595 |
| 13    | 4,820 | 4,724 | 4,643 | 4,573 | 4,513 | 4,460 | 4,413 | 4,372 | 4,334 |
| 14    | 4,603 | 4,508 | 4,428 | 4,359 | 4,299 | 4,247 | 4,200 | 4,159 | 4,122 |
| 15    | 4,424 | 4,329 | 4,250 | 4,181 | 4,122 | 4,070 | 4,024 | 3,983 | 3,946 |
| 16    | 4,272 | 4,179 | 4,099 | 4,031 | 3,972 | 3,920 | 3,875 | 3,834 | 3,797 |
| 17    | 4,142 | 4,050 | 3,971 | 3,903 | 3,844 | 3,793 | 3,747 | 3,707 | 3,670 |
| 18    | 4,030 | 3,938 | 3,860 | 3,793 | 3,734 | 3,683 | 3,637 | 3,597 | 3,560 |
| 19    | 3,933 | 3,841 | 3,763 | 3,696 | 3,638 | 3,587 | 3,541 | 3,501 | 3,465 |
| 20    | 3,847 | 3,756 | 3,678 | 3,611 | 3,553 | 3,502 | 3,457 | 3,416 | 3,380 |
| 25    | 3,537 | 3,447 | 3,370 | 3,304 | 3,247 | 3,196 | 3,151 | 3,111 | 3,075 |
| 30    | 3,344 | 3,255 | 3,179 | 3,113 | 3,056 | 3,006 | 2,961 | 2,921 | 2,885 |
| 40    | 3,117 | 3,028 | 2,953 | 2,888 | 2,831 | 2,781 | 2,737 | 2,697 | 2,661 |
| 50    | 2,988 | 2,900 | 2,825 | 2,760 | 2,703 | 2,653 | 2,609 | 2,569 | 2,533 |
| 100   | 2,744 | 2,657 | 2,583 | 2,518 | 2,461 | 2,411 | 2,367 | 2,326 | 2,290 |
| 500   | 2,562 | 2,476 | 2,402 | 2,337 | 2,281 | 2,230 | 2,185 | 2,145 | 2,108 |

| $f$   | $f_n$ |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $f_d$ | 19    | 20    | 25    | 30    | 40    | 50    | 100   | 500   |
| 10    | 5,305 | 5,274 | 5,153 | 5,071 | 4,966 | 4,902 | 4,772 | 4,666 |
| 11    | 4,886 | 4,855 | 4,736 | 4,654 | 4,551 | 4,488 | 4,359 | 4,252 |
| 12    | 4,561 | 4,530 | 4,412 | 4,331 | 4,228 | 4,165 | 4,037 | 3,931 |
| 13    | 4,301 | 4,270 | 4,153 | 4,073 | 3,970 | 3,908 | 3,780 | 3,674 |
| 14    | 4,089 | 4,059 | 3,942 | 3,862 | 3,760 | 3,698 | 3,569 | 3,463 |
| 15    | 3,913 | 3,883 | 3,766 | 3,687 | 3,585 | 3,523 | 3,394 | 3,287 |
| 16    | 3,764 | 3,734 | 3,618 | 3,539 | 3,437 | 3,375 | 3,246 | 3,139 |
| 17    | 3,637 | 3,607 | 3,492 | 3,412 | 3,311 | 3,248 | 3,119 | 3,012 |
| 18    | 3,527 | 3,498 | 3,382 | 3,303 | 3,201 | 3,139 | 3,009 | 2,901 |
| 19    | 3,432 | 3,402 | 3,287 | 3,208 | 3,106 | 3,043 | 2,913 | 2,804 |
| 20    | 3,347 | 3,318 | 3,203 | 3,123 | 3,022 | 2,959 | 2,828 | 2,719 |
| 25    | 3,043 | 3,013 | 2,898 | 2,819 | 2,716 | 2,652 | 2,519 | 2,406 |
| 30    | 2,853 | 2,823 | 2,708 | 2,628 | 2,524 | 2,459 | 2,323 | 2,207 |
| 40    | 2,628 | 2,598 | 2,482 | 2,401 | 2,296 | 2,230 | 2,088 | 1,965 |
| 50    | 2,500 | 2,470 | 2,353 | 2,272 | 2,164 | 2,097 | 1,951 | 1,821 |
| 100   | 2,257 | 2,227 | 2,108 | 2,024 | 1,912 | 1,840 | 1,681 | 1,529 |
| 500   | 2,075 | 2,044 | 1,922 | 1,835 | 1,717 | 1,640 | 1,460 | 1,260 |