

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC**

60444-2

Première édition
First edition
1980-01

**Mesure des paramètres des quartz
piézoélectriques par la technique
de phase nulle dans le circuit en π**

Partie 2:

Méthode de décalage de phase pour la mesure
de la capacité dynamique des quartz

**Measurement of quartz crystal unit parameters
by zero phase technique in a π -network**

Part 2:

Phase offset method for measurement of
motional capacitance of quartz crystal units



Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 60444-2: 1980

Numéros des publications

Depuis le 1^{er} janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000.

Publications consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles dans le Catalogue de la CEI.

Les renseignements relatifs à des questions à l'étude et des travaux en cours entrepris par le comité technique qui a établi cette publication, ainsi que la liste des publications établies, se trouvent dans les documents ci-dessous:

- «Site web» de la CEI*
- **Catalogue des publications de la CEI**
Publié annuellement et mis à jour régulièrement
(Catalogue en ligne)*
- **Bulletin de la CEI**
Disponible à la fois au «site web» de la CEI* et comme périodique imprimé

Terminologie, symboles graphiques et littéraux

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 60050: *Vocabulaire Electrotechnique International* (VEI).

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera la CEI 60027: *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique*, la CEI 60417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles*, et la CEI 60617: *Symboles graphiques pour schémas*.

* Voir adresse «site web» sur la page de titre.

Numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series.

Consolidated publications

Consolidated versions of some IEC publications including amendments are available. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available in the IEC catalogue.

Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is to be found at the following IEC sources:

- **IEC web site***
- **Catalogue of IEC publications**
Published yearly with regular updates
(On-line catalogue)*
- **IEC Bulletin**
Available both at the IEC web site* and as a printed periodical

Terminology, graphical and letter symbols

For general terminology, readers are referred to IEC 60050: *International Electrotechnical Vocabulary* (IEV).

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications IEC 60027: *Letter symbols to be used in electrical technology*, IEC 60417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets* and IEC 60617: *Graphical symbols for diagrams*.

* See web site address on title page.

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC**

60444-2

Première édition
First edition
1980-01

**Mesure des paramètres des quartz
piézoélectriques par la technique
de phase nulle dans le circuit en π**

Partie 2:

Méthode de décalage de phase pour la mesure
de la capacité dynamique des quartz

**Measurement of quartz crystal unit parameters
by zero phase technique in a π -network**

Part 2:

Phase offset method for measurement of
motional capacitance of quartz crystal units

© IEC 1980 Droits de reproduction réservés — Copyright - all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni
utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun
procédé, électronique ou mécanique, y compris la photo-
copie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in
any form or by any means, electronic or mechanical,
including photocopying and microfilm, without permission in
writing from the publisher.

International Electrotechnical Commission
Telefax: +41 22 919 0300

3, rue de Varembe Geneva, Switzerland
e-mail: inmail@iec.ch IEC web site <http://www.iec.ch>



Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE

J

Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue

SOMMAIRE

	Pages
PRÉAMBULE	4
PRÉFACE	4
Articles	
1. Domaine d'application	6
2. Principe de mesure	6
3. Circuit de mesure	6
4. Méthode de mesure	6
5. Erreurs de mesure	8
6. Autres méthodes de mesure	10
ANNEXE A	12

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60444-2:1980

CONTENTS

	Page
FOREWORD	5
PREFACE	5
Clause	
1. Scope	7
2. Principle of measurement	7
3. Measuring circuit	7
4. Method of measurement	7
5. Measurement errors	9
6. Other measuring methods	11
APPENDIX A	13

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60444-2:1980

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

**MESURE DES PARAMÈTRES DES QUARTZ PIÉZOÉLECTRIQUES PAR
LA TECHNIQUE DE PHASE NULLE DANS LE CIRCUIT EN π**

**Deuxième partie: Méthode de décalage de phase pour la mesure de la capacité
dynamique des quartz**

PRÉAMBULE

- 1) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparés par des Comités d'Etudes où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.
- 2) Ces décisions constituent des recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux.
- 3) Dans le but d'encourager l'unification internationale, la CEI exprime le vœu que tous les Comités nationaux adoptent dans leurs règles nationales le texte de la recommandation de la CEI, dans la mesure où les conditions nationales le permettent. Toute divergence entre la recommandation de la CEI et la règle nationale correspondante doit, dans la mesure du possible, être indiquée en termes clairs dans cette dernière.

PRÉFACE

La présente norme a été établie par le Comité d'Etudes N° 49 de la CEI: Dispositifs piézoélectriques pour la commande et le choix de la fréquence.

Elle constitue la deuxième partie de la série des publications de la CEI pour les méthodes de mesure par la technique de phase.

La Publication 444 comprend la méthode fondamentale pour la mesure de la fréquence de résonance et de la résistance de résonance des quartz piézoélectriques par la technique de phase nulle dans le circuit en π .

La Publication 444, une fois révisée, fera l'objet d'une deuxième édition en tant que Publication 444-1 de la CEI.

Un projet pour cette deuxième partie fut discuté lors de la réunion tenue à Baden-Baden en mars 1977. A la suite de cette réunion, le projet, document 49(Bureau Central)111, fut soumis à l'approbation des Comités nationaux suivant la Règle des Six Mois en juin 1978.

Les Comités nationaux des pays ci-après se sont prononcés explicitement en faveur de la publication:

Afrique du Sud (République d')	France
Allemagne	Japon
Belgique	Pologne
Canada	Royaume-Uni
Egypte	Suède
Espagne	Suisse
Etats-Unis d'Amérique	Turquie

Autre publication de la CEI citée dans la présente norme:

Publication n° 302: Définitions normalisées et méthodes de mesures pour les résonateurs piézoélectriques de fréquences inférieures à 30 MHz.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**MEASUREMENT OF QUARTZ CRYSTAL UNIT PARAMETERS
BY ZERO PHASE TECHNIQUE IN A π -NETWORK**

**Part 2: Phase offset method for measurement of motional capacitance
of quartz crystal units**

FOREWORD

- 1) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by Technical Committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.
- 2) They have the form of recommendations for international use and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 3) In order to promote international unification, the IEC expresses the wish that all National Committees should adopt the text of the IEC recommendation for their national rules in so far as national conditions will permit. Any divergence between the IEC recommendation and the corresponding national rules should, as far as possible, be clearly indicated in the latter.

PREFACE

This standard has been prepared by IEC Technical Committee No. 49: Piezoelectric Devices for Frequency Control and Selection.

It forms Part 2 of the series of IEC publications on phase measuring methods.

Publication 444 contains the basic method for the measurement of resonance frequency and resonance resistance of quartz crystal units by zero phase technique in a π -network.

Publication 444, when revised, will be issued as a second edition of IEC Publication 444-1.

A draft of Part 2 was discussed at the meeting held in Baden-Baden in March 1977. As a result of this meeting, the draft, Document 49(Central Office)111, was submitted to the National Committees for approval under the Six Months' Rule in June 1978.

The National Committees of the following countries voted explicitly in favour of publication:

Belgium	South Africa (Republic of)
Canada	Spain
Egypt	Sweden
France	Switzerland
Germany	Turkey
Japan	United Kingdom
Poland	United States of America

Other IEC publication quoted in this standard:

Publication No. 302: Standard Definitions and Methods of Measurement for Piezoelectric Vibrators Operating over the Frequency Range up to 30 MHz.

MESURE DES PARAMÈTRES DES QUARTZ PIÉZOÉLECTRIQUES PAR LA TECHNIQUE DE PHASE NULLE DANS LE CIRCUIT EN π

Deuxième partie: Méthode de décalage de phase pour la mesure de la capacité dynamique des quartz

1. Domaine d'application

La présente norme décrit une méthode de mesure de la capacité dynamique des quartz dans une gamme de fréquences de 1 MHz à 125 MHz avec une erreur totale de mesure de l'ordre de 5%.

L'avantage de cette méthode réside dans le fait qu'elle n'utilise que le circuit de mesure décrit dans la Publication 444 de la CEI et qu'elle évite donc l'utilisation d'autres éléments ou instruments additionnels qui pourraient être des sources d'erreur.

2. Principe de mesure

Cette méthode est fondée sur la mesure de la phase à la fréquence de résonance et au voisinage de celle-ci. La valeur de la capacité dynamique (C_1 sur la figure 1, page 16) est calculée à partir des valeurs mesurées de la fréquence de résonance des deux fréquences situées sur la courbe d'impédance de part et d'autre de la fréquence de résonance et présentant une différence de phase de grandeur égale et de signe contraire, et de la résistance de résonance.

La fréquence de résonance et la résistance de résonance sont mesurées conformément à l'article 6 de la Publication 444 de la CEI.

3. Circuit de mesure

Le circuit de mesure se compose essentiellement d'un circuit en π relié par des câbles coaxiaux aux appareils de mesure associés (voir figure 2, page 16). Les appareils de mesure associés sont les suivants:

- synthétiseur de fréquence
- atténuateurs
- circuit en dérivation
- phasemètre
- résistances de 50 Ω .

Le circuit en π et les appareils de mesure associés doivent répondre à toutes les prescriptions données dans l'article 5 de la Publication 444 de la CEI.

4. Méthode de mesure

- 4.1 L'étalonnage initial est effectué conformément au paragraphe 6.1 de la Publication 444 de la CEI.

MEASUREMENT OF QUARTZ CRYSTAL UNIT PARAMETERS BY ZERO PHASE TECHNIQUE IN A π -NETWORK

Part 2: Phase offset method for measurement of motional capacitance of quartz crystal units

1. Scope

This standard describes a method of measuring the motional capacitance of quartz crystal units in the frequency range 1 MHz to 125 MHz with a total measurement error of the order of 5%.

The advantage of this method is that it uses only the measuring circuit described in IEC Publication 444 and therefore avoids the use of additional elements or instruments which could be sources of error.

2. Principle of measurement

This method is based on the phase measurement at the resonance frequency and in its vicinity. The value of the motional capacitance (C_1 in Figure 1, page 16) is calculated from the measured values of resonance frequency, two frequencies lying on both sides of the impedance curve with a given phase difference equal in magnitude and opposite in sign, and the resonance resistance.

The resonance frequency and the resonance resistance are measured as given in Clause 6 of IEC Publication 444.

3. Measuring circuit

The measuring circuit consists basically of a π -network connected with coaxial cables to the associated measuring equipment (see Figure 2, page 16). The associated measuring equipment is as follows:

- frequency synthesizer
- attenuators
- power splitter
- phase meter
- 50 Ω resistors.

The π -network and the associated measuring equipment shall meet all the requirements given in Clause 5 of IEC Publication 444.

4. Method of measurement

4.1 Initial calibration is carried out in accordance with Sub-clause 6.1 of IEC Publication 444.

- 4.2 La fréquence de résonance f_r et la résistance de résonance R_r du quartz essayé sont mesurées conformément au paragraphe 6.2 de la Publication 444 de la CEI.
- 4.3 Le synthétiseur de fréquence est ajusté à la fréquence f_1 inférieure à la fréquence de résonance f_r et ensuite à la fréquence f_2 supérieure à f_r . Aux fréquences f_1 et f_2 , les déphasages par rapport à f_r sont de grandeur égale, mais de signe contraire (voir figure 3, page 17).
- 4.4 Les valeurs mesurées de f_r, f_1, f_2 et R_r sont utilisées dans les formules (1) et (2) pour le calcul de la capacité dynamique :

$$C_1 = \frac{\cot \varphi}{2\pi R_{\text{eff}}} \cdot \frac{f_2 - f_1}{f_r^2} \quad (1)$$

$$R_{\text{eff}} = 25 \, \Omega + R_r$$

Dans le cas où l'angle de phase $\varphi = \pm 45^\circ$, la formule pour le calcul de C_1 est :

$$C_1 = \frac{f_2 - f_1}{2\pi R_{\text{eff}} f_r^2} \quad (2)$$

5. Erreurs de mesure

Il y a plusieurs sources d'erreur de mesure.

La source principale est l'erreur dans la mesure de la résistance de résonance R_r . L'erreur relative pour la valeur de la capacité dynamique est :

$$\left(\frac{\delta C_1}{C_1} \right)_{R_r} = - \frac{\delta R_r}{R_r + 25 \, \Omega} \quad (3)$$

Pour la valeur

$$M \geq 20, \left(M = \frac{Q}{r}, r = \frac{C_0}{C_1} \right),$$

la grandeur de l'erreur en fonction de la valeur de la résistance de résonance mesurée et de l'erreur relative de la mesure de la résistance est donnée dans le diagramme de la figure 4, page 17.

L'erreur dans la mesure de phase aux fréquences f_1 et f_2 donnant le décalage de phase équivalent (valeur absolue) est maximale lorsque ces erreurs sont de signe contraire. Cette erreur est :

$$\left(\frac{\delta C_1}{C_1} \right)_{\varphi} = \frac{\cot(\varphi \pm \Delta \varphi) - \cot \varphi}{\cot \varphi} \quad (4)$$

La valeur de $\Delta \varphi$ est la valeur algébrique moyenne des erreurs de phase aux fréquences f_1 et f_2 en tenant compte du signe de l'erreur. Pour le cas où φ est égal à 45° l'erreur est :

$$\left(\frac{\delta C_1}{C_1} \right)_{\varphi} = \frac{1}{57,2} (\Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2) \quad (5)$$

La figure 5, page 18, donne l'erreur relative de mesure de la capacité dynamique pour trois valeurs différentes de l'angle de phase.

- 4.2 The resonance frequency f_r and the resonance resistance R_r of the crystal unit under test are measured as described in Sub-clause 6.2 of IEC Publication 444.
- 4.3 The frequency synthesizer is adjusted at the frequency f_1 lower than the resonance frequency f_r and then at the frequency f_2 which is higher than f_r . At frequencies f_1 and f_2 the phase shifts with respect to f_r are equal in magnitude, but opposite in sign (see Figure 3, page 17).
- 4.4 The measured values of f_r, f_1, f_2 and R_r are used in the formulae (1) and (2) for calculation of motional capacitance:

$$C_1 = \frac{\cot \varphi}{2\pi R_{\text{eff}}} \cdot \frac{f_2 - f_1}{f_r^2} \quad (1)$$

$$R_{\text{eff}} = 25 \, \Omega + R_r$$

In the case when the phase angle $\varphi = \pm 45^\circ$, the formula for calculating C_1 is:

$$C_1 = \frac{f_2 - f_1}{2\pi R_{\text{eff}} f_r^2} \quad (2)$$

5. Measurement errors

There are several sources of measurement errors.

The main source of error is the error in the measurement of resonance resistance R_r . The relative error for the value of motional capacitance is:

$$\left(\frac{\delta C_1}{C_1} \right)_{R_r} = - \frac{\delta R_r}{R_r + 25 \, \Omega} \quad (3)$$

For the value

$$M \geq 20, \left(M = \frac{Q}{r}, r = \frac{C_0}{C_1} \right),$$

the magnitude of error as a function of the measured value of resonance resistance and the relative error of resistance measurement is given in the graph of Figure 4, page 17.

The error in phase measurement, at the frequencies f_1 and f_2 giving an equivalent phase offset (absolute value), is highest when these errors have opposite signs. The error is:

$$\left(\frac{\delta C_1}{C_1} \right)_{\varphi} = \frac{\cot(\varphi \pm \Delta \varphi) - \cot \varphi}{\cot \varphi} \quad (4)$$

The value of $\Delta \varphi$ is the mean algebraic value of phase errors at the frequencies f_1 and f_2 taking into account the error sign. For the case when φ equals 45° the error is:

$$\left(\frac{\delta C_1}{C_1} \right)_{\varphi} = \frac{1}{57.2} (\Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2) \quad (5)$$

Figure 5, page 18, gives the relative error of motional capacitance measurement for three different values of phase angle.

L'erreur résultant de la présence de la capacité parallèle C_0 pour différents décalages de phase est donnée par la formule suivante :

$$\left(\frac{\delta C_1}{C_1}\right) C_0 = \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{4}{M^2} + \frac{4}{M} \operatorname{tg} \varphi} + \sqrt{1 - \frac{4}{M^2} - \frac{4}{M} \operatorname{tg} \varphi}} \quad (6)$$

et elle est représentée à la figure 6, page 18.

6. Autres méthodes de mesure

D'autres méthodes de mesure, telles que la méthode de la capacité de charge, spécifiée dans la Publication 302 de la CEI, peuvent être utilisées. La méthode spécifiée dans la Publication 302 peut être aussi utilisée avec la technique de phase nulle, spécifiée dans la Publication 444 de la CEI, à condition que l'on ait mis un soin particulier dans la construction du circuit en π et dans la méthode d'insertion de la capacité dans ce circuit. Ces précautions s'appliquent spécialement aux fréquences élevées. Dans les cas douteux, la méthode de décalage de phase définie dans la présente publication doit être utilisée comme méthode de référence.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60442-1997

The error which results from the presence of parallel capacitance C_0 for different phase offsets is given by the formula:

$$\left(\frac{\delta C_1}{C_1}\right)_{C_0} = \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{4}{M^2} + \frac{4}{M} \tan \varphi} + \sqrt{1 - \frac{4}{M^2} - \frac{4}{M} \tan \varphi}} \quad (6)$$

and is shown in Figure 6, page 18.

6. Other measuring methods

Other methods of measurement, such as the load capacitance method specified in IEC Publication 302, may be used. The method specified in IEC Publication 302 can also be used with the zero phase technique specified in IEC Publication 444, providing that particular care is taken with regard to the construction of the π -network and to the methods of insertion of the capacitance into this network. These precautions especially apply at higher frequencies. In cases of doubt, the phase offset method as defined in this publication should be used as a reference method.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60441-1:2015

ANNEXE A

Les quartz peuvent être représentés par un circuit équivalent montré à la figure 1, page 16 (voir Publication 302 de la CEI, paragraphe 1.1). Au voisinage de la fréquence de résonance série on peut ne pas tenir compte de l'influence de la capacité parallèle C_0 .

Note. — Il convient d'ajouter C_0 pour obtenir des mesures plus précises. L'influence de C_0 peut être déterminée d'après le facteur de mérite $M = Q/r$ (voir Publication 302 de la CEI, page 20). La figure 6, page 18, montre la relation à laquelle on peut s'attendre entre le décalage de l'angle de phase, le facteur de mérite et l'erreur relative en pour-cent de la mesure de C_1 .

L'équation qui donne l'impédance est la suivante:

$$|\bar{Z}| e^{j\varphi} = R_1 + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) = \bar{Z} \quad (\text{A1})$$

$$R_1 + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) = |\bar{Z}| \cos \varphi + j |\bar{Z}| \sin \varphi \quad (\text{A2})$$

En égalisant les parties réelles et les parties imaginaires de l'équation (A2) on obtient:

$$R_1 = |\bar{Z}| \cos \varphi \quad (\text{A3})$$

$$\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = |\bar{Z}| \sin \varphi$$

La substitution des fréquences f_1 , f_2 et f_r (voir figure 3, page 17) dans l'équation (A3) donne les équations suivantes:

$$(a) \quad \text{où} \quad f = f_1; \quad f_1 < f_r; \quad -90^\circ < \varphi < 0 \quad (\text{A4})$$

$$R_1 = |\bar{Z}| \cos |\varphi|$$

$$2\pi f_1 L_1 - \frac{1}{2\pi f_1 C_1} = |\bar{Z}| \sin |\varphi|$$

$$(b) \quad \text{où} \quad f = f_2; \quad f_2 > f_r; \quad 90^\circ > \varphi > 0 \quad (\text{A5})$$

$$R_1 = |\bar{Z}| \cos \varphi$$

$$2\pi f_2 L_1 - \frac{1}{2\pi f_2 C_1} = |\bar{Z}| \sin \varphi$$

$$(c) \quad \text{où} \quad f = f_r; \quad \varphi = 0 \quad (\text{A6})$$

$$R_1 = |\bar{Z}|$$

$$2\pi f_r L_1 - \frac{1}{2\pi f_r C_1} = 0, \quad \text{où} \quad f_r \cong f_s$$

APPENDIX A

Quartz crystal units can be represented by an equivalent circuit shown in Figure 1, page 16 (see IEC Publication 302, Sub-clause 1.1). In the vicinity of the series resonance frequency, the influence of parallel capacitance C_0 can be disregarded.

Note. — For more precise measurements C_0 should be included. The influence of C_0 can be assessed by examining the figure of merit $M = Q/r$ (see IEC Publication 302, page 21). Figure 6, page 18, shows the relationship between the phase angle offset, the figure of merit and the percentage fractional error in the measurement of C_1 to be expected.

The equation for the impedance is:

$$|\bar{Z}| e^{j\varphi} = R_1 + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) = \bar{Z} \quad (\text{A1})$$

$$R_1 + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) = |\bar{Z}| \cos \varphi + j |\bar{Z}| \sin \varphi \quad (\text{A2})$$

Equalizing real and imaginary parts of equation (A2) yields:

$$R_1 = |\bar{Z}| \cos \varphi \quad (\text{A3})$$

$$\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = |\bar{Z}| \sin \varphi$$

Substitution of frequencies f_1 , f_2 and f_r (see Figure 3, page 17) in equation (A3) yields the following equations:

$$(a) \text{ where } f = f_1; f_1 < f_r; -90^\circ < \varphi < 0 \quad (\text{A4})$$

$$R_1 = |\bar{Z}| \cos |\varphi|$$

$$2\pi f_1 L_1 - \frac{1}{2\pi f_1 C_1} = |\bar{Z}| \sin |\varphi|$$

$$(b) \text{ where } f = f_2; f_2 > f_r; 90^\circ > \varphi > 0 \quad (\text{A5})$$

$$R_1 = |\bar{Z}| \cos \varphi$$

$$2\pi f_2 L_1 - \frac{1}{2\pi f_2 C_1} = |\bar{Z}| \sin \varphi$$

$$(c) \text{ where } f = f_r; \varphi = 0 \quad (\text{A6})$$

$$R_1 = |\bar{Z}|$$

$$2\pi f_r L_1 - \frac{1}{2\pi f_r C_1} = 0, \text{ where } f_r \cong f_s$$

Des équations (A3), (A4), (A5) et (A6) il est possible d'obtenir les équations de la forme:

$$2\pi f_1 L_1 - \frac{1}{2\pi f_1 C_1} = R_1 \operatorname{tg} \varphi_1 \quad (\text{A7})$$

$$2\pi f_2 L_1 - \frac{1}{2\pi f_2 C_1} = R_1 \operatorname{tg} \varphi_2$$

où $\varphi_1 = \varphi_2$

Après avoir résolu les équations (A7), l'équation pour la capacité dynamique C_1 devient:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 \operatorname{tg} \varphi} \cdot \frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2} \quad (\text{A8})$$

où $R_1 = R_r$.

Comme le quartz est mesuré dans le circuit en π et est chargé par 25Ω , on obtient:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi (R_r + 25 \Omega) \operatorname{tg} \varphi} \cdot \frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2}$$

Soit, approximativement:

$$f_1 f_2 \cong f_r^2$$
$$C_1 \cong \frac{\cot \varphi}{2\pi (R_r + 25 \Omega)} \cdot \frac{f_2 - f_1}{f_r^2} \quad (\text{A9})$$

From equations (A3), (A4), (A5) and (A6) it is possible to obtain equations in the form:

$$2\pi f_1 L_1 - \frac{1}{2\pi f_1 C_1} = R_1 \tan \varphi_1 \quad (\text{A7})$$

$$2\pi f_2 L_1 - \frac{1}{2\pi f_2 C_1} = R_1 \tan \varphi_2$$

where $\varphi_1 = \varphi_2$

By solving equations (A7), the equation for motional capacitance C_1 becomes:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 \tan \varphi} \cdot \frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2} \quad (\text{A8})$$

where $R_1 = R_r$.

As the crystal unit is measured in a π -network and is loaded with 25Ω , one obtains:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi (R_r + 25 \Omega) \tan \varphi} \cdot \frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2}$$

Approximating:

$$f_1 f_2 \cong f_r^2$$

$$C_1 \cong \frac{\cot \varphi}{2\pi (R_r + 25 \Omega)} \cdot \frac{f_2 - f_1}{f_r^2} \quad (\text{A9})$$