

**NORME  
INTERNATIONALE  
INTERNATIONAL  
STANDARD**

**CEI  
IEC  
444-5**

Première édition  
First edition  
1995-03

---

---

**Mesure des paramètres des résonateurs  
à quartz –**

**Partie 5:**

Méthodes pour la détermination des paramètres  
électriques équivalents utilisant des analyseurs  
automatiques de réseaux et correction des erreurs

**Measurement of quartz crystal unit parameters –**

**Part 5:**

Methods for the determination of equivalent  
electrical parameters using automatic network  
analyzer techniques and error correction



Numéro de référence  
Reference number  
CEI/IEC 444-5: 1995

## Numéros des publications

Depuis le 1<sup>er</sup> janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000.

## Publications consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

## Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles dans le Catalogue de la CEI.

Les renseignements relatifs à des questions à l'étude et des travaux en cours entrepris par le comité technique qui a établi cette publication, ainsi que la liste des publications établies, se trouvent dans les documents ci-dessous:

- «Site web» de la CEI\*
- **Catalogue des publications de la CEI**  
Publié annuellement et mis à jour régulièrement  
(Catalogue en ligne)\*
- **Bulletin de la CEI**  
Disponible à la fois au «site web» de la CEI et comme périodique imprimé

## Terminologie, symboles graphiques et littéraux

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 60050: *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI)*.

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera la CEI 60027: *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique*, la CEI 60417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles*, et la CEI 60617: *Symboles graphiques pour schémas*.

\* Voir adresse «site web» sur la page de titre.

## Numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series.

## Consolidated publications

Consolidated versions of some IEC publications including amendments are available. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

## Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available in the IEC catalogue.

Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is to be found at the following IEC sources:

- **IEC web site\***
- **Catalogue of IEC publications**  
Published yearly with regular updates  
  
(On-line catalogue)\*
- **IEC Bulletin**  
Available both at the IEC web site\* and as a printed periodical

## Terminology, graphical and letter symbols

For general terminology, readers are referred to IEC 60050: *International Electrotechnical Vocabulary (IEV)*.

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications IEC 60027: *Letter symbols to be used in electrical technology*, IEC 60417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets* and IEC 60617: *Graphical symbols for diagrams*.

\* See web site address on title page.

NORME  
INTERNATIONALE  
INTERNATIONAL  
STANDARD

CEI  
IEC  
444-5

Première édition  
First edition  
1995-03

---

---

**Mesure des paramètres des résonateurs  
à quartz –**

**Partie 5:**

Méthodes pour la détermination des paramètres  
électriques équivalents utilisant des analyseurs  
automatiques de réseaux et correction des erreurs

**Measurement of quartz crystal unit parameters –**

**Part 5:**

Methods for the determination of equivalent  
electrical parameters using automatic network  
analyzer techniques and error correction

© CEI 1995 Droits de reproduction réservés — Copyright — all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni  
utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun pro-  
cédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et  
les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in  
any form or by any means, electronic or mechanical,  
including photocopying and microfilm, without permission  
in writing from the publisher.

Bureau Central de la Commission Electrotechnique Internationale 3, rue de Varembe Genève, Suisse

---

---



Commission Electrotechnique Internationale  
International Electrotechnical Commission  
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX  
PRICE CODE

X

Pour prix, voir catalogue en vigueur  
For price, see current catalogue

## SOMMAIRE

|                                                                                                     | Pages |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| AVANT-PROPOS .....                                                                                  | 4     |
| Articles                                                                                            |       |
| 1 Domaine d'application.....                                                                        | 6     |
| 2 Introduction .....                                                                                | 6     |
| 2.1 Généralités .....                                                                               | 6     |
| 2.2 Méthodes de mesure de l'admittance.....                                                         | 8     |
| 2.3 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent .....                | 12    |
| 2.4 Références normatives .....                                                                     | 12    |
| 3 Méthodes de mesure.....                                                                           | 14    |
| 3.1 Généralités .....                                                                               | 14    |
| 3.2 Contrôle de l'environnement .....                                                               | 14    |
| 3.3 Etalonnage .....                                                                                | 14    |
| 3.4 Niveau d'excitation .....                                                                       | 14    |
| 3.5 Mesures de $C_0$ .....                                                                          | 14    |
| 3.6 Choix des fréquences de mesure.....                                                             | 16    |
| 3.7 Collecte des données .....                                                                      | 16    |
| 3.8 Correction des données.....                                                                     | 18    |
| 3.9 Calcul de l'admittance.....                                                                     | 18    |
| 3.10 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent .....               | 18    |
| 4 Choix de la méthode de mesure de l'admittance.....                                                | 18    |
| 4.1 Généralités .....                                                                               | 18    |
| 4.2 Avantages et inconvénients de la méthode des paramètres $S$ de réflexion à une porte.....       | 18    |
| 4.3 Avantages et inconvénients de la méthode des paramètres $S$ de transmission à deux portes ..... | 20    |
| 4.4 Avantages et inconvénients de la méthode de transmission directe .....                          | 20    |
| 5 Techniques d'étalonnage.....                                                                      | 22    |
| 5.1 Méthode des paramètres $S$ .....                                                                | 22    |
| 5.2 Méthode de transmission directe .....                                                           | 22    |
| 5.3 Vérification de l'étalonnage .....                                                              | 22    |
| 6 Mesures des basses fréquences .....                                                               | 24    |
| 7 Analyse de l'admittance et l'évaluation des paramètres du circuit équivalent.....                 | 24    |
| 7.1 Méthode générale d'ajustement des moindres carrés .....                                         | 24    |
| 7.2 Méthode linéaire d'ajustement des moindres carrés .....                                         | 26    |
| 7.3 Méthode d'ajustement de cercle .....                                                            | 32    |
| 7.4 Méthode d'itération à deux points .....                                                         | 36    |
| 8 Erreurs de mesure, instruments et montages d'essai .....                                          | 40    |
| 8.1 Commentaires généraux .....                                                                     | 40    |
| 8.2 Conditions de mesures.....                                                                      | 40    |
| 8.3 Reproductibilité.....                                                                           | 42    |
| 8.4 Mesures et montages d'essai .....                                                               | 42    |
| Figures .....                                                                                       | 48    |
| Annexes                                                                                             |       |
| A Etalonnage .....                                                                                  | 70    |
| B Mesure des basses fréquences .....                                                                | 92    |
| C Bibliographie .....                                                                               | 100   |

## CONTENTS

|                                                                                          | Page |
|------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| FOREWORD .....                                                                           | 5    |
| Clause                                                                                   |      |
| 1 Scope .....                                                                            | 7    |
| 2 Introduction .....                                                                     | 7    |
| 2.1 General .....                                                                        | 7    |
| 2.2 Methods of admittance measurement .....                                              | 9    |
| 2.3 Admittance analysis and estimation of equivalent circuit parameters .....            | 13   |
| 2.4 Normative references .....                                                           | 13   |
| 3 Measurement procedures .....                                                           | 15   |
| 3.1 General .....                                                                        | 15   |
| 3.2 Environmental control.....                                                           | 15   |
| 3.3 Calibration .....                                                                    | 15   |
| 3.4 Level of drive .....                                                                 | 15   |
| 3.5 $C_0$ measurements .....                                                             | 15   |
| 3.6 Choice of measurement frequencies .....                                              | 17   |
| 3.7 Data collection.....                                                                 | 17   |
| 3.8 Data correction .....                                                                | 19   |
| 3.9 Admittance calculation .....                                                         | 19   |
| 3.10 Admittance analysis and estimation of the equivalent circuit parameters .....       | 19   |
| 4 Choice of admittance measurement method.....                                           | 19   |
| 4.1 General .....                                                                        | 19   |
| 4.2 Advantages and disadvantages of the one-port $S$ -parameter reflection method .....  | 19   |
| 4.3 Advantages and disadvantages of the two-port $S$ -parameter transmission method..... | 21   |
| 4.4 Advantages and disadvantages of the direct transmission method .....                 | 21   |
| 5 Calibration techniques .....                                                           | 23   |
| 5.1 $S$ -parameter method .....                                                          | 23   |
| 5.2 Direct transmission method .....                                                     | 23   |
| 5.3 Verification of calibration .....                                                    | 23   |
| 6 Low-frequency measurements.....                                                        | 25   |
| 7 Admittance analysis and estimation of the equivalent circuit parameters .....          | 25   |
| 7.1 General least-squares fitting method .....                                           | 25   |
| 7.2 Linear least-squares fitting procedure.....                                          | 27   |
| 7.3 Circle-fitting method.....                                                           | 33   |
| 7.4 Two-point iterative method.....                                                      | 37   |
| 8 Measurement errors, instrumentation and test fixtures .....                            | 41   |
| 8.1 General comments .....                                                               | 41   |
| 8.2 Measurement conditions .....                                                         | 41   |
| 8.3 Reproducibility .....                                                                | 43   |
| 8.4 Measurement and test fixtures .....                                                  | 43   |
| Figures .....                                                                            | 49   |
| Annexes                                                                                  |      |
| A Calibration .....                                                                      | 71   |
| B Low-frequency measurement.....                                                         | 93   |
| C Bibliography.....                                                                      | 100  |

## COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

## MESURE DES PARAMÈTRES DES RÉSONATEURS À QUARTZ –

## Partie 5: Méthodes pour la détermination des paramètres électriques équivalents utilisant des analyseurs automatiques de réseaux et correction des erreurs

## AVANT-PROPOS

- 1) La CEI (Commission Electrotechnique Internationale) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de la CEI). La CEI a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, la CEI, entre autres activités, publie des Normes internationales. Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec la CEI, participent également aux travaux. La CEI collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparés par les comités d'études où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.
- 3) Ces décisions constituent des recommandations internationales publiées sous forme de normes, de rapports techniques ou de guides et agréées comme telles par les Comités nationaux.
- 4) Dans le but d'encourager l'unification internationale, les Comités nationaux de la CEI s'engagent à appliquer de façon transparente, dans toute la mesure possible, les Normes internationales de la CEI dans leurs normes nationales et régionales. Toute divergence entre la norme de la CEI et la norme nationale ou régionale correspondante doit être indiquée en termes clairs dans cette dernière.

La Norme internationale CEI 444-5 a été établie par le comité d'études 49 de la CEI: Dispositifs piézoélectriques et diélectriques pour la commande et le choix de la fréquence.

La présente norme constitue la cinquième partie d'une série de publications traitant de la mesure des paramètres des résonateurs à quartz piézoélectriques.

La Première partie: Méthode fondamentale pour la mesure de la fréquence de résonance et de la résistance de résonance des quartz piézoélectriques par la technique de la phase nulle dans le circuit en  $\pi$ , est parue comme CEI 444-1.

La Deuxième partie: Méthode de décalage de phase pour la mesure de la capacité dynamique des quartz, est parue comme CEI 444-2.

La Troisième partie: Méthode fondamentale pour la mesure des paramètres à deux pôles des résonateurs à quartz à la fréquence jusqu'à 200 MHz par la technique de phase dans le circuit en  $\pi$  avec compensation de la capacité parallèle  $C_0$ , est parue comme CEI 444-3.

La Quatrième partie: Méthode pour la mesure de la fréquence de résonance à la charge  $f_L$  et de la résistance de résonance à la charge  $R_L$  et pour le calcul des autres valeurs dérivées des quartz piézoélectriques, jusqu'à 30 MHz, est parue comme CEI 444-4.

La Sixième partie: Mesure de la dépendance du niveau d'excitation (DNE), est parue comme CEI 444-6.

Le texte de cette norme est issu des documents suivants:

| DIS       | Rapport de vote |
|-----------|-----------------|
| 49(BC)248 | 49(BC)268       |

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette norme.

L'annexe A fait partie intégrante de cette norme.

Les annexes B et C sont données uniquement à titre d'information.

## INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

## MEASUREMENT OF QUARTZ CRYSTAL UNIT PARAMETERS –

**Part 5: Methods for the determination of equivalent electrical parameters  
using automatic network analyzer techniques and error correction**

## FOREWORD

- 1) The IEC (International Electrotechnical Commission) is a world-wide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of the IEC is to promote international cooperation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, the IEC publishes International Standards. Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. The IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by technical committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.
- 3) They have the form of recommendations for international use published in the form of standards, technical reports or guides and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 4) In order to promote international unification, IEC National Committees undertake to apply IEC International Standards transparently to the maximum extent possible in their national and regional standards. Any divergence between the IEC Standard and the corresponding national or regional standard shall be clearly indicated in the latter.

International Standard IEC 444-5 has been prepared by IEC technical committee 49: Piezoelectric and dielectric devices for frequency control and selection.

It forms Part 5 of a series of publications dealing with the measurements of piezoelectric quartz crystal unit parameters.

*Part 1: Basic method for the measurement of resonance frequency and resonance resistance of quartz crystal units by zero phase technique in a  $\pi$ -network*, is issued as IEC 444-1.

*Part 2: Phase offset method for measurement of motional capacitance of quartz crystal units*, is issued as IEC 444-2.

*Part 3: Basic method for the measurement of two-terminal parameters of quartz crystal units up to 200 MHz by phase technique in a  $\pi$ -network with compensation of parallel capacitance  $C_0$* , is issued as IEC 444-3.

*Part 4: Method for the measurement of the load resonance frequency  $f_L$ , load resonance resistance,  $R_L$  and the calculation of other derived values of quartz crystal units, up to 30 MHz*, is issued as IEC 444-4.

*Part 6: Measurement of drive level dependence (DLD)*, is issued as IEC 444-6.

The text of this standard is based on the following documents:

| DIS       | Report on voting |
|-----------|------------------|
| 49(CO)248 | 49(CO)268        |

Full information on the voting for the approval of this standard can be found in the report on voting indicated in the above table.

Annex A forms an integral part of this standard.

Annexes B and C are for information only.

## MESURE DES PARAMÈTRES DES RÉSONATEURS À QUARTZ –

### Partie 5: Méthodes pour la détermination des paramètres électriques équivalents utilisant des analyseurs automatiques de réseaux et correction des erreurs

#### 1 Domaine d'application

Le but de la présente Norme internationale est de fournir des méthodes permettant de déterminer les meilleures représentations de modes dans les résonateurs à quartz par des circuits équivalents linéaires. Les représentations des circuits sont fondées sur des paramètres électriques mesurés à l'aide d'un appareillage à analyseurs vectoriels de réseaux utilisant un système de correction automatique des erreurs. La détermination des paramètres équivalents par la méthode préconisée dans la présente norme est basée sur la mesure de l'immittance du dispositif au voisinage d'une résonance série. Le problème supplémentaire relatif à la caractérisation du dispositif en vue de son fonctionnement avec une capacité de charge série n'a pas été directement abordé, bien que l'on soit conscient du fait que certaines applications nécessitent une telle caractérisation. Le même matériel de mesure, et fondamentalement le même type de mesure, fournissent les moyens permettant la caractérisation complète du montage d'essai avec une capacité de charge ainsi que la combinaison série du montage de capacité de charge avec le résonateur à quartz.

#### 2 Introduction

##### 2.1 Généralités

2.1.1 La présente norme décrit les méthodes permettant de déterminer les valeurs des paramètres électriques des résonateurs à quartz à l'aide d'un appareil automatique à analyseurs vectoriels de réseaux. Les méthodes préconisées pour les systèmes de mesure des paramètres de dispersion utilisent des bornes en circuit ouvert, des bornes en court-circuit, des bornes résistives et des connexions en ligne directe (dans le cas des méthodes de mesure de transmission). Il est facile de se procurer ces bornes coaxiales en circuit ouvert, en court-circuit prévues pour des systèmes à 50  $\Omega$  et il est possible de les étalonner suivant des normes nationales d'impédance sur de très vastes gammes de fréquences. A présent, les connexions en ligne directe appropriées pour l'étalonnage des montages d'essai doivent être étalonnées par l'utilisateur ou par le fabricant, cependant les techniques pour faire cela sont assez bien connues. Les résistances normalisées non coaxiales conçues pour l'utilisation dans la méthode de transmission directe (réseau en  $\pi$ ) sont aussi disponibles, mais elles ne sont pas facilement traçables par rapport aux normes nationales. La CEI 1080 donne des directives concernant l'application de la présente norme.

2.1.2 La procédure implique la mesure de l'admittance d'un résonateur à cristal en des points de fréquences prescrits en utilisant une des nombreuses méthodes, suivie de l'interprétation et de l'évaluation des données relatives aux paramètres des circuits équivalents (figure 1).

2.1.3 Les méthodes de mesure décrites sont prévues pour fournir des valeurs de référence relatives aux paramètres électriques équivalents des circuits. Les fabricants et les utilisateurs peuvent employer d'autres méthodes de mesure, mais il est nécessaire de faire une corrélation entre les valeurs ainsi obtenues par la méthode de référence.

2.1.4 La présente norme concerne uniquement la représentation de résonateurs à quartz par des circuits équivalents linéaires qui sont actifs sur une bande de fréquence étroite couvrant au maximum un petit pourcentage de la fréquence de résonance.

2.1.5 De manière générale, il y aura un certain degré de non-linéarité et les paramètres des circuits peuvent dépendre, de façon notable, du niveau d'excitation. L'importance des effets non linéaires peut rendre inutilisables les représentations acceptées des circuits.

## MEASUREMENT OF QUARTZ CRYSTAL UNIT PARAMETERS –

### Part 5: Methods for the determination of equivalent electrical parameters using automatic network analyzer techniques and error correction

#### 1 Scope

The objective of this International Standard is to give methods for determining the best representations of modes in quartz crystal resonators by linear equivalent circuits. Circuit representations are based on electrical parameters measured with vector network analyzer equipment using automatic error correction. Determination of the equivalent parameters by the method of this standard is based on the measurement of device immittance in the vicinity of series resonance. The further problem of characterizing the device for operation with a series load capacitance has not been directly addressed, although it is recognized that some applications require such characterization. The same measuring equipment, and fundamentally the same sort of measurement, provides the means to characterize completely the test load capacity fixture as well as the series combination of load capacity fixture and crystal unit.

#### 2 Introduction

##### 2.1 General

2.1.1 This standard describes methods for determining the values of the electrical parameters of piezoelectric quartz crystal units using automated vector network analyzer equipment. The recommended procedures for S-parameter systems use shielded open-circuit, short-circuit, and resistive terminations, and (in the case of transmission methods) thru-line connections. Coaxial open-circuit, short-circuit and resistive terminations designed for 50  $\Omega$  systems are readily available, and can be calibrated in terms of national standards of impedance over very wide frequency ranges. At the present time thru-line connections suitable for calibrating the test fixtures must be calibrated by the user or supplier; however, the techniques for doing this are quite well known. Non-coaxial standard resistors for use in the direct transmission ( $\pi$ -network) method are commercially available as well, but are not as easily traceable to National Standards. Further guidance on the application of this standard may be found in IEC 1080.

2.1.2 The procedure involves the measurement of crystal resonator admittance at prescribed frequency points by one of a number of methods followed by data interpretation and evaluation of the equivalent circuit parameters (figure 1).

2.1.3 The measurement methods described are intended to provide reference values for the electrical equivalent circuit parameters. Manufacturers and users may employ other methods of measurement, but the values thus obtained shall be correlated with those obtained by the reference method.

2.1.4 This standard is only concerned with the representation of quartz crystal resonators by linear equivalent circuits which are valid over a narrow frequency band covering at most a small percentage of the resonance frequency.

2.1.5 In general, some degree of non-linearity will be present and the circuit parameters may have a noticeable dependence on drive level. If non-linear effects are very large then the accepted circuit representations may be unusable.

2.1.6 Normalement, le circuit équivalent servira à représenter un mode de vibration isolé, mais des modes supplémentaires peuvent apparaître occasionnellement au voisinage immédiat de la réponse principale; une représentation plus complexe du circuit peut alors être utilisée, et l'étude de ce problème est incluse dans la présente norme. Voir la référence [1]\*.

## 2.2 Méthodes de mesure de l'admittance

2.2.1 La terminologie suivante servira à décrire les éléments du circuit. Voir les figures 3 et 4:

$C_0$  est la capacité statique (pour le modèle à une porte)

$C_{01}$  est la capacité entre électrode et boîtier

$C_{02}$  est la capacité statique (pour le modèle simplifié à deux portes)

$C_{03}$  est la capacité entre électrode et boîtier

$G_0$  est la conductance associée à  $C_0$

$G_{01}$  est la conductance associée à  $C_{01}$

$G_{02}$  est la conductance associée à  $C_{02}$

$G_{03}$  est la conductance associée à  $C_{03}$

$R_1$  est la résistance dynamique

$L_1$  est l'inductance dynamique

$C_1$  est la capacité dynamique

$$\omega_s = \frac{1}{(L_1 C_1)^{1/2}} \text{ fréquence de résonance série (rads/s)}$$

La fonction d'admittance de transfert,  $Y_{12}$ , relative aux circuits équivalents illustrés aux figures 3 et 4, décrit un lieu géométrique circulaire dans le plan de l'admittance complexe, tel qu'il est illustré par la figure 5a. La transformée de ce lieu géographique vers le plan d'impédance ( $Z = 1/Y$ ) est également un cercle tel que celui illustré dans la figure 5b. Il y a six fréquences caractéristiques associées à un tel circuit:

$f_s$  est la fréquence de résonance série

$f_m$  est la fréquence de l'admittance maximale (impédance minimale)

$f_r$  est la fréquence de résonance (phase nulle)

$f_a$  est la fréquence d'antirésonance (phase nulle)

$f_p$  est la fréquence de résonance parallèle (sans pertes)

$f_n$  est la fréquence de l'admittance minimale (impédance maximale)

Parmi les fréquences mentionnées ci-dessus, seule la fréquence de résonance série est fondamentalement indépendante de la valeur de la capacité statique, et constitue, de ce fait, le paramètre de choix pour les besoins des spécifications car elle est peu sensible aux fréquences parasites. Les relations entre les fréquences caractéristiques et  $f_s$  sont spécifiées dans la CEI 302 ou dans la norme EIA 512 (1985).

2.2.2 Trois méthodes fondamentales sont décrites (voir figure 2a):

a) Méthode de réflexion à une porte; le résonateur piézoélectrique se caractérise par le fait qu'il s'agit d'un dispositif à une porte, muni d'une électrode excitée, toutes les autres électrodes et le boîtier du cristal étant reliés à la terre.

Lors d'une mesure de réflexion, l'admittance  $Y$  peut être calculée à partir de la valeur mesurée de  $S_{11}$ , comme suit:

$$R_o Y = \frac{1 - S_{11}}{1 + S_{11}} \quad (2.1)$$

NOTE -  $R_o$  est égale à la valeur du raccordement normalisé utilisé pendant l'étalonnage du système.

\* Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie dans l'annexe C.

2.1.6 Normally, the equivalent circuit will be used to represent an isolated mode of vibration, but occasionally additional modes may occur extremely close to the main response; a more complex circuit representation may then be used, and consideration of this problem is included in this standard. See reference [1]\*.

## 2.2 Methods of admittance measurement

2.2.1 The following terminology will be used to describe the circuit elements. See figures 3 and 4:

- $C_0$  is the static capacitance (for the one-port model)
- $C_{01}$  is the electrode to can capacitance
- $C_{02}$  is the static capacitance (for the simplified two-port model)
- $C_{03}$  is the electrode to can capacitance
- $G_0$  is the conductance associated with  $C_0$
- $G_{01}$  is the conductance associated with  $C_{01}$
- $G_{02}$  is the conductance associated with  $C_{02}$
- $G_{03}$  is the conductance associated with  $C_{03}$
- $R_1$  is the motional resistance
- $L_1$  is the motional inductance
- $C_1$  is the motional capacitance

$$\omega_s = \frac{1}{(L_1 C_1)^{1/2}} \text{ series resonance frequency (rads/s)}$$

The transfer admittance function,  $Y_{12}$ , for the equivalent circuits shown in figures 3 and 4, describes a circular locus in the complex admittance plane, as depicted in figure 5a. The transform of this locus to the impedance ( $Z = 1/Y$ ) plane is also a circle as in figure 5b. There are six characteristic frequencies associated with such a circuit:

- $f_s$  is the series resonance frequency
- $f_m$  is the frequency of maximum admittance (minimum impedance)
- $f_r$  is the resonance frequency (zero phase)
- $f_a$  is the anti-resonance frequency (zero phase)
- $f_p$  is the parallel resonance frequency (lossless)
- $f_n$  is the frequency of minimum admittance (maximum impedance)

Of these, the series resonance frequency alone is essentially independent of the value of static capacitance, and is therefore the parameter of choice for purposes of specification as it will be little influenced by strays. The relationships of the characteristic frequencies to  $f_s$  may be found in IEC 302, or in EIA Standard 512 (1985).

2.2.2 Three basic methods of measurement are described (see figure 2a):

- a) Single-port reflection method; the crystal resonator is characterized as a one-port device with one electrode driven and all other electrodes and the crystal enclosure earthed.

In a reflection measurement the admittance  $Y$  can be calculated from the measured value of  $S_{11}$ .

$$R_0 Y = \frac{1 - S_{11}}{1 + S_{11}} \quad (2.1)$$

NOTE -  $R_0$  is the value of the standard termination used in calibration of the system.

\* The figures in square brackets refer to the bibliography in annex C.

b) Méthode de transmission à deux portes; le résonateur à cristal se caractérise par le fait qu'il s'agit d'un dispositif à deux portes, muni de deux électrodes excitées, toutes les autres électrodes et le boîtier du cristal étant reliés à la terre.

Pendant la transmission, l'admittance de transfert du circuit à deux portes illustré à la figure 4, est donnée par la relation suivante:

$$Y_{12} = - \left[ G_{02} + j\omega C_{02} + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1} \right] \quad (2.2)$$

En utilisant les relations entre admittance et paramètres de dispersion, on peut définir, comme ci-dessus, une quantité  $Y$

$$R_0 Y = R_0 \left[ G_{02} + j\omega C_{02} + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1} \right] \quad (2.3)$$

$$\left[ = \frac{2S_{12}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{21}S_{12}} \right]$$

que l'on calcule facilement à partir des paramètres  $S$  mesurés.

c) Méthode de transmission amplitude/phase; le résonateur à quartz est traité comme un dispositif à deux sorties conformément à la figure 3 dans un montage de transmission utilisant des éléments nominalelement résistifs tels que ceux spécifiés dans la CEI 444. L'impédance du dispositif est déterminée à partir de l'amplitude et de la phase du signal à travers le montage. Cette impédance est convertie en admittance à l'aide d'équations normalisées.

$$Y = G_0 + j\omega C_0 + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1} \quad (2.4)$$

2.2.3 La mesure des paramètres  $S$  par la méthode de réflexion à une porte est potentiellement la plus précise, parce que seules les impédances coaxiales traçables normalisées sont utilisées pour l'étalonnage. La mesure des paramètres  $S$  par la méthode de transmission à deux portes fournit le plus grand nombre d'informations sur le dispositif, tandis que la transmission directe détermine l'impédance de transfert du dispositif.

#### 2.2.4 Limitations applicables à la validité des modèles

Les approximations suivantes sont implicites dans ces circuits équivalents.

- On suppose qu'une représentation de circuit à constantes localisées est valable.
- On suppose que le dispositif est très similaire à un composant idéal sans pertes, et que, par conséquent, toutes les résonances significatives ont des facteurs  $Q$  élevés.

Cependant, sur des bandes de fréquences étroites, dont l'étendue maximale représente un faible pourcentage de la fréquence de résonance, les circuits illustrés aux figures 6 et 7 fournissent une très bonne représentation des résonances dans la majorité des cas.

#### 2.2.5 Précision et reproductibilité

La précision et la reproductibilité des mesures sont directement liées aux composants d'étalonnage et sont, en grande partie, indépendantes du système analyseur de réseaux concerné. Toutefois, le système doit impérativement se conformer aux modèles théoriques décrits à l'annexe A; il doit donc s'agir d'un système de détection vectorielle linéaire capable de garantir un haut niveau de précision dans le mode de rapport ( $A/R$  etc.); au-delà, il n'est pas nécessaire de fournir une spécification. Une source de fréquence conforme à une norme nationale de fréquence est également prescrite.

b) Two-port transmission method; the crystal resonator is treated as a two-port device with two driven electrodes, all other electrodes and the crystal enclosure being earthed.

In transmission the transfer admittance of the two-port circuit in figure 4 is:

$$Y_{12} = - \left[ G_{02} + j\omega C_{02} + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1 / j\omega C_1} \right] \quad (2.2)$$

Using the relationships between admittance and scattering parameters we may define, as above, a quantity  $Y$

$$\begin{aligned} R_0 Y &= R_0 \left[ G_{02} + j\omega C_{02} + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1 / j\omega C_1} \right] \\ &= \frac{2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{21}S_{12}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

which is easily calculated from the measured  $S$ -parameters.

c) Direct amplitude/phase transmission method. The crystal resonator is treated as a two-terminal device according to figure 3 in a transmission fixture using nominally resistive elements, as in IEC 444. The impedance of the device is determined from the amplitude and phase of the signal across the fixture. Using standard equations, this impedance is converted to an admittance.

$$Y = G_0 + j\omega C_0 + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1 / j\omega C_1} \quad (2.4)$$

2.2.3 The  $S$ -parameter reflection measurement is potentially the most accurate, as only coaxial traceable standard impedances are used for calibration. The  $S$ -parameter two-port measurement provides most information about the device, while the direct transmission determines the transimpedance of the device.

#### 2.2.4 Restrictions to the validity of the models

The following approximations are implicit in these equivalent circuits.

- a) It is assumed that a lumped circuit representation is valid.
- b) It is assumed that the device closely approximates an ideal lossless component, and hence that all significant resonances have high  $Q$  factors.

However, over narrow bandwidths, spanning at most a small percentage of the resonance frequency, the circuits of figures 6 and 7 provide a very good representation of the resonances in the majority of cases.

#### 2.2.5 Accuracy and traceability

The accuracy and traceability of the measurements are directly related to the calibration components, and are largely independent of the particular network analyzer system. However, the system shall conform to the theoretical models described in annex A, and shall therefore be a linear vector detector system capable of high accuracy in the ratio mode ( $A/R$  etc.); beyond this, no detailed specification need be given. A frequency source traceable to a national standard of frequency is also required.

### 2.2.6 Equipement

L'utilisation d'instruments de mesure commandés par ordinateur est indispensable pour la collecte des données, la correction des erreurs, les calculs d'admittance et l'évaluation des paramètres du résonateur. La correction des erreurs provient de la nécessité de caractériser le circuit de mesure. Ceci est effectué à l'aide d'une procédure d'étalonnage utilisant des valeurs de référence connues d'impédance. La collecte de données relatives à des nombres importants de points de mesure est prescrite pour des calculs ultérieurs d'admittance.

### 2.2.7 Application à d'autres dispositifs

La présente norme concerne, de façon spécifique, les mesures concernant des résonateurs uniques. Cependant, parmi les techniques existantes, plusieurs sont directement applicables à des dispositifs plus complexes tels que des bipôles et des filtres monolithiques; ces généralisations sont décrites lorsque cela est approprié.

## 2.3 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent

Il existe quatre méthodes (voir figure 2b) d'analyse de l'admittance conduisant au circuit équivalent du résonateur. Si le résonateur concerné par la mesure est décrit par le circuit équivalent normal et si, par exemple, le dispositif se comporte de façon linéaire, alors tous les modes sont équivalents.

#### a) Méthode générale d'ajustement des moindres carrés

Cette méthode est la technique la plus générale non linéaire qui peut être utilisée dans toutes les situations. Cette méthode permet de mesurer les résonances multiples comme c'est le cas pour les parasites.

#### b) Méthode linéaire d'ajustement des moindres carrés

Cette méthode minimise la somme des carrés des différences pondérées entre les admittances mesurées et les admittances théoriques. Cette méthode est applicable aux modèles avec une résonance unique.

#### c) Méthode d'ajustement du cercle d'admittance

Cette méthode ajuste un cercle par rapport à un nombre impair de points séparés par des intervalles égaux, du côté droit du cercle d'admittance du résonateur à cristal ( $\pm 45^\circ$ ).

#### d) Méthode d'itération à deux points

Cette méthode est potentiellement la plus rapide et pourrait être utilisée pour la production. Elle implique l'obtention de deux fréquences, qui s'inscrivent, avec une tolérance d'environ  $\pm 45^\circ$  sur le cercle d'admittance du résonateur. Les paramètres calculés du résonateur servent à déterminer, à nouveau, de meilleures valeurs de ces deux fréquences. Les itérations se poursuivent jusqu'à ce que l'évaluation se situe dans une tolérance donnée.

## 2.4 Références normatives

Les documents normatifs suivants contiennent des dispositions qui, par suite de la référence qui y est faite, constituent des dispositions valables pour la présente partie de la CEI 444. Au moment de la publication, les éditions indiquées étaient en vigueur. Tout document normatif est sujet à révision et les parties prenantes aux accords fondés sur la présente partie de la CEI 444 sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des documents normatifs indiqués ci-après. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des Normes internationales en vigueur.

CEI 302: 1969, *Définitions normalisées et méthodes de mesures pour les résonateurs piézoélectriques de fréquences inférieures à 30 MHz*

### 2.2.6 Equipment

The use of computer controlled instruments is essential for data collection, error correction, admittance calculations and for the estimation of the crystal parameters. Error correction arises from the need to characterize the measurement circuit. This is achieved by means of a calibration using known standards of impedance. Data collection of large numbers of measurement points is required for subsequent admittance calculations.

### 2.2.7 Application to other devices

This standard is specifically concerned with single resonator measurements. However, many of the techniques are directly applicable to more complex devices such as bipoles and monolithic filters; these generalizations are indicated where appropriate.

## 2.3 Admittance analysis and estimation of equivalent circuit parameters

There are four methods (see figure 2b) of admittance analysis leading to the crystal equivalent circuit. If the crystal being measured is described by the normal equivalent circuit and, for instance, the device behaves linearly, then all these methods are equivalent.

### a) General least-squares method

This is the more general non-linear technique which can be applied in all situations. The method is capable of measuring multiple resonances, such as inharmonics.

### b) Linear least-squares method

This method minimizes the sum of the squares of weighted differences between the measured and theoretical admittances and is applicable to models with a single resonance.

### c) Circle-fitting method

This method fits a circle to an odd number of equally spaced points on the right-hand side of the admittance circle of the crystal resonator ( $\pm 45^\circ$ ).

### d) Two-point iterative method

This is potentially the fastest method and could be used for production. It involves obtaining two frequencies which lie approximately  $\pm 45^\circ$  on the admittance circle of the resonator. The calculated crystal parameters are used to re-estimate better values of these two frequencies. Iterations continue until the estimate is within a given tolerance.

## 2.4 Normative references

The following normative documents contain provisions which, through reference in this text, constitute provisions of this part of IEC 444. At the time of publication, the editions indicated were valid. All normative documents are subject to revision, and parties to agreements based on this part of IEC 444 are encouraged to investigate the possibility of applying the most recent editions of the normative documents indicated below. Members of IEC and ISO maintain registers of currently valid International Standards.

IEC 302: 1969, *Standard definitions and methods of measurement for piezoelectric vibrators operating over the frequency range up to 30 MHz*

CEI 1080: 1991, *Guide pour la mesure des paramètres électriques équivalents des résonateurs à quartz*

EIA 512: 1985, *Méthodes normalisées pour la mesure des paramètres électriques équivalents des résonateurs à quartz, 1 kHz à 1 GHz*

### 3 Méthodes de mesure

#### 3.1 Généralités

La méthode de détermination des paramètres du circuit équivalent d'un résonateur à quartz est indiqué à la figure 8. Il est recommandé de relier le boîtier du résonateur à la terre. Pour un boîtier en verre, on utilise un couvercle de blindage relié à la terre.

#### 3.2 Contrôle de l'environnement

Tous les dispositifs piézoélectriques à cristal subissent, au moins dans une certaine mesure, l'influence de la température, de la vitesse de variation de la température et du niveau d'excitation. Il est donc nécessaire de protéger le dispositif contre les variations de température pendant la période de mesure et de déterminer, de manière aussi précise que possible, la valeur de la température réelle au moment de la mesure, afin de pouvoir corriger les valeurs mesurées pour les différences de température entre deux mesures. Il est également nécessaire de s'assurer que le niveau d'excitation appliqué pendant la mesure est celui spécifié pour le dispositif. Une autre source possible d'erreur, susceptible d'intervenir plus particulièrement lors de la mesure de dispositifs présentant une faible fréquence et des facteurs  $Q$  élevés, réside dans l'inévitable petite dérive de la température qui se produit pendant le déroulement de la mesure, car des délais d'attente relativement longs sont prescrits. De telles dérives lentes qui se produisent entre le moment où les premières données sont enregistrées et celui où les dernières données sont enregistrées, entraîneront une distorsion du lieu géométrique de l'admittance. Par une première approximation, ceci peut être évité si d'autres points sont enregistrés au fur et à mesure que la fréquence croît et si les valeurs restantes sont ensuite obtenues au fur et à mesure que la fréquence décroît. Les méthodes d'évaluation des moindres carrés permettront de calculer effectivement la moyenne des données ainsi obtenues, et de compenser ainsi, jusqu'à un certain degré, les différences dues à la dérive de la température.

#### 3.3 Etalonnage

L'étalonnage est décrit, pour chaque méthode, à l'article 5.

#### 3.4 Niveau d'excitation

Le niveau d'excitation à  $f_s$ , pour la mesure qui s'en suit, doit être impérativement spécifié soit en termes de puissance, soit en termes de courant pour ce type de cristal. Ceci nécessite le réglage du niveau de sortie du générateur. Si une valeur raisonnable de  $R_1$  du cristal est connue, elle peut alors servir à calculer ce niveau. En variante, il est possible de déterminer rapidement la valeur de  $R_1$  à partir d'un balayage initial sur toute l'étendue de la résonance.

#### 3.5 Mesures de $C_0$

3.5.1 En ce qui concerne la mesure à une porte, à basse fréquence, il est possible que l'impédance de  $C_0$  soit supérieure à 50  $\Omega$ . Cela aboutit à une faible sensibilité, et donc à une faible approximation de la capacité statique. La sensibilité peut être améliorée en effectuant une mesure séparée à une certaine fréquence supérieure bien distincte de la résonance: cependant, il est possible que la capacité statique effective, à cette fréquence, soit différente de celle mesurée à la fréquence de résonance. En ce qui concerne la plupart des résonateurs les plus couramment utilisés,  $C_0$  restera quasiment constante sur toute la gamme de fréquences située en dessous d'environ 100 MHz. A des fréquences plus élevées, il est conseillé de mesurer  $C_0$  et les autres paramètres statiques à des fréquences de l'ordre de quelques pourcents de la fréquence de résonance. Si le résonateur à cristal piézoélectrique influence le comportement des circuits à large bande, la détermination des paramètres statiques peut s'avérer nécessaire sur une large gamme de fréquences.

IEC 1080: 1991, *Guide to the measurement of equivalent electrical parameters of quartz crystal units*

EIA 512: 1985, *Standard methods for measurement of equivalent electrical parameters of quartz crystal units, 1 kHz to 1 GHz*

### 3 Measurement procedures

#### 3.1 General

The procedure for determination of the equivalent circuit parameters of a quartz crystal unit is shown in figure 8. It is recommended that the crystal enclosure is grounded. In the case of a glass enclosure, the unit is fitted with a grounded shield cover.

#### 3.2 Environmental control

All crystal devices are influenced to at least some degree by temperature, the rate of change of temperature, and by the level of drive. It is therefore necessary to protect the device from temperature change during the period of measurement, and to determine as closely as possible its actual temperature at the time of measurement, so that measured values can be corrected for differences in temperature between two measurements. Care shall also be taken to ensure that the drive level applied during measurement is that specified for the device. Another possible source of error, when measuring low-frequency, high- $Q$  devices especially, is unavoidable small temperature drift during the course of the measurement, as relatively long wait times are required. Such slow drifts between the time the first and last data are recorded will cause distortion of the admittance locus. By a first approximation, this can be avoided if alternate points are recorded with increasing frequency and then the remaining values obtained with decreasing frequency. The least squares estimation methods will effectively average the data so obtained, and thus compensate to a degree for the differences due to temperature drift.

#### 3.3 Calibration

This is described for each method in clause 5.

#### 3.4 Level of drive

The drive level at  $f_s$  for the ensuing measurement must be specified either in power or current for that crystal type. This requires that the output level of the generator be set. If a reasonable estimate of the  $R_1$  of the crystal is known, then this can be used to calculate this level. Alternatively, a quick estimate of the  $R_1$  can be determined from an initial sweep through the resonance.

#### 3.5 $C_0$ measurements

3.5.1 For a one-port measurement at low frequencies the impedance of  $C_0$  may be much greater than 50  $\Omega$ . This results in low sensitivity, and hence poor estimation of the static capacitance. Sensitivity may be improved by making a separate measurement at some higher frequency well away from resonance; however, it is possible that the effective static capacitance at this frequency will differ from that at resonance. For most crystal unit types in common use,  $C_0$  will remain essentially constant over the frequency range below about 100 MHz. At higher frequencies, it is advisable to measure  $C_0$  and the other static parameters at frequencies within a small percentage of the resonance frequency. If the unit will influence the behaviour of wide-band circuits, it may be necessary to determine the static parameters over a wide frequency range.

3.5.2 Il est possible d'effectuer la mesure de la capacité directe broche-à-broche  $C_0$  en utilisant l'une des deux méthodes ci-dessous:

- a) En ce qui concerne les résonateurs jusqu'à 30 MHz, la mesure doit être effectuée à cinq fréquences situées légèrement au-dessus de 30 MHz (c'est-à-dire: 30,1, 30,2, 30,3, 30,4 et 30,5 MHz) et il convient d'utiliser la moyenne des trois valeurs qui se rapproche le plus de la moyenne des cinq valeurs comme la meilleure valeur approchée possible.
- b) En ce qui concerne des cristaux au-dessus de 30 MHz, il est recommandé d'effectuer trois paires de mesures, chaque paire étant équidistante par rapport à la fréquence de résonance série,  $f_s$ , c'est-à-dire  $f_s (1 \pm 0,05)$ ,  $f_s (1 \pm 0,06)$  et  $f_s (1 \pm 0,07)$ . Pour chaque paire, il est nécessaire de calculer la moyenne des valeurs de  $C_0$  déterminée à partir de la fréquence la plus élevée et de la fréquence la moins élevée et de prendre ensuite la meilleure valeur approchée comme la moyenne des deux valeurs qui sont les plus voisines l'une de l'autre.

Avant d'effectuer la mesure a) ou la mesure b) ci-dessus, il convient de confirmer qu'il n'existe aucune réponse parasite du résonateur piézoélectrique à la fréquence de mesure.

3.5.3 Lorsque cela est requis par la spécification, ou lorsque cela est nécessaire pour aider à la modélisation du montage de transmission, il convient d'effectuer une mesure séparée des deux capacités de broche-à-boîtier (habituellement désignées par  $C_{13}$  et  $C_{23}$ ) à l'aide d'un pont de capacité protégée.

### 3.6 Choix des fréquences de mesure

Il est possible d'utiliser deux méthodes alternatives pour obtenir des données relatives à l'admittance sur une résonance de cristal. La première est une méthode à plusieurs fréquences qui est utilisée à la fois par la procédure d'ajustement des cercles d'admittances décrite en 7.3 et par la procédure d'ajustement des moindres carrés décrite en 7.1 et 7.2.

Ici, il est recommandé d'utiliser un nombre total de neuf points de fréquences, choisis de telle manière que les points de transadmittance déterminés s'inscrivent dans les limites du demi-cercle droit du lieu géométrique du plan Y (voir la figure 5a), ce qui implique que plusieurs fréquences doivent normalement se situer dans la largeur de bande  $Q$ , centrée sur la fréquence de résonance série. Par conséquent, le programme de mesure doit impérativement exécuter une recherche préliminaire de la fréquence de résonance série, et établir ensuite l'ensemble des fréquences auxquelles les mesures doivent être effectuées; ces procédures doivent être fondées soit sur une estimation de la valeur  $Q$  fournie par l'opérateur, ou à partir de l'analyse des données. Pour plus de commodité, les fréquences de mesure peuvent se situer à intervalles égaux, et il est souhaitable que tous les points soient compris dans les limites d'une plage de  $(\pm f_s / 2Q)$  de  $f_s$ . Il est également possible d'utiliser des points supplémentaires situés en-dehors de cette plage; mais ils ajoutent peu d'information concernant les paramètres dynamiques du résonateur. Un espacement plus réduit des fréquences de mesure et la couverture d'une plage plus étendue peuvent s'avérer utiles si l'on souhaite détecter des modes faibles indésirables. A des fins d'usage général, un nombre de 9 à 15 points de données convient et donne lieu à des mesures rapides. Toutefois, pour assurer une plus grande précision, il convient d'utiliser 20 à 30 points de mesure, ainsi qu'un environnement stable.

La seconde méthode est la méthode d'itération à deux points décrite en 7.4.

### 3.7 Collecte des données

Il est recommandé d'utiliser un mode à ondes entretenues de mesure (plutôt qu'un balayage), ainsi qu'une durée d'établissement calculée à partir de la valeur estimée de  $Q$ . Il y a deux raisons à cela: premièrement, avec la plupart des sources de signaux disponibles, la précision de la fréquence lors d'un balayage lent est dégradée et, deuxièmement, la réponse des dispositifs piézoélectriques ayant des facteurs  $Q$  élevés nécessitent un temps limité pour atteindre l'équilibre après l'application de la fréquence d'excitation. Un tel mode à

3.5.2 The measurement of the direct pin-to-pin capacitance  $C_0$  may be made using one of two methods:

- a) For crystals up to 30 MHz, the measurement is to be made at five frequencies slightly above 30 MHz (i.e. 30,1, 30,2, 30,3, 30,4 and 30,5 MHz) and the average of the three values nearest the mean of the five should be used as the best estimate.
- b) For crystals above 30 MHz, it is recommended that three pairs of measurements be made, each pair being equidistant from the series resonance frequency,  $f_s$ , i.e.  $f_s (1 \pm 0,05)$ ,  $f_s (1 \pm 0,06)$  and  $f_s (1 \pm 0,07)$ . For each pair, the mean of the  $C_0$  values determined from the lower and higher frequency is to be calculated, and then the best estimate taken as the mean of the two such values which are closest together.

Prior to either measurement a) or b) above, it should be confirmed that no spurious responses of the crystal unit exist at the measurement frequency.

3.5.3 The measurement of the two pin-to-case capacitances (usually designated  $C_{13}$  and  $C_{23}$ ) when required by the specification, or to aid in modelling of the transmission fixture, should be made by a separate measurement with a guarded capacitance bridge.

### 3.6 Choice of measurement frequencies

Two alternative methods for obtaining admittance data on a crystal resonance can be used. The first is a multifrequency method used both by the least squares fitting procedure described in 7.1 and 7.2 and the admittance circle fit described in 7.3.

Here, it is recommended that a total of nine frequency points be used, chosen so that the transadmittance points determined lie within the right-hand half circle of the Y-plane locus (see figure 5a), which implies that several frequencies should lie within the "Q-bandwidth" centred on the series resonance frequency. The measurement program must therefore perform a preliminary search for the frequency of series resonance, and then establish the array of frequencies at which measurements are to be made, based either on an estimate of the  $Q$  furnished by the operator, or from examination of the data. The measurement frequencies may be equispaced for convenience, and all points should be within a range of  $(\pm f_s/2Q)$  of  $f_s$ . Additional points outside this range may also be used, but add little information about the motional parameters of the unit. Closer spacing of the measurement frequencies and coverage of a broader range can be useful if the detection of weak unwanted modes is desired. For general purpose use, 9 to 15 data points are adequate, and result in rapid measurements. For highest accuracy, however, 20 to 30 measurement points are preferred, together with a stable environment.

The second method is the two-point iterative method described in 7.4.

### 3.7 Data collection

A c.w. mode of measurement is recommended (rather than swept), with adequate settling time calculated from the estimated  $Q$ . There are two reasons for this – first, with most signal sources available, frequency accuracy in a slow sweep is degraded and, second, the response of the high- $Q$  crystal devices requires a finite time to reach equilibrium after the excitation frequency is applied. There are three distinct delay times involved in such a stepped-frequency mode: a finite time is required for the frequency source to stabilize after being

fréquences échelonnées implique la présence de trois temps distincts de retard à la croissance: un temps limité requis pour la stabilisation de la source de fréquence après sa programmation à une valeur spécifiée  $T_{\text{ins}}$ , un temps limité requis pour la stabilisation du récepteur à cette nouvelle fréquence ( $T_{\text{rec}}$ ). Il y a également un retard limité alors que la réponse en fréquence du quartz précédemment appliquée décroît et que la nouvelle réponse atteint la valeur d'équilibre ( $T_r$ ). A des fréquences faibles avec des cristaux à facteurs  $Q$  élevés,  $T_r$  peut être de l'ordre de plusieurs centaines de millisecondes, voire de quelques secondes.

L'analyse du circuit équivalent du quartz installé dans un montage de transmission à deux portes indique que la nouvelle réponse atteint sa valeur finale, avec une tolérance de 0,1 %, au bout d'un intervalle de temps d'environ  $2,5 (Q_{\text{eff}}/f_s)$ , après l'application du signal d'excitation, où  $Q_{\text{eff}}$  est le facteur de qualité avec la charge du montage d'essai du cristal. Dans la même période, la transitoire de phase décroît jusqu'à environ sa valeur finale, avec un degré de précision de 0,1. Ce degré de précision convient à la plupart des applications; cependant, pour obtenir une précision optimale, il convient d'étendre cet intervalle à  $3,5 (Q_{\text{eff}}/f_s)$  au moins, de sorte qu'aucune distortion des données ne soit provoquée par des phénomènes transitoires. De ce fait, il est souhaitable que le programme règle la source de fréquence sur une fréquence spécifique, puis qu'il attende pendant une période  $T_d = T_{\text{ins}} + T_r$  avant de mesurer la réponse du système. A ce moment, il convient d'effectuer plusieurs mesures et d'enregistrer la valeur moyenne, afin de minimiser les écarts aléatoires engendrés par le bruit électrique et les erreurs dues au numériseur - il est possible d'exprimer le nombre réel de valeurs dont il faut calculer la moyenne en fonction de l'amplitude de la réponse, car le niveau de bruit relatif augmente au fur et à mesure que le signal décroît.

Alternativement, il est possible de déterminer le taux d'échelonnement des fréquences à partir de mesures répétitives effectuées à chaque fréquence, jusqu'à la stabilisation de la réponse en phase. Il est également recommandé de déterminer la moyenne de plusieurs valeurs car cela minimise les effets du bruit aléatoire et du bruit de quantification.

### 3.8 Correction des données

Dans le cas des méthodes des paramètres  $S$ , il est nécessaire de corriger les données à l'aide de matrices d'erreurs. Ceci est traité à l'annexe A. Cette procédure n'est pas prescrite pour les méthodes de transmission directe.

### 3.9 Calcul de l'admittance

En ce qui concerne les méthodes des paramètres  $S$ , le calcul de l'admittance est donné par les équations normalisées de conversion des paramètres  $S$  en paramètres  $Y$ . En ce qui concerne les méthodes de transmission directe, cette méthode est exposée à l'annexe A.

### 3.10 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent

En ce qui concerne les diverses méthodes, se reporter à l'article 7.

## 4 Choix de la méthode de mesure de l'admittance

### 4.1 Généralités

Pour la plus grande majorité des résonateurs, une caractérisation à une porte ou à deux portes est tout à fait satisfaisante. Dans la mesure où cette caractérisation fournit une description plus complète, la méthode de transmission à deux portes doit être considérée comme la principale norme de référence. Cependant, dans certaines situations, il est possible que la technique à une porte fournisse des informations dans des conditions très proches des conditions réelles d'utilisation.

### 4.2 Avantages et inconvénients de la méthode des paramètres $S$ de réflexion à une porte

- a) Cette méthode donne les mesures plus précises et reproductibles, parce que des étalons d'impédance coaxiaux seulement sont exigés pour l'étalonnage.

programmed to a specific value  $T_{\text{ins}}$ , a finite time for the receiver to stabilize to that new frequency ( $T_{\text{rec}}$ ). There is also a finite delay while the previously applied frequency response of the crystal decays and the new response builds to equilibrium value ( $T_r$ ). At low frequencies with high- $Q$  crystals,  $T_r$  may be several hundred milliseconds, or even seconds.

Analysis of the equivalent circuit of the crystal installed in a two-port transmission fixture shows that the new response will have settled within 0,1% of its final value in a time of about  $2,5 (Q_{\text{eff}}/f_s)$  after application of the drive signal, where  $Q_{\text{eff}}$  is the loaded  $Q$ -factor of the crystal test fixture. The phase transient will decay to within about 0,1 degree of its final value in the same period. For most purposes, this degree of precision is adequate; however, for highest precision, it is recommended that this interval be extended to at least  $3,5 (Q_{\text{eff}}/f_s)$ , so that no significant distortion of the data will be caused by transient phenomena. Thus, the program should set the frequency source to a specific frequency, then wait for a period  $T_d = T_{\text{ins}} + T_r$  before measuring the system response. At this time, several measurements should be made and the average value recorded, so that random deviations caused by electrical noise and digitizer errors will be minimized – the actual number of readings to be averaged can be made a function of the magnitude of the response, as relative noise level increases as the signal decreases.

Alternatively, the rate of frequency stepping can be determined from repetitive measurements at each frequency until the phase response has settled down. Averaging of several readings is also recommended as this minimizes the effects of random and quantization noise.

### 3.8 Data correction

In the case of the  $S$ -parameter methods, the data needs to be corrected by means of error matrices. This is discussed in annex A. This procedure is not required for direct transmission methods.

### 3.9 Admittance calculation

For  $S$ -parameter methods, this is given by the standard  $S$ -parameter to  $Y$ -parameter conversion equations. For direct transmission methods this procedure is outlined in annex A.

### 3.10 Admittance analysis and estimation of the equivalent circuit parameters

For the various methods, refer to clause 7.

## 4 Choice of admittance measurement method

### 4.1 General

For the vast majority of resonators either one-port or two-port characterization is quite satisfactory. As it provides a more complete description, the two-port transmission method is to be considered as the prime reference standard. However, in certain situations, the one-port technique may provide information under conditions more nearly approximating end-use conditions.

### 4.2 Advantages and disadvantages of the one-port $S$ -parameter reflection method

- a) This method gives better accuracy and traceability because only coaxial reference impedances are needed for calibration.

- b) Cette méthode est plus sensible que la méthode de transmission pour les résonateurs à faible résistance dynamique  $R_1$  et elle donnera lieu à une vitesse de mesure plus importante que la mesure des paramètres  $S$  par transmission à deux portes, parce que les routines de correction des données sont plus simples et peu de réponses sont mesurées.
- c) Elle n'est pas très satisfaisante pour les résonateurs à résistance dynamique très élevée  $R_1$ , bien qu'elle convienne pour des valeurs jusqu'à 1 k $\Omega$ .
- d) Elle caractérise le dispositif comme étant un composant à deux bornes, et cela peut ne pas convenir dans certaines applications.
- e) Elle est moins précise à des fréquences inférieures à 100 kHz.

#### 4.3 *Avantages et inconvénients de la méthode des paramètres $S$ de transmissions à deux portes*

- a) Le résonateur est évalué en tant que dispositif à trois bornes, et des informations supplémentaires sont disponibles.
- b) Les résonateurs ayant une résistance dynamique  $R_1$  élevée sont facilement mesurés.
- c) La mesure et l'étalonnage sont plus complexes, et l'existence de certaines incertitudes supplémentaires n'est pas exclue.
- d) La méthode est moins sensible pour de faibles résistances  $R_1$ .
- e) Si la gamme des fréquences de mesure comprend la fréquence d'antirésonance, il est alors possible d'obtenir des valeurs très précises de la capacité statique.
- f) La méthode est moins précise à des fréquences inférieures à 100 kHz.

#### 4.4 *Avantages et inconvénients de la méthode de transmission directe*

- a) Cette méthode est une extension de la méthode originale prescrite par la CEI 444-1, mais elle comprend des informations complètes sur l'étalonnage et l'automatisation. Il est souhaitable que l'équipement de base soit déjà disponible.
- b) Les résonateurs à quartz à résistance dynamique  $R_1$  élevée sont facilement mesurés.
- c) La méthode est moins sensible pour de faibles résistances dynamiques  $R_1$ .
- d) L'étalonnage utilise des étalons d'impédance non-coaxiaux spéciaux.
- e) Les capacités entre électrode et boîtier  $C_{01}$  et  $C_{03}$  doivent être mesurées séparément si le boîtier doit être relié à la terre ou, si le boîtier est flottant, ces capacités sont incluses dans  $C_0$ .
- f) La méthode est rapide et convient pour la production.
- g) Elle est précise à des fréquences faibles.

- b) This method is more sensitive than transmission for low  $R_1$  crystals, and will give greater measurement speed than two-port  $S$ -parameter transmission measurements as the error correction routines are simpler and fewer responses are measured.
- c) It is not very satisfactory for crystals with very high  $R_1$ , although values up to 1 k $\Omega$  can be accommodated.
- d) It characterizes the device as a two-terminal component, and this may not be adequate in some applications.
- e) Less accurate at frequencies below 100 kHz.

#### 4.3 *Advantages and disadvantages of the two-port $S$ -parameter transmission method*

- a) The crystal is evaluated as a three-terminal device, and more information is available.
- b) High  $R_1$  crystals are easily measured.
- c) Measurement and calibration are more complex, and some additional uncertainties in the calibration may exist.
- d) The method is less sensitive for low  $R_1$ .
- e) If the measurement frequency range includes the anti-resonance frequency then very accurate values of the static capacitance may be obtained.
- f) Less accurate at frequencies below 100 kHz.

#### 4.4 *Advantages and disadvantages of the direct transmission method*

- a) This method is an extension of the original IEC 444-1 method, but includes full calibration and automation. The basic equipment should already be available.
- b) Large  $R_1$  crystals are easily measured.
- c) The method is less sensitive for small  $R_1$ .
- d) Calibration uses special non-coaxial reference impedances.
- e) Electrode-to-can capacitance  $C_{01}$  and  $C_{03}$  have to be measured independently if the can is to be earthed, or if the can is floating these are included in  $C_0$ .
- f) The method is fast and is suitable for production.
- g) Accurate at low frequencies.

## 5 Techniques d'étalonnage

### 5.1 Méthode des paramètres $S$

5.1.1 Le principe sous-jacent de la procédure d'étalonnage repose sur un modèle d'erreur théorique du système de mesure des fréquences radioélectriques, dont il est possible de déterminer les paramètres par des mesures fondées sur des normes connues [3]. Lorsque l'étalonnage est terminé et que les paramètres d'erreurs sont connus, les erreurs du système se produisant dans les mesures effectuées sur le dispositif réel peuvent être éliminées par le calcul.

5.1.2 La précision et la reproductibilité des techniques de mesure proposées pour les résonateurs, s'appuient finalement sur la validité de la procédure de correction automatique des erreurs; l'annexe A donne les équations du modèle d'erreur et décrit des méthodes d'étalonnage appropriées.

5.1.3 Tout analyseur de réseaux capable d'effectuer des mesures sur des dispositifs à deux portes, telles que décrites au présent article, convient également pour les mesures effectuées sur des dispositifs à une porte, bien que la réciproque du présent énoncé ne soit pas nécessairement vraie.

5.1.4 La gamme des fréquences d'étalonnage dépendra des équipements utilisés et de l'application. Il est souhaitable que cette gamme comprenne au moins la gamme de fréquences dans laquelle on prévoit d'effectuer des mesures. De manière générale, les termes des erreurs sont des fonctions des fréquences lisses, à variation lente, et il est uniquement nécessaire d'obtenir des données à des points de fréquence suffisamment rapprochés pour permettre une interpolation précise des fréquences à n'importe quelle fréquence dans la gamme. Les limites de fréquences désirées étant déterminées, il est souhaitable que la structure du programme permette de sélectionner automatiquement les fréquences requises pour un étalonnage convenable. Outre l'établissement de la liste de fréquences, le programme doit impérativement spécifier les réglages appropriés des instruments, y compris le niveau de la source, la vitesse de balayage, la largeur de bande du détecteur, le nombre de lectures dont il faut calculer la moyenne (si le mode à ondes entretenues est sélectionné).

### 5.2 Méthode de transmission directe

Le principe d'étalonnage sous-jacent repose sur le calcul des valeurs d'impédance du montage de mesure des quartz. Ce calcul est effectué en utilisant les impédances connues, telles qu'une terminaison nominale court-circuitée, en circuit ouvert et une résistance normalisée (de 25  $\Omega$  ou 50  $\Omega$ ). Des informations détaillées sont fournies à l'annexe A.

### 5.3 Vérification de l'étalonnage

5.3.1 La troisième fonction importante qui doit normalement faire partie du système logiciel réside dans l'aptitude à effectuer des mesures de composants connus sur toute la gamme de fréquences d'étalonnage, afin de vérifier que les caractéristiques de fonctionnement des instruments et la précision des termes de l'étalonnage sont compris dans les limites des tolérances prescrites. La figure 9 illustre le diagramme d'un tel programme relatif aux méthodes des paramètres  $S$ . Il est possible d'appliquer un algorithme similaire à la méthode de transmission directe. Il est souhaitable que les informations introduites dans ce programme comprennent la gamme de fréquences et le nombre de points de mesure, ainsi que le niveau d'excitation auquel les mesures doivent être effectuées et les paramètres qui doivent être déterminés, à savoir: la transimpédance, la transadmittance, l'impédance d'entrée, etc. Ce programme devrait utiliser les termes des erreurs du système précédemment mémorisés dans le programme «étalonnage», ainsi que le sous-programme de correction des erreurs et de conversion des paramètres utilisés par le programme «mesure». Les composants devant être utilisés doivent être impérativement reliés au système au niveau du plan de référence de mesure.

5.3.2 La vérification peut être effectuée en mesurant les terminaisons utilisées lors de la procédure d'étalonnage, les courts-circuits utilisés lors d'étalonnage, ou en utilisant des composants spécialement préparés tels que des réseaux R-C logés dans des enceintes du même type que celles utilisées pour les quartz faisant l'objet des mesures. Les dispositifs d'étalonnage devraient permettre la conversion des paramètres mesurés en impédances d'entrée et de sortie, respectivement  $Z_{11}$  et  $Z_{22}$ , car avec ces dispositifs, la transmission est nulle par essence. Un dispositif ayant un réseau R-C monté en série entre les broches actives

## 5 Calibration techniques

### 5.1 *S-parameter method*

5.1.1 The underlying principle of the calibration procedure lies in a hypothetical error model of the RF measurement system, whose parameters may be determined by measurements on known standards [3]. When the calibration is complete, and the error parameters are known, system errors in actual device measurements may be removed by computation.

5.1.2 The accuracy and traceability of the proposed crystal measurement techniques ultimately rely on the validity of the automatic error correction procedure; annex A gives the equations of the error model and describes suitable calibration procedures.

5.1.3 Any network analyzer capable of performing two-port measurements, as described in this section, is also suitable for one-port measurements; although the converse of this statement is not necessarily true.

5.1.4 The calibration frequency range will depend upon the equipment being used and the application. It should include at least the range of frequencies within which measurements are anticipated. The error terms are generally smooth, slowly varying functions of frequency, and it is only necessary to obtain data at sufficiently closely spaced frequency points to permit accurate interpolation of the functions at any frequency within the range. Given the desired frequency limits, the program should be structured to select automatically the frequencies needed for adequate calibration. In addition to establishing the frequency list, the program shall set up the appropriate instrument settings, including source level, sweep rate, detector bandwidth, number of readings to be averaged (if c.w. mode is selected).

### 5.2 *Direct transmission method*

The underlying principle of calibration lies in calculating the impedance values of the crystal measurement fixture. This is accomplished using known impedances such as a nominal short, open and standard resistor (25  $\Omega$  or 50  $\Omega$ ). Details are described in annex A.

### 5.3 *Verification of calibration*

5.3.1 The third important function which should be part of the software system is the capability of making measurements of known components over the entire frequency range of calibration, to verify that the performance of the instrumentation and accuracy of the calibration terms are within required tolerances. Figure 9 is the flowchart of such a program for the *S*-parameter methods. A similar algorithm can be applied to the direct transmission method. Input information to this program should include the frequency range and the number of points for measurement, the drive level at which the measurements are to be made, and the parameters to be output, i.e. transimpedance, transadmittance, input impedance, etc. This program would use the system error terms previously stored by the "calibration" program, and the error correction and parameter conversion routine used by the "measurement" program. The components to be used must be connected to the system at the measurement reference plane.

5.3.2 The verification can be done by measuring the terminations used in the calibration procedure, the short circuits used in calibration or by use of specially prepared components such as R-C networks housed in the same type of enclosures as used for the crystals being measured. With the calibration devices, the measured parameters would be converted to input and output impedances,  $Z_{11}$  and  $Z_{22}$ , as the transmission with these devices is essentially zero. A device having a series connected R-C between the active pins of a crystal enclosure would provide the  $Y_{12}$  (or  $Z = 1/Y_{12}$ ) output. Such components provide a very convenient

du boîtier d'un quartz devrait avoir la valeur de sortie  $Y_{12}$  (ou  $Z = 1/Y_{12}$ ). De tels dispositifs permettent une vérification très commode, mais ils conviennent généralement à un usage interne, car ils doivent être initialement étalonnés par plusieurs mesures effectuées à l'aide d'un système correctement vérifié.

5.3.3 Par exemple, si le programme de vérification est utilisé pour mesurer les dispositifs à terminaisons normalisées utilisés pour étalonner l'instrument, qui doivent avoir une impédance très voisine de  $50 \Omega$  et être connus avec précisions, on devrait s'attendre à ce que les valeurs obtenues de  $Z_{11}$  et  $Z_{22}$  soient de l'ordre de la valeur correcte, avec une tolérance de 0,2 % et que leur composante réactive soit inférieure à 0,2 % du terme résistif. Si les courts-circuits normalisés sont mesurés, on devrait s'attendre à ce que les valeurs  $Z_{11}$  et  $Z_{22}$  donnent des composantes d'impédance réelles et réactives inférieures à  $0,1 \Omega$ .

5.3.4 Il est recommandé de ne pas effectuer les mesures de vérification à des fréquences exactement identiques aux fréquences auxquelles des mesures d'étalonnage ont été effectuées, afin de vérifier également la précision des algorithmes d'interpolation.

5.3.5 Des applications de systèmes logiciels assurant ces fonctions sont disponibles dans le commerce pour certains analyseurs de réseaux proposés par les fabricants d'instruments.

## 6 Mesures des basses fréquences

6.1 Les mesures effectuées à des fréquences inférieures à 100 kHz, présentent deux difficultés majeures: la première qui réside dans le fait que le niveau d'impédance du résonateur peut être très élevé et générer une perte d'insertion excessive dans un système à  $50 \Omega$ , et la deuxième qui réside dans le fait que les réflectomètres présents dans le montage d'essai à analyseur de réseaux peuvent avoir une directivité inadéquate à des basses fréquences.

6.2 Par conséquent, il est recommandé d'utiliser la méthode de transmission phase/amplitude. En ce qui concerne les dispositifs ayant une résistance dynamique  $R_1$  élevée, il est également recommandé d'utiliser un montage présentant une impédance élevée par rapport aux terminaisons du quartz. Pour éviter des niveaux faibles dans les instruments, il est possible que l'utilisation d'un transformateur d'adaptation d'impédances soit prescrite. Si l'utilisation de méthodes des paramètres  $S$  est souhaitée, l'annexe B fournit un certain nombre de détails fondamentaux.

## 7 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent

### 7.1 Méthode générale d'ajustement des moindres carrés

7.1.1 En tant que critère général, les valeurs des paramètres du circuit équivalent seront définies comme celles qui minimisent la fonction:

$$E = \sum_i W_i |Y_i - Y_i^A|^2 = \sum_i W_i ((G_i - G_i^A)^2 + (B_i - B_i^A)^2) \quad (7.1)$$

où  $Y_i = G_i + jB_i$  et  $W_i$  est un rapport de pondération.

$Y_i$  représente la valeur théorique de l'admittance  $Y$ , calculée à la fréquence de mesure  $\omega_i$ , et exprimée en fonction des paramètres  $G_0, G_{02}, R_1, L_1$  et  $C_1$ ;  $Y_i^A$  représente la valeur de  $Y$  mesurée à la fréquence  $\omega_i$  déduite à partir des paramètres  $S$  corrigés.  $Y$  est essentiellement la même fonction pour les mesures de réflexion et de transmission, et désormais, ses paramètres seront désignés par  $G_0, C_0, R_1, L_1, C_1$ . Divers choix sont possibles pour la valeur de  $W_i$ ; si  $C_0$  et  $G_0$  sont évalués par des mesures hors résonance, alors le choix de  $W_i = 1$  est habituellement celui qui convient le mieux. Si  $C_0$  doit être évalué à partir de mesures effectuées au voisinage de la résonance et s'il est nécessaire de s'assurer que le point d'antirésonance est décrit de façon précise, alors il convient de choisir  $W_i = |Y_i^A|^{-1}$ .

verification, but are generally best suited for internal use, as they must be initially calibrated by several measurements made with a well-verified system.

5.3.3 For example, if the verification program is used to measure the standard termination devices used to calibrate the instrument, which would have an impedance of very nearly  $50 \Omega$ , and be accurately known, it would be expected that the  $Z_{11}$  and  $Z_{22}$  values obtained would be within 0,2 % of the correct value, and would have a reactive component less than 0,2 % of the resistive term. If the standard short circuits are measured,  $Z_{11}$  and  $Z_{22}$  would be expected to give both real and reactive impedance components less than  $0,1 \Omega$ .

5.3.4 It is desirable that verification measurements shall not be made at exactly the same frequencies at which calibration measurements were made, so that the accuracy of the interpolation algorithms will also be checked.

5.3.5 Implementations of software systems which provide these functions are commercially available for some of the network analyzer systems offered by instrument manufacturers.

## 6 Low-frequency measurements

6.1 Measurements at frequencies below 100 kHz present two particular difficulties; first, the impedance level of the resonator may be very high, producing an excessive insertion loss in a  $50 \Omega$  system, and second, the reflectometers in the network analyzer test set may have inadequate directivity at low frequencies.

6.2 It is recommended therefore that the amplitude/phase transmission method be used. For high  $R_1$  devices, it is also recommended that a fixture which presents a high impedance to the crystal terminations be used. To avoid low instrumentation levels, an impedance matching transformer may be required. Should the use of S-parameter methods be desired, annex B outlines some basic details.

## 7 Admittance analysis and estimation of the equivalent circuit parameters

### 7.1 General least-squares fitting method

7.1.1 As a general criterion, the values of the equivalent circuit parameters will be defined as those which minimize the function

$$E = \sum_i W_i \left| Y_i - Y_i^A \right|^2 = \sum_i W_i \left( (G_i - G_i^A)^2 + (B_i - B_i^A)^2 \right) \quad (7.1)$$

where  $Y_i = G_i + jB_i$  and  $W_i$  is a weighting factor.

$Y_i$  denotes the theoretical value of the admittance,  $Y$ , computed at the measurement frequency  $\omega_i$ , and expressed in terms of the parameters  $G_0$ ,  $G_{02}$ ,  $R_1$ ,  $L_1$  and  $C_1$ ;  $Y_i^A$  represents the measured value of  $Y$  at  $\omega_i$  inferred from the error-corrected S-parameters.  $Y$  is essentially the same function for both reflection and transmission measurements, and from now on its parameters will be referred to as  $G_0$ ,  $C_0$ ,  $R_1$ ,  $L_1$ ,  $C_1$ . Various possible choices of  $W_i$  may be used; if  $C_0$  and  $G_0$  are determined by separate off-resonance measurements then the choice  $W_i = 1$  is usually most appropriate; if  $C_0$  is to be estimated from measurements in the vicinity of resonance and it is necessary to ensure that the anti-resonance point is accurately described, then the choice  $W_i = |Y_i^A|^{-1}$  should be used.

7.1.2 La fonction  $E$  a les propriétés suivantes:

a) Sachant que 
$$\sum_i W_i \left| Y_i - Y_i^A \right|^2 = \sum_i W_i \left| Y_i^A \right|^2 \left| \frac{Y_i}{Y_i^A} - 1 \right|^2$$

l'erreur relative dans  $Y$  est pondérée pour donner la plus grande signification à la région située à proximité de la résonance série (lorsque  $Y_i^A$  est une valeur maximale).

b) Les parties réelles et imaginaires de  $Y$  sont utilisées.

c) si  $W_i$  est choisi comme étant égal à  $|Y_i^A|^{-1}$  un accord étroit est assuré entre les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales de la fréquence d'antirésonance, à condition qu'elle soit comprise dans les limites de la plage de points de mesure  $\omega_i$ .

7.1.3 Parfois, un mode indésirable peut apparaître si près de la réponse principale que l'utilisation d'un circuit équivalent monomode est incertain; dans ce cas, il est possible d'utiliser les circuits plus généraux illustrés aux figures 6 et 7, car ces circuits comportent des bras résonants. Les paramètres du circuit équivalent peuvent être déterminés en minimisant  $E$  comme précédemment, mais la minimisation s'effectue à présent par rapport à un nombre croissant de variables. Une minimisation simultanée de cette forme est le seul moyen de traiter le problème, qui donne entière satisfaction.

## 7.2 Méthode linéaire d'ajustement des moindres carrés

7.2.1 La méthode recommandée pour l'ajustement des données est souple et facilement généralisée, mais le processus de minimisation ne peut être effectué que par une procédure itérative. Il est reconnu qu'il n'est pas impossible qu'une mise en application mathématique de cette méthode ne soit pas à la portée de certains utilisateurs, et c'est pour cette raison qu'un certain nombre de variantes de procédures non itératives sont données.

7.2.2 Toutes les méthodes non itératives (linéaires) utilisent une combinaison d'au moins deux opérations d'ajustement, et elles ne sont pas facilement généralisées en problèmes plus complexes, tels que des ajustements de deux résonances, qui nécessitent une approche non linéaire plus sophistiquée. Afin de maintenir une cohérence globale, il est recommandé de choisir des méthodes linéaires qui correspondent, autant que possible, au critère non linéaire général.

7.2.3 Pour effectuer une excellente approximation, au voisinage de la résonance,

$$\omega C_0 \approx \omega_s C_0 = B_0 \quad (7.2)$$

$$\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = 2(\omega - \omega_s) L_1 \quad (7.3)$$

où 
$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Donc 
$$B = B_0 - \frac{2(\omega - \omega_s) L_1}{R_1^2 + 4(\omega - \omega_s)^2 L_1^2} = B_0 - 2(\omega - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} \cdot G \quad (7.4)$$

où 
$$G = R_1 / (R_1^2 + 4(\omega - \omega_s)^2 L_1^2)$$

est une composante réelle de l'admittance de transfert lorsqu'une quelconque conductance parallèle  $G_0$  est négligée.

7.1.2 The function  $E$  has the following properties

$$a) \text{ As } \sum_i W_i \left| Y_i - Y_i^A \right|^2 = \sum_i W_i \left| Y_i^A \right|^2 \left| \frac{Y_i}{Y_i^A} - 1 \right|^2$$

the relative error in  $Y$  is weighted to give greatest significance to the region close to series resonance (where  $Y_i^A$  is a maximum).

b) Both the real and imaginary parts of  $Y$  are used.

c) If  $W_i$  is chosen to be  $|Y_i^A|^{-1}$  close agreement between the theoretical and experimental values of the anti-resonance frequency is assured, provided it is within the range of the measurement points  $\omega_i$ .

7.1.3 On occasions, an unwanted mode may appear so close to the main response that the use of a single-mode equivalent circuit is questionable; in this case, the more general circuits of figures 6 and 7, containing several resonant arms, may be used. The equivalent circuit parameters can be determined by minimizing  $E$  as before, but the minimization is now with respect to an increased number of variables. A simultaneous minimization of this form is the only entirely satisfactory way to treat this problem.

## 7.2 Linear least-squares fitting procedure

7.2.1 The recommended method of data fitting is versatile and easily generalized, but the process of minimization can only be performed by an iterative procedure. It is recognized that a mathematical implementation of this method may be impractical for some users, and for this reason certain alternative non-iterative procedures are given.

7.2.2 All of the non-iterative (linear) methods use a combination of at least two fitting operations, and they are not readily generalized to more complex problems, such as two resonance fits, which require the more sophisticated non-linear approach. In order to maintain overall consistency, it is advisable to choose linear methods which correspond as closely as possible to the general non-linear criterion.

7.2.3 To an excellent approximation, in the vicinity of resonance,

$$\omega C_0 \approx \omega_s C_0 = B_0 \quad (7.2)$$

$$\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = 2(\omega - \omega_s) L_1 \quad (7.3)$$

where

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Therefore

$$B = B_0 - \frac{2(\omega - \omega_s) L_1}{R_1^2 + 4(\omega - \omega_s)^2 L_1^2} = B_0 - 2(\omega - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} \cdot G \quad (7.4)$$

where

$$G = R_1 / (R_1^2 + 4(\omega - \omega_s)^2 L_1^2)$$

is the real component of transadmittance when any shunt conductance  $G_0$  is neglected.

Il est donc possible de réécrire l'expression relative à  $E$

$$E = \sum_i W_i \left[ (G_i - G_i^A)^2 + \left( B_0 - 2(\omega_i - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} G_i - B_i^A \right)^2 \right] \quad (7.5)$$

7.2.4 Pour obtenir une expression convenable, on peut supposer que la différence entre  $G_i$  et  $G_i^A$  peut être négligée, donc si

$$\begin{aligned} G_i &= G_i^A \\ \text{alors} \quad E &= \sum_i W_i \left( B_0 - 2(\omega_i - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} G_i^A - B_i^A \right)^2. \end{aligned} \quad (7.6)$$

7.2.5 Détermination de trois variables indépendantes

$$p_1 = -4\pi \frac{L_1}{R_1}$$

$$p_2 = \frac{2\omega_s L_1}{R_1} = \frac{4\pi f_s L_1}{R_1} \quad (7.7)$$

$$p_3 = B_0$$

$$E \text{ devient} \quad E = \sum_i W_i ((p_1 f_i + p_2) G_i^A + p_3 - B_i^A)^2 \quad (7.8)$$

Les conditions pour un minimum

$$\frac{\partial E}{\partial p_1} = \frac{\partial E}{\partial p_2} = \frac{\partial E}{\partial p_3} = 0$$

donnent les équations linéaires

$$\begin{aligned} \left[ \sum_i W_i (f_i G_i^A)^2 \right] p_1 + \left[ \sum_i W_i f_i (G_i^A)^2 \right] p_2 + \left[ \sum_i W_i f_i G_i^A \right] p_3 &= \sum_i W_i f_i G_i^A B_i^A \\ \left[ \sum_i W_i f_i (G_i^A)^2 \right] p_1 + \left[ \sum_i W_i (G_i^A)^2 \right] p_2 + \left[ \sum_i W_i G_i^A \right] p_3 &= \sum_i W_i G_i^A B_i^A \\ \left[ \sum_i W_i f_i G_i^A \right] p_1 + \left[ \sum_i W_i G_i^A \right] p_2 + \left[ \sum_i W_i \right] p_3 &= \sum_i W_i B_i^A \end{aligned} \quad (7.9)$$

Du point de vue du conditionnement numérique, il est conseillé d'utiliser une échelle de fréquence mesurée à partir d'une certaine valeur de référence assez proche de  $f_s$  lors de la résolution de ces équations.

7.2.6 Si les valeurs de  $\omega_s$  et  $\frac{L_1}{R_1}$  que l'on vient de déterminer sont remplacées dans l'expression exacte de  $E$ , alors  $C_0$  et  $R_1$  peuvent être obtenus par une autre minimisation de  $E$ .

The expression for  $E$  may therefore be rewritten

$$E = \sum_i W_i \left[ (G_i - G_i^A)^2 + \left( B_0 - 2(\omega_i - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} G_i - B_i^A \right)^2 \right] \quad (7.5)$$

7.2.4 To obtain a suitable expression, it may be assumed that the difference between  $G_i$  and  $G_i^A$  can be neglected, so if

$$G_i = G_i^A$$

then

$$E = \sum_i W_i \left( B_0 - 2(\omega_i - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} G_i^A - B_i^A \right)^2 \quad (7.6)$$

7.2.5 Defining three independent variables

$$p_1 = -4\pi \frac{L_1}{R_1}$$

$$p_2 = \frac{2\omega_s L_1}{R_1} = \frac{4\pi f_s L_1}{R_1} \quad (7.7)$$

$$p_3 = B_0$$

$E$  becomes

$$E = \sum_i W_i ((p_1 f_i + p_2) G_i^A + p_3 - B_i^A)^2 \quad (7.8)$$

The conditions for a minimum

$$\frac{\partial E}{\partial p_1} = \frac{\partial E}{\partial p_2} = \frac{\partial E}{\partial p_3} = 0$$

give the linear equations

$$\begin{aligned} \left[ \sum_i W_i (f_i G_i^A)^2 \right] p_1 + \left[ \sum_i W_i f_i (G_i^A)^2 \right] p_2 + \left[ \sum_i W_i f_i G_i^A \right] p_3 &= \sum_i W_i f_i G_i^A B_i^A \\ \left[ \sum_i W_i f_i (G_i^A)^2 \right] p_1 + \left[ \sum_i W_i (G_i^A)^2 \right] p_2 + \left[ \sum_i W_i G_i^A \right] p_3 &= \sum_i W_i G_i^A B_i^A \\ \left[ \sum_i W_i f_i G_i^A \right] p_1 + \left[ \sum_i W_i G_i^A \right] p_2 + \left[ \sum_i W_i \right] p_3 &= \sum_i W_i B_i^A \end{aligned} \quad (7.9)$$

From the point of view of numerical conditioning, it is advisable to use a frequency scale measured from some reference value fairly close to  $f_s$  when solving these equations.

7.2.6 If the values of  $\omega_s$  and  $\frac{L_1}{R_1}$  just determined are substituted into the exact expression for  $E$ , then  $C_0$  and  $R_1$  may be obtained by another minimization of  $E$ .

$$\text{Si } T = \left( \omega - \frac{\omega_s^2}{\omega} \right) \times \frac{L_1}{R_1} \quad (7.10)$$

$$\text{et } U = \frac{1}{1 + T^2} \quad \text{et } V = TU$$

$$\text{alors } G = G_0 + \frac{U}{R_1} \quad B = \omega C_0 - \frac{V}{R_1} \quad (7.11)$$

$$E = \sum_i W_i \left[ \left( G_0 + \frac{U_i}{R_1} - G_i^A \right)^2 + \left( \omega_i C_0 - \frac{V_i}{R_1} - B_i^A \right)^2 \right] \quad (7.12)$$

La minimisation par rapport à  $G_0$ ,  $C_0$  et  $R_1$  donne

$$\begin{aligned} \left[ \sum_i W_i \right] G_0 + \left[ \sum_i W_i U_i \right] \times \frac{1}{R_1} &= \sum_i W_i G_i^A \\ \left[ \sum_i W_i \omega_i^2 \right] C_0 - \left[ \sum_i W_i \omega_i V_i \right] \times \frac{1}{R_1} &= \sum_i W_i \omega_i B_i^A \\ \left[ \sum_i W_i U_i \right] G_0 - \left[ \sum_i W_i \omega_i V_i \right] C_0 + \left[ \sum_i W_i U_i \right] \times \frac{1}{R_1} &= \sum_i W_i (U_i G_i^A - V_i B_i^A) \end{aligned} \quad (7.13)$$

7.2.7 Evidemment, cette procédure ne permet pas de déterminer le vrai minimum de  $E$ ; on trouve deux paramètres en minimisant une expression approchée de  $E$ , et ensuite la fonction exacte est minimisée par rapport aux autres paramètres, en gardant inchangées les valeurs des deux premiers. Les étapes de l'opération peuvent être résumées comme suit:

#### 7.2.8 Méthode linéaire recommandée

- Etablir des expressions approchées de  $E$  en posant l'égalité  $G_i = G_i^A$ .
- Minimiser l'expression approchée pour déterminer des valeurs pour:

$$B_0, \frac{L_1}{R_1}, \omega_s.$$

- Avec des valeurs fixes de  $\frac{L_1}{R_1}$  et  $\omega_s$  minimiser l'expression exacte de  $E$  pour déterminer  $G_0$ ,  $C_0$  et  $R_1$ .

7.2.9 L'itération de la séquence d'opérations indiquée ci-dessus peut être effectuée en retournant à l'étape a) et, au lieu d'effectuer une approximation de  $G_i$  par  $G_i^A$  en utilisant des valeurs des paramètres déjà calculés pour faire une approximation  $G_i$ . Les étapes a), b) et c) peuvent ainsi être répétées jusqu'à ce que les valeurs des paramètres soient comprises, lors d'itérations successives, dans les limites prescrites. Si  $C_0$  a été déterminée par des méthodes de mesure hors résonance, alors sa valeur peut être maintenue constante dans les expressions ci-dessus, et les minimisations peuvent être uniquement effectuées par rapport à d'autres variables.

$$\text{If } T = \left( \omega - \frac{\omega_s^2}{\omega} \right) \times \frac{L_1}{R_1} \quad (7.10)$$

$$\text{and } U = \frac{1}{1 + T^2} \quad \text{and } V = TU$$

$$\text{then } G = G_0 + \frac{U}{R_1} \quad B = \omega C_0 - \frac{V}{R_1} \quad (7.11)$$

$$E = \sum_i W_i \left[ \left( G_0 + \frac{U_i}{R_1} - G_i^A \right)^2 + \left( \omega_i C_0 - \frac{V_i}{R_1} - B_i^A \right)^2 \right] \quad (7.12)$$

Minimizing with respect to  $G_0$ ,  $C_0$  and  $R_1$  gives

$$\begin{aligned} \left[ \sum_i W_i \right] G_0 + \left[ \sum_i W_i U_i \right] \times \frac{1}{R_1} &= \sum_i W_i G_i^A \\ \left[ \sum_i W_i \omega_i^2 \right] C_0 - \left[ \sum_i W_i \omega_i V_i \right] \times \frac{1}{R_1} &= \sum_i W_i \omega_i B_i^A \\ \left[ \sum_i W_i U_i \right] G_0 - \left[ \sum_i W_i \omega_i V_i \right] C_0 + \sum_i [W_i U_i] \times \frac{1}{R_1} &= \sum_i W_i (U_i G_i^A - V_i B_i^A) \end{aligned} \quad (7.13)$$

7.2.7 This procedure does not, of course, determine the true minimum of  $E$ ; two parameters are found by minimizing an approximate expression for  $E$ , and then the exact function is minimized with respect to the other parameters keeping the values of the first two fixed. The steps in the operation may be summarized as follows.

#### 7.2.8 Recommended linear procedure

- Form approximate expressions for  $E$  by setting  $G_i = G_i^A$ .
- Minimize approximate expression to determine values for:

$$B_0, \frac{L_1}{R_1}, \omega_s.$$

- With fixed values for  $\frac{L_1}{R_1}$  and  $\omega_s$  minimize the exact expression for  $E$  to determine  $G_0$ ,  $C_0$  and  $R_1$ .

7.2.9 The above sequence of operations can be iterated by returning to step a), and instead of approximating  $G_i$  by  $G_i^A$  using the parameter values already calculated to approximate  $G_i$ . Steps a), b) and c) can then be repeated until the parameter values agree on successive iterations to within prescribed limits. If  $C_0$  has been determined by off-resonance measurements then its value may be held constant in the above expressions, and the minimizations performed only with respect to the other variables.

### 7.3 Méthode d'ajustement de cercle

#### 7.3.1 Généralités

Une variante de procédure linéaire, qui constitue probablement le moyen le plus simple et le plus efficace pour ajuster des données, est désignée par méthode d'ajustement de cercle.

On calcule les vecteurs d'admittance  $-Y_{21}$  à partir des paramètres  $S$  entièrement corrigés ou des données d'amplitude/phase mesurées à plusieurs fréquences. Ces valeurs servent à établir l'équation de lieu géométrique le mieux adapté dans le plan  $Y$ .

Il est possible de démontrer que:

$$\left( G - G_0 - \frac{1}{2R_1} \right)^2 + (B - B_0)^2 = \frac{1}{4R_1^2} \quad (7.14)$$

de sorte que les points  $(G_i, B_i)$ , qui sont les composantes réelle et imaginaire de  $-Y_{21}$ , s'inscrivent sur un cercle de rayon  $\frac{1}{2R_1}$  et de centre  $(G_0 + \frac{1}{2R_1}, B_0)$ .

En développant cette fonction, on obtient:

$$\left( G_0^2 + B_0^2 + \frac{G_0}{R_1} \right) - G \left( 2G_0 + \frac{1}{R_1} \right) + G^2 + B^2 - 2B B_0 = 0 \quad (7.15)$$

Si les paramètres  $p_1, p_2$  et  $p_3$  sont définis par

$$p_1 = - \left( G_0^2 + B_0^2 + \frac{G_0}{R_1} \right), \quad p_2 = 2G_0 + \frac{1}{R_1}, \quad p_3 = 2B_0$$

alors

$$\sum_i \left( \frac{1}{4R_1^2} - \left( G_i^A - G_0 - \frac{1}{2R_1} \right)^2 - (B_i^A - B_0)^2 \right)^2 \quad (7.16)$$

$$= \sum_i (p_1 + p_2 G_i^A + p_3 B_i^A - (G_i^A)^2 - (B_i^A)^2)^2$$

Si cette expression est minimisée par rapport à  $p_1, p_2$  et  $p_3$ , on obtient alors un ensemble linéaire d'équations relatives à  $p_1, p_2$  et  $p_3$ , et

$$B_0 = \frac{p_3}{2}, \quad R_1 = \frac{1}{2} \left( p_1 + \left( \frac{p_2}{2} \right)^2 + B_0^2 \right)^{-1/2} \quad (7.17)$$

$$G_0 = \frac{1}{2} \left( p_2 - \frac{1}{R_1} \right)$$

et le rayon du cercle est donné par:

$$\text{Rad} = \frac{1}{2R_1} = \left( p_1 + \left( \frac{p_2}{2} \right)^2 + B_0^2 \right)^{1/2} \quad (7.18)$$

### 7.3 Circle-fitting method

#### 7.3.1 General

An alternative linear procedure, which is probably the simplest and most efficient way of data fitting, is referred to as the circle-fitting method.

From the fully corrected  $S$ -parameters or amplitude/phase data measured at several frequencies, the  $-Y_{21}$  admittance vectors are calculated. These values are used to establish the equation of the best-fit circular locus in the  $Y$ -plane.

It can be shown that

$$\left( G - G_0 - \frac{1}{2R_1} \right)^2 + (B - B_0)^2 = \frac{1}{4R_1^2} \quad (7.14)$$

so that the points  $(G_i, B_i)$ , being the real and imaginary components of  $-Y_{21}$ , lie on a circle of radius  $\frac{1}{2R_1}$

and centred  $(G_0 + \frac{1}{2R_1}, B_0)$ .

If this expression is expanded we obtain

$$\left( G_0^2 + B_0^2 + \frac{G_0}{R_1} \right) - G \left( 2G_0 + \frac{1}{R_1} \right) + G^2 + B^2 - 2B B_0 = 0 \quad (7.15)$$

If parameters  $p_1, p_2$  and  $p_3$  are defined by

$$p_1 = - \left( G_0^2 + B_0^2 + \frac{G_0}{R_1} \right), \quad p_2 = 2G_0 + \frac{1}{R_1}, \quad p_3 = 2B_0$$

then

$$\begin{aligned} \sum_i \left( \frac{1}{4R_1^2} - \left( G_i^A - G_0 - \frac{1}{2R_1} \right)^2 - (B_i^A - B_0)^2 \right) \\ = \sum_i (p_1 + p_2 G_i^A + p_3 B_i^A - (G_i^A)^2 - (B_i^A)^2)^2 \end{aligned} \quad (7.16)$$

If this expression is minimized with respect to  $p_1, p_2$  and  $p_3$ , then a linear set of equations for  $p_1, p_2$  and  $p_3$  is obtained, and

$$\begin{aligned} B_0 = \frac{p_3}{2}, \quad R_1 = \frac{1}{2} \left( p_1 + \left( \frac{p_2}{2} \right)^2 + B_0^2 \right)^{-1/2} \\ G_0 = \frac{1}{2} \left( p_2 - \frac{1}{R_1} \right) \end{aligned} \quad (7.17)$$

and the radius of the circle is given by

$$\text{Rad} = \frac{1}{2R_1} = \left( p_1 + \left( \frac{p_2}{2} \right)^2 + B_0^2 \right)^{1/2} \quad (7.18)$$

### 7.3.2 Evaluation de $C_0, G_0$

La capacité statique en dérivation peut être déterminée à partir de la relation:

$$C_0 = \frac{B_0}{\omega}$$

Il est facile de déterminer si une condition de phase nulle est possible ou non - si  $\text{Rad} < B_0$ , le cercle ne coupera pas l'axe réel dans le plan Y, et par conséquent, le résonateur ne peut jamais générer une phase d'insertion nulle.  $G_0$  est la conductance en dérivation et il est possible qu'elle soit ou non incluse dans le circuit équivalent. Assurément, si  $G_0 < 0,0001 \times \text{Rad}$ , les erreurs dues au fait que l'on a négligé la présence de  $G_0$  ne sont pas significatives.

### 7.3.3 Evaluation de $R_1, C_1, L_1, f_s$

Les mesures géométriques du cercle d'admittance ne fournissent pas directement des informations concernant la fréquence ou l'inductance dynamique. Ces paramètres sont déterminés pour examiner les fonctions de réactance dans le plan Z. Premièrement, le cercle du plan Y est utilisé pour «lisser» des données mesurées de la manière suivante: les valeurs mesurées  $-Y_{21}$  sont déplacées le long des rayons du cercle de façon à les situer sur le lieu géométrique circulaire. La position angulaire de point de mesure, telle qu'elle est vue depuis le centre du cercle, est calculée à partir de la relation ci-après:

$$\phi = \arctan[(B_i - B_c) / (G_i - G_c)] \quad (7.19)$$

où  $B_c = B_0$  et  $G_c = G_0 + 1/2R_1$  (c'est-à-dire  $B_c$  et  $G_c$  sont les coordonnées du centre du cercle).

En soustrayant  $B_0$  de la composante de susceptance, le lieu géométrique circulaire est déplacé de telle manière que son centre se situe sur l'axe G, éliminant ainsi l'effet de  $C_0$ . Le nouveau lieu géométrique du point «lissé» est calculé comme suit:

$$\begin{aligned} G'_i &= G_c + \text{Rad} \times \cos(\phi) \\ B'_i &= \text{Rad} \times \sin(\phi) \end{aligned} \quad (7.20)$$

La fonction de réactance correspondant à ces données est donc déterminée en ajustant les valeurs:

$$X'_i = -B'_i / (G'^2_i + B'^2_i) \quad (7.21)$$

pour générer une relation binomiale de la fréquence en fonction de la réactance:

$$df(X') = \alpha_1 + \alpha_2 X' + \alpha_3 X'^2 + \alpha_4 X'^3 = f - f_{\text{ref}} \quad (7.22)$$

où  $f_{\text{ref}}$  peut être choisie comme la fréquence la plus faible à laquelle la mesure est effectuée.

Les coefficients  $\alpha_i$  de l'équation (7.22) peuvent être déterminés à l'aide de la méthode des moindres carrés.

A partir de cette expression, on peut établir l'égalité  $df_s = \alpha_1$ , car la fréquence de résonance série est celle pour laquelle le cercle coupe l'axe réel.  $f_s = df_s + f_{\text{ref}}$  est alors une fréquence de résonance série. L'inductance dynamique est déterminée à partir de la dérivée de cette fonction à  $X' = 0$  (résonance série);

$$df / dX' = \alpha_2 + 2\alpha_3 X' + 3\alpha_4 X'^2$$

ou, à  $f_s$ ,  $df / dX' = \alpha_2$ , et en utilisant l'approximation en bande étroite

$$L_1 = 1 / (4\pi \alpha_2) \quad (7.23)$$

### 7.3.2 Estimation of $C_0$ , $G_0$

The static shunt capacitance can be determined from

$$C_0 = \frac{B_0}{\omega}$$

It is easily determined whether or not a zero-phase condition is possible - if  $\text{Rad} < B_0$ , the circle will not intersect the real axis in the Y-plane, and therefore the crystal can never produce a zero insertion phase.  $G_0$  is the shunt conductance and may or may not be included in the equivalent circuit. Certainly if  $G_0 < 0.0001 \times \text{Rad}$ , the errors due to neglecting the presence of  $G_0$  are not significant.

### 7.3.3 Estimation of $R_1$ , $C_1$ , $L_1$ , $f_s$

The geometric measurements of the admittance circle do not directly provide information about frequency or motional inductance. These parameters are found from examination of the reactance functions in the Z-plane. First, the Y-plane circle is used to "smooth" the measured data in the following manner: the measured  $-Y_{21}$  values are moved along radii of the circle to lie on the circular locus. The angular position of the measured point as viewed from the centre of the circle is calculated from

$$\phi = \arctan [(B_i - B_c) / (G_i - G_c)] \quad (7.19)$$

where  $B_c = B_0$  and  $G_c = G_0 + 1/2R_1$  (i.e.  $B_c$  and  $G_c$  are the co-ordinates of the centre of the circle).

By subtracting  $B_0$  from the susceptance component, the circular locus is translated so that its centre lies on the G-axis, thus removing the effect of  $C_0$ . The new location of the smoothed point is calculated as

$$\begin{aligned} G'_i &= G_c + \text{Rad} \times \cos(\phi) \\ B'_i &= \text{Rad} \times \sin(\phi) \end{aligned} \quad (7.20)$$

The reactance function corresponding to this data is then found by fitting the values

$$X'_i = -B'_i / (G'^2_i + B'^2_i) \quad (7.21)$$

to generate a polynomial relationship of frequency as a function of reactance:

$$df(X') = \alpha_1 + \alpha_2 X' + \alpha_3 X'^2 + \alpha_4 X'^3 = f - f_{\text{ref}} \quad (7.22)$$

where  $f_{\text{ref}}$  may be chosen as the lowest frequency at which measurement is made.

The coefficients  $\alpha_i$  of equation (7.22) may be determined using a least-squares procedure.

From this expression,  $df_s = \alpha_1$ , as the series resonance frequency is that for which the transformed circle crosses the real axis.  $f_s = df_s + f_{\text{ref}}$  is then the series resonance frequency. The motional inductance is determined from the derivative of this function at  $X' = 0$  (series resonance);

$$df/dX' = \alpha_2 + 2\alpha_3 X' + 3\alpha_4 X'^2$$

or, at  $f_s$ ,  $df/dX' = \alpha_2$ , and using the narrow-band approximation

$$L_1 = 1 / (4\pi \alpha_2) \quad (7.23)$$

Ces valeurs de  $f_s$ ,  $R_1$ ,  $L_1$ ,  $C_0$  (et  $G_0$  s'il est significatif) peuvent alors être utilisées comme le point de départ d'une procédure d'ajustement non linéaire itératif, si nécessaire. On considère donc que, pour la plupart des applications, le sous-programme d'ajustement linéaire des cercles, décrit ci-dessus, convient; dans la mesure où cela nécessite un temps de calcul considérablement plus court, cette procédure peut être utilisée comme l'unique méthode d'évaluation requise. Pour garantir la précision la plus élevée possible, lorsque l'écart par rapport aux autres facteurs est maintenu sous un contrôle suffisamment étroit, il convient d'ajouter un complément facultatif à la méthode non linéaire, comme étape finale dans l'optimisation des paramètres.

#### 7.4 Méthode d'itération à deux points

##### 7.4.1 Généralités

Cette méthode donne une solution explicite pour les valeurs des éléments du quartz relatives à un nombre minimal de deux fréquences de mesure. Il est possible d'utiliser des nombres plus importants de fréquences pour une approche itérative, qui se poursuit jusqu'à ce qu'une répétabilité donnée soit obtenue pour les valeurs finales.

Fondamentalement, il est possible de calculer explicitement quatre paramètres à partir de deux mesures complexes effectuées à des fréquences différentes de  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , donnant une impédance

$$Z_x(\omega_i) = \text{Re} [Z_x(\omega_i)] + j \text{Im} [Z_x(\omega_i)] \quad (7.24)$$

$$i = 1, 2$$

Les quatre valeurs:

$$\begin{aligned} &\text{Re} [Z_x(\omega_1)] \\ &\text{Im} [Z_x(\omega_1)] \\ &\text{Re} [Z_x(\omega_2)] \\ &\text{Im} [Z_x(\omega_2)] \end{aligned} \quad (7.25)$$

permettent de calculer les valeurs de  $L_1$ ,  $C_1$ ,  $R_1$  et  $C_0$ .

##### 7.4.2 Evaluation de $C_0$ , $G_0$

Cependant, la valeur de  $C_0$  n'est pas déduite à partir de  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Sa mesure doit être effectuée à une ou plusieurs fréquences suffisamment éloignées de la fréquence de résonance du résonateur considéré. A ces fréquences, la branche dynamique du résonateur a une impédance très élevée et il est possible de la négliger. Ainsi, la mesure peut se limiter à une mesure de la capacité (voir 3.5.2).

Il convient de faire attention à ce que les fréquences de mesure ne coïncident pas avec un mode de vibration indésirable.

A partir des tensions mesurées, la capacité  $C'_0$  doit être calculée comme suit:

$$C'_0 = - \text{Im} (Z_x) / (\omega_{c_0} (\text{Re} (Z_x)^2 + \text{Im} (Z_x)^2)) \quad (7.26)$$

où  $\omega_{c_0}$  est la fréquence de mesure de  $C_0$ .

La capacité  $C'_0$  calculée ci-dessus comprend également la capacité de diaphonie  $C_{cc}$  du gabarit d'essai. Cette capacité doit être déterminée avec une mesure supplémentaire à  $\omega_{c_0}$ , le réseau en  $\pi$  étant court-circuité selon la formule donnée par l'équation (7.26). La capacité statique  $C_0$  du résonateur est égale à la différence entre  $C'_0 - C_{cc}$ . Théoriquement, la partie réelle de l'équation m.a. doit être égale à zéro, mais cependant, on peut noter une résistance de perte parallèle, due à une imprécision de mesure, c'est-à-dire au voisinage d'un angle de phase de  $90^\circ$ , ou au fait que la valeur de  $G_0$  ne peut être négligée.

These values of  $f_s$ ,  $R_1$ ,  $L_1$ ,  $C_0$  (and  $G_0$  if it is significant) may then be used as the starting-point for an iterative non-linear fitting procedure if needed. It is therefore considered that, for most applications, the linear circle fitting routine as described above is adequate; and, as it requires considerably less computation time, may serve as the only estimation method needed. For the highest possible accuracy, when the deviation due to other factors is kept within sufficiently close control, optional addition of the non-linear method as a final step in optimization of parameters should be provided.

#### 7.4 Two-point iterative method

##### 7.4.1 General

This method gives an explicit solution for the crystal element values for a minimum of two measurement frequencies. Higher numbers of frequencies may be used for an iterative approach, which continues until a given repeatability for the final values is reached.

Basically, four parameters can be computed explicitly from two complex measurements at different frequencies of  $\omega_1$  and  $\omega_2$  yielding an impedance

$$Z_x(\omega_i) = \text{Re}[Z_x(\omega_i)] + j \text{Im}[Z_x(\omega_i)] \quad (7.24)$$

$$i = 1, 2$$

By means of the four values:

$$\begin{aligned} &\text{Re}[Z_x(\omega_1)] \\ &\text{Im}[Z_x(\omega_1)] \\ &\text{Re}[Z_x(\omega_2)] \\ &\text{Im}[Z_x(\omega_2)] \end{aligned} \quad (7.25)$$

the values of  $L_1$ ,  $C_1$ ,  $R_1$  and  $C_0$  can be calculated.

##### 7.4.2 Estimation of $C_0$ , $G_0$

However, the value of  $C_0$  is not derived from  $\omega_1$  and  $\omega_2$ . Its measurement has to be performed at one or more frequencies which are sufficiently apart from the considered crystal resonance. There, the motional branch of the crystal has a very high impedance and can be neglected. Thus, the measurement can be reduced to a pure capacitance measurement (see 3.5.2).

Care should be taken that the measurement frequencies are not coincidental with an unwanted mode of vibration.

From the measured voltages, the capacitance  $C'_0$  has to be computed from:

$$C'_0 = -\text{Im}(Z_x) / (\omega_{c_0} (\text{Re}(Z_x)^2 + \text{Im}(Z_x)^2)) \quad (7.26)$$

where  $\omega_{c_0}$  is the measuring frequency for  $C_0$ .

The above calculated capacitance  $C'_0$  also includes the cross-talk capacitance  $C_{cc}$  of the test fixture. This capacitance has to be determined with an additional measurement at  $\omega_{c_0}$ , with the  $\pi$ -network open circuited with the formula as in (7.26). The crystal  $C_0$  is the difference  $C'_0 - C_{cc}$ . Ideally, the real part of the a.m. equation should be zero; however, an additional parallel loss resistance can be observed either due to measurement inaccuracy, i.e. in the vicinity of 90°-phase angle or because  $G_0$  cannot be neglected.

La conductance  $G_0$  peut être calculée à partir de la relation suivante:

$$G_0 = \frac{\operatorname{Re} (Z_x)}{\operatorname{Re} (Z_x)^2 + \operatorname{Im} (Z_x)^2} \quad (7.27)$$

Cette valeur peut varier considérablement à différentes mesures et peut même avoir des valeurs négatives. Elle sert uniquement à effectuer un ajustement parfait des données et ne doit normalement pas faire l'objet d'une spécification pour un résonateur à quartz.

#### 7.4.3 Evaluation de $R_1$ , $C_1$ , $L_1$ , $f_s$

Lorsque la valeur de  $C_0$  est connue, les éléments restants du circuit peuvent être calculés. Aux deux fréquences de mesure  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , l'admittance du résonateur complet est calculée à partir des équations suivantes:

$$Y(\omega_1) = \frac{1}{\operatorname{Re} [Z(\omega_1)] + j \operatorname{Im} [Z(\omega_1)]} = a_1 + j b_1 \quad (7.28)$$

$$Y(\omega_2) = \frac{1}{\operatorname{Re} [Z(\omega_2)] + j \operatorname{Im} [Z(\omega_2)]} = a_2 + j b_2 \quad (7.29)$$

avec

$$a_1 = \frac{\omega_1^2 R_1 C_1^2}{(1 - \omega_1^2 L_1 C_1)^2 + \omega_1^2 R_1^2 C_1^2} \quad (7.30)$$

$$b_1 = \frac{\omega_1 (C_1 + C_0) - \omega_1^3 (2 L_1 C_0 C_1 + L_1 C_1^2 - R_1^2 C_1^2 C_0) + \omega_1^5 L_1^2 C_1^2 C_0}{(1 - \omega_1^2 L_1 C_1)^2 + \omega_1^2 R_1^2 C_1^2} \quad (7.31)$$

$$a_2 = \frac{\omega_2^2 R_1 C_1^2}{(1 - \omega_2^2 L_1 C_1)^2 + \omega_2^2 R_1^2 C_1^2} \quad (7.32)$$

$$b_2 = \frac{\omega_2 (C_1 + C_0) - \omega_2^3 (2 L_1 C_0 C_1 + L_1 C_1^2 - R_1^2 C_1^2 C_0) + \omega_2^5 L_1^2 C_1^2 C_0}{(1 - \omega_2^2 L_1 C_1)^2 + \omega_2^2 R_1^2 C_1^2} \quad (7.33)$$

Les quatre équations (7.30) à (7.33) comportent trois inconnues,  $L_1$ ,  $C_1$  et  $R_1$ ; le quatrième paramètre,  $C_0$ , a déjà été déterminé. La résolution de ces équations pour  $L_1$ ,  $C_1$  et  $R_1$  conduit aux résultats suivants:

$$L_1 = \frac{\omega_1 b_1^* - \omega_2 b_2^*}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (7.34)$$

$$C_1 = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_1^2 \omega_2 b_2^* - \omega_2^2 \omega_1 b_1^*} \quad (7.35)$$

$$R_1 = \frac{(a_1^* + a_2^*)}{2} \quad (7.36)$$

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \quad (7.37)$$

$G_0$  can be calculated as

$$G_0 = \frac{\operatorname{Re} (Z_x)}{\operatorname{Re} (Z_x)^2 + \operatorname{Im} (Z_x)^2} \quad (7.27)$$

This value may show considerable variations at different measurements and may even display negative values. It is used only to make a perfect fitting of the data; it should not be the subject of a crystal specification.

#### 7.4.3 Estimation of $R_1$ , $C_1$ , $L_1$ , $f_s$

With  $C_0$  known, the remaining circuit elements can be computed. The admittance of the complete crystal at the two measuring frequencies  $\omega_1$  and  $\omega_2$  is

$$Y(\omega_1) = \frac{1}{\operatorname{Re} [Z(\omega_1)] + j \operatorname{Im} [Z(\omega_1)]} = a_1 + j b_1 \quad (7.28)$$

$$Y(\omega_2) = \frac{1}{\operatorname{Re} [Z(\omega_2)] + j \operatorname{Im} [Z(\omega_2)]} = a_2 + j b_2 \quad (7.29)$$

with

$$a_1 = \frac{\omega_1^2 R_1 C_1^2}{(1 - \omega_1^2 L_1 C_1)^2 + \omega_1^2 R_1^2 C_1^2} \quad (7.30)$$

$$b_1 = \frac{\omega_1 (C_1 + C_0) - \omega_1^3 (2 L_1 C_0 C_1 + L_1 C_1^2 - R_1^2 C_1^2 C_0) + \omega_1^5 L_1^2 C_1^2 C_0}{(1 - \omega_1^2 L_1 C_1)^2 + \omega_1^2 R_1^2 C_1^2} \quad (7.31)$$

$$a_2 = \frac{\omega_2^2 R_1 C_1^2}{(1 - \omega_2^2 L_1 C_1)^2 + \omega_2^2 R_1^2 C_1^2} \quad (7.32)$$

$$b_2 = \frac{\omega_2 (C_1 + C_0) - \omega_2^3 (2 L_1 C_0 C_1 + L_1 C_1^2 - R_1^2 C_1^2 C_0) + \omega_2^5 L_1^2 C_1^2 C_0}{(1 - \omega_2^2 L_1 C_1)^2 + \omega_2^2 R_1^2 C_1^2} \quad (7.33)$$

The four equations (7.30) to (7.33) contain three unknowns,  $L_1$ ,  $C_1$  and  $R_1$ ; the fourth parameter,  $C_0$ , has already been determined. Solving these equations for  $L_1$ ,  $C_1$  and  $R_1$  leads to

$$L_1 = \frac{\omega_1 b_1^* - \omega_2 b_2^*}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (7.34)$$

$$C_1 = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_1^2 \omega_2 b_2^* - \omega_2^2 \omega_1 b_1^*} \quad (7.35)$$

$$R_1 = \frac{(a_1^* + a_2^*)}{2} \quad (7.36)$$

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \quad (7.37)$$

$$\text{d'où} \quad a_i^* + j b_i^* = \frac{1}{a_i + j(b_i - \omega_i C_0)} \quad (7.38)$$

$R_1$  est calculée à partir de la moyenne arithmétique des deux mesures.

A partir de la fréquence nominale spécifiée dans la fiche de données et à partir du facteur  $Q$  prévu, on calcule deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$ , que l'on prévoit comme s'écartant d'environ  $\pm 45^\circ$  de la fréquence nominale par rapport au point extérieur gauche du cercle d'admittance. On mesure l'amplitude et la phase à ces deux fréquences, et à partir de là, on calcule les premières valeurs supposées pour  $L_1$ ,  $C_1$  et  $R_1$ .

A partir de ces valeurs, il est possible de calculer une première valeur supposée de la fréquence de résonance série  $f_s'$  à l'aide de l'équation (7.37).

La précision des paramètres évalués  $L_1$ ,  $C_1$  et  $R_1$  dépend, dans une large mesure, de l'emplacement des deux fréquences qui peuvent se situer loin de la fréquence optimale au premier échelon. Cependant, la fréquence  $f_s$ , déduite à partir des valeurs de  $L_1$  et de  $C_1$ , se situe déjà à environ  $\pm 1 \times 10^{-6}$  de la valeur exacte, même pour des valeurs inhabituelles de  $f_1$  et de  $f_2$ . A partir de ces données, il est possible de calculer deux nouvelles fréquences, qui s'inscrivent, de façon plus précise, dans un décalage de phase de  $\pm 45^\circ$  de  $f_s$  (par rapport au point extérieur gauche du cercle d'admittance). Leurs positions sont quasiment symétriques autour de  $f_s$ .

A présent une nouvelle mesure est effectuée aux deux nouvelles fréquences et les paramètres dynamiques sont à nouveau calculés; la détermination de ces paramètres permet de calculer une nouvelle fréquence de résonance  $f_s''$ . Sa valeur est maintenant comparée à celle de la fréquence  $f_s'$  issue de la première supposition. La différence de fréquence  $f_s'' - f_s'$  donne des informations sur la précision obtenue.

Pour minimiser les erreurs,  $f_s$  et  $R_1$  sont calculés à partir des points de fréquence situés au voisinage de  $f_s$ , tandis que  $C_1$  ou  $L_1$  respectivement sont dérivées à partir des points de décalage de phase à  $\pm 45^\circ$  approximativement.

A présent, cette procédure peut être répétée jusqu'à la différence des mesures consécutives de  $f_s$  et les paramètres dynamiques sont compris dans les limites de tolérance données, exemple:  $\pm 1 \times 10^{-7}$  pour  $f_s$  et 0,2% pour les autres paramètres.

## 8 Erreurs de mesure, instruments et montages d'essai

### 8.1 Commentaires généraux

Il est très difficile de définir la précision absolue des mesures des paramètres du résonateur, par opposition à leur reproductibilité. Il faut toujours se souvenir que, dans toute mesure physique, le résultat final n'est significatif que dans la mesure où il constitue le résultat d'une certaine méthode de mesure prescrite. Ceci est particulièrement important pour les paramètres du circuit équivalent du résonateur, lorsque des méthodes différentes donnent des résultats légèrement différents, mais de façon cohérente. Les références [6], [7] et [8] spécifient un autre traitement des erreurs.

### 8.2 Conditions de mesure

Les utilisateurs souhaitent généralement effectuer des mesures sur les plages de niveaux d'excitation et sur les plages de températures. Il convient donc de spécifier les valeurs de ces paramètres lors de toute mesure de précision. Pour des usages généraux, il est souhaitable que les fréquences de mesure soient uniformément réparties entre les points à  $\pm 90^\circ$  sur le lieu géométrique du cercle dans le plan d'admittance (voir l'équation (7.14)); il s'agit des points (en négligeant  $G_0$ ) au niveau desquels la conductance  $G$  chute jusqu'à la moitié de sa valeur de crête. Le nombre de points de mesure pour chaque résonance n'est pas critique, et une valeur de 9

whereby

$$a_i^* + j b_i^* = \frac{1}{a_i + j(b_i - \omega_i C_0)} \quad (7.38)$$

$R_1$  is computed from the arithmetic mean between both measurements.

From the nominal frequency given in the data sheet and from the expected  $Q$ -factor, two frequencies  $f_1$  and  $f_2$  are calculated, which are expected to be approximately  $\pm 45^\circ$  off the nominal frequency with respect to the outer right point of the admittance circle. At these two frequencies, amplitude and phase are measured, and from this, first-guess values for  $L_1$ ,  $C_1$  and  $R_1$  are calculated.

From these, a first guess of the series resonance frequency  $f'_s$  can be computed using equation (7.37).

The accuracy for the estimated parameters  $L_1$ ,  $C_1$  and  $R_1$  depends very strongly on the location of the two frequencies which may be far from optimum at the first step. However, the frequency  $f_s$  derived from these  $L_1$ ,  $C_1$  is already within about  $\pm 1 \times 10^{-6}$  from the exact value, even for rather odd locations of  $f_1$  and  $f_2$ . From these data, two new frequencies can be computed, which lie more accurately within a phase offset of  $\pm 45^\circ$  from  $f_s$  (with respect to the outer right point of the admittance circle). They are located rather symmetrically around  $f_s$ .

Now a new measurement is performed at the two new frequencies and the motional parameters are calculated again, from which a new resonance frequency  $f''_s$  can be computed. Its value is now compared with the frequency  $f'_s$  from the first guess. The frequency difference  $f''_s - f'_s$  yields information about the accuracy reached.

For error minimization  $f_s$  and  $R_1$  are computed from the frequency points in the vicinity of  $f_s$ , while  $C_1$  or  $L_1$  respectively, are derived from the offset points at about  $\pm 45^\circ$ .

Now, this procedure can be repeated until the difference of consecutive measurements for  $f_s$  and the motional parameters is within given tolerance limits, e.g.  $\pm 1 \times 10^{-7}$  for  $f_s$  and 0.2 % for the other parameters.

## 8 Measurement errors, instrumentation and test fixtures

### 8.1 General comments

Absolute accuracy, as opposed to reproducibility, of crystal parameter measurements is very hard to define. It shall always be remembered, in any physical measurement, that the final result is only meaningful in so far as it is the outcome of a certain prescribed measurement procedure. This is especially important for crystal equivalent circuit parameters, where different procedures will give slightly, but consistently, different results. Further treatment of errors can be found in references [6], [7] and [8].

### 8.2 Measurement conditions

Users will normally wish to make measurements over ranges of both drive level and temperature, and in any precision measurement the values of these parameters should be stated. For general purposes the frequencies of measurement should be uniformly distributed between the  $\pm 90^\circ$  points on the circle locus in the admittance plane (see equation (7.14)); these are the points (neglecting  $G_0$ ) at which the conductance  $G$  drops to half its peak value. The number of measurement points for each resonance is not critical, and the value of 9 is

convient pour la plupart des applications. Dans certaines conditions, on peut souhaiter l'utilisation de différents nombres et répartitions de points, mais si cela est effectué, il convient de le spécifier de manière explicite.

### 8.3 Reproductibilité

8.3.1 La reproductibilité est un facteur qui peut être déterminé de manière très précise, bien qu'il dépende, bien sûr, du résonateur soumis aux mesures ainsi que des paramètres de mesure. Il convient de veiller que les mesures soient effectuées à un niveau d'excitation constant, car presque tous les quartz piézoélectriques présentent une fréquence et une résistance non linéaires au fur et à mesure que l'on fait varier le niveau d'excitation. Les effets de tels niveaux d'excitation entraînent des écarts systématiques de l'immittance mesurée par rapport à celle du circuit équivalent accepté. De ce fait, si l'on doit établir une corrélation entre une mesure donnée et une autre mesure obtenue à un moment différent, les deux mesures doivent être effectuées dans les mêmes conditions.

8.3.2 Pour avertir l'opérateur de la présence du résonateur «hors standard», ou d'un choix incorrect de paramètres de mesure, il convient d'inclure, dans tout programme, un affichage graphique de la réponse mesurée et de la réponse calculée, utilisant des valeurs optimales de paramètres. Un affichage d'erreurs résiduelles entre des valeurs  $Y$  mesurées et des valeurs  $Y$  calculées à partir du circuit équivalent, à l'aide des valeurs de paramètres obtenues, constitue un moyen efficace pour examiner l'exactitude de l'ajustement. Il convient d'utiliser une échelle étendue et de tracer les différences vectorielles en fonction de la croissance de la fréquence.

### 8.4 Mesures et montages d'essai

#### 8.4.1 Généralités

Etant donné l'utilisation de méthodes d'étalonnage, seule une spécification très générale du montage de mesure est prescrite. Le modèle d'erreur rend compte de la plupart des erreurs présentes dans le montage depuis le plan de référence utilisé pour l'étalonnage. Dans le cas de mesures effectuées sur des ensembles munis de terminaisons électriques de forme mécanique spéciale, il est permis d'utiliser d'autres types de montages d'essai. De tels montages doivent impérativement satisfaire aux exigences suivantes spécifiées dans le présent paragraphe.

- a) Le montage doit présenter un plan de référence commun pour la mesure et l'étalonnage, et aucun dispositif supplémentaire ne doit être placé entre le plan d'étalonnage et le résonateur.
- b) Le plan d'étalonnage doit permettre une connexion directe de court-circuit, de circuit ouvert et de terminaisons adaptées à la valeur nominale.
- c) Il est souhaitable que le point au niveau duquel la sortie du résonateur est fixé, soit aussi proche que possible du plan de mesure. Il est souhaitable que les surfaces de contact soient revêtues d'un matériau hautement conducteur, non oxydable et résistant à l'usure, tel que l'or ou certains alliages palladium-or.
- d) Sauf indication contraire, il est souhaitable que le plan de mesure soit situé à 2 mm du plan au niveau duquel les sorties sortent du résonateur. Il convient de prévoir des cales de 2 mm d'épaisseur ainsi qu'un dispositif de fixation approprié, afin de pouvoir positionner les résonateurs aux emplacements spécifiés, et il est permis de relier les enceintes métalliques à la terre, à proximité des conducteurs des résonateurs.
- e) Il est souhaitable que tout câble utilisé pour relier le montage d'essai à l'analyseur de réseaux soit de type semi-rigide.
- f) Si un système de mesure est installé, il convient d'effectuer un étalonnage avant de l'utiliser.

sufficient for most purposes. Under certain conditions, the use of different numbers and distributions of points may be desirable, but if this is done it should be explicitly stated.

### 8.3 *Reproducibility*

8.3.1 Reproducibility is a factor which can be determined quite precisely, although of course it depends on the crystal being measured, and on the measurement parameters. Care should be taken to make measurements at constant drive level, as nearly all crystal units exhibit non-linearity of both frequency and resistance as the drive level is changed. Such drive level effects cause small systematic deviations of the measured immittance from that of the accepted equivalent circuit. Thus, if one measurement is to correlate to another obtained at a different time, the two must be made under the same conditions.

8.3.2 To alert the operator to "rogue" crystals, or unsound choice of measurement parameters, it is recommended that a graphical display of the measured response and the calculated response, using the optimum parameter values, should be included in any programme. A display of residual errors between measured  $Y$ -values and  $Y$ -values calculated from the equivalent circuit using the parameter values obtained is a useful way to examine the goodness of fit. An expanded scale should be used, and the magnitude of the vector differences plotted versus frequency increment.

### 8.4 *Measurement and test fixtures*

#### 8.4.1 *General*

Because of the use of calibration procedures, only a very general specification of the measurement fixture is required. The error model accounts for most errors in the fixture back from the reference plane used for calibration. In the case of measurements on packages having special mechanically shaped electrical terminations, other kinds of fixtures may be used. Such fixtures must satisfy the following requirements specified by this paragraph.

- a) The fixture must present a common reference plane both for measurement and for calibration, and no additional mounting fixture may be interposed between the calibration plane and the crystal.
- b) The calibration plane must allow for direct connection of short circuit, open circuit and nominally matched terminations.
- c) The point at which the crystal lead is gripped should be as close to the measurement plane as possible. The contacting surfaces should be plated with a high-conductivity, non-tarnishing and wear-resistant material such as gold or certain palladium-gold alloys.
- d) Unless otherwise specified, the plane of measurement should be located 2 mm from the plane at which the leads emerge from the crystal unit. Spacers, 2 mm thick, together with a suitable clamping arrangement, should be provided so that crystal units may be located at the specified position, and metal enclosures may be earthed close to the crystal leads.
- e) Any cables used to connect the fixture to the network analyzer should be of semi-rigid type.
- f) Whenever the measurement system is assembled a calibration should be performed before use.

#### 8.4.2 Considérations et montages d'essai typiques pour les systèmes de mesure des paramètres $S$

a) Il convient de munir le système d'essai d'une connexion nominale adaptée, depuis les portes de l'analyseur de réseaux jusqu'au plan de référence du montage d'essai. Il est possible que la directivité effective et l'adaptation de la source du système soient dégradées par le montage de mesure et par les câbles de raccordement; ce phénomène peut être observé lorsque des longueurs de lignes avoisinent un nombre impair de quarts-d'ondes. Par conséquent, il est souhaitable que la qualité de la connexion au plan de référence soit suffisante pour s'assurer que la directivité et l'adaptation de la source ne tombent pas en dessous des limites recommandées, à n'importe quelle fréquence de fonctionnement. L'arrangement électrique et l'arrangement physique ne doivent subir aucune modification, de quelque manière que ce soit, entre l'étalonnage du système et le moment où la mesure réelle des dispositifs est effectuée. La stabilité du système est encore plus importante que l'adaptation.

b) En ce qui concerne une mesure de transmission à deux portes, il convient de relier des enveloppes métalliques des quartz à la terre. En ce qui concerne la méthode des paramètres  $S$ , il convient d'introduire les sorties du résonateur dans les broches centrales creuses au niveau de l'interface coaxiale de mesure.

c) En ce qui concerne une mesure de réflexion à une porte, il convient de relier des enveloppes métalliques et une des sorties du résonateur à la terre; il convient d'introduire le conducteur restant dans la broche centrale coaxiale creuse.

d) Les figures 10, 11 et 12 illustrent des exemples types de montages d'essai. Le plan de mesure est soit une interface APC-3.5 ou une interface APC-7 et les composants d'étalonnage peuvent être vissés directement; le raccordement à l'analyseur de réseaux est réalisé par l'intermédiaire de connecteurs de précision de type N. Les conducteurs des résonateurs sont introduits dans les broches centrales des connecteurs; une variété de broches centrales étant disponible pour couvrir tous les types de boîtiers les plus couramment utilisés.

La figure 10 illustre le montage de transmission APC-3.5; un de ses côtés peut coulisser sur le corps principal pour permettre différents espacements entre les broches, et il est muni d'une pince de mise à la terre du boîtier du résonateur proprement dit.

La figure 11 illustre le montage de transmission APC-7, qui est presque identique au précédent, mais qui convient mieux pour les résonateurs de plus grandes dimensions.

La figure 12 illustre le montage de réflexion; ce montage est identique à celui de la figure 11, excepté le fait que le côté coulissant de l'APC-7 est remplacé par une pince de mise à la terre pour la broche mise à la terre.

En ce qui concerne leur durabilité et leur fiabilité, il est souhaitable que tous ces montages soient réalisés en acier inoxydable et qu'ils permettent, lorsqu'ils sont associés à leurs composants d'étalonnage, d'effectuer des mesures de réflexion et de transmission sur quasiment tous les quartz piézoélectriques.

Les contraintes mécaniques signifient qu'une flexion précise est prescrite pour la ligne de 50  $\Omega$  dans le montage; elles signifient, en outre, que la résistivité des matériaux du montage d'essai puisse être relativement élevée, mais des imperfections de ce type ne sont pas importantes car elles sont comprises dans le modèle d'erreurs.

e) Les figures 13 et 14 illustrent des conceptions de montages d'essai légèrement différentes qui permettent d'effectuer un étalonnage avec les dispositifs d'impédances de référence des étalons coaxiaux APC-3.5; cet étalonnage pouvant être certifié par des Laboratoires Nationaux de Normalisation. Le montage de mesure de réflexion à une porte, illustré à la figure 13, utilise une extension amovible du plan du sol qui permet, lorsqu'elle est installée, de monter des broches de connexion mises à la terre pour adapter une grande variété de bases de supports de quartz. La dépose du plan de sol étendu permet d'accéder au connecteur APC-3.5 en vue de l'installation d'impédances coaxiales de référence (court-circuit, circuit ouvert et terminaison 50  $\Omega$ ). Le connecteur étalon de type

#### 8.4.2 Considerations and typical test fixtures for S-parameter systems

- a) The test system should provide a nominally matched connection from the network analyzer ports to the reference plane of the fixture. The effective directivity and source match of the system can be degraded by the measurement fixture and connecting cables; this can be especially noticeable when line lengths approach an odd number of quarter wavelengths. The matched connection to the reference plane should therefore be of sufficient quality to ensure that the directivity and source match do not fall below the recommended limits at any operating frequency. It is essential that neither the electrical nor the physical arrangement be changed in any way between calibration of the system and the actual measurement of the devices. Stability of the system is even more important than matching.
- b) For a two-port transmission measurement, metal crystal enclosures should be earthed. For the S-parameter method, the crystal leads should be inserted into hollow centre pins at the coaxial measurement interface.
- c) For a one-port reflection measurement, metal crystal enclosures and one crystal lead should be earthed; the remaining lead should be inserted into the hollow coaxial centre pin.
- d) Typical test fixtures are shown in figures 10, 11 and 12. The measurement plane is either an APC-3.5 or an APC-7 interface, and calibration components can be screwed on directly; connection to the network analyzer is via precision N-type connectors. The leads of the crystal cans are inserted into the centre pins of the connectors; a range of different centres being available to cover all commonly used can types.

Figure 10 is the APC-3.5 transmission fixture; it has one side which can slide on the main body to allow for different pin spacings, and an earth clamp to ground the crystal can itself.

Figure 11 shows the APC-7 transmission fixture which is almost identical, and is better suited to measurements on larger crystal units.

Figure 12 shows the reflection fixture which is the fixture of figure 11 with the sliding APC-7 side replaced by an earth clamp for the earthed pin.

For durability and reliability all these fixtures should be implemented in stainless steel, and, with their associated calibration components, they will allow reflection and transmission measurements to be carried out on virtually any crystal unit.

The mechanical constraints mean that a sharp bend in the 50  $\Omega$  line within the fixture is required, and in addition the resistivity of the fixture materials may be relatively high, but imperfections of this sort are not important as they are all included in the error model.

- e) Figures 13 and 14 show slightly different implementations of test fixtures which permit calibration with standard APC-3.5 coaxial reference impedance devices, which may be certified by National Standards Laboratories. The one-port reflection fixture of figure 13 makes use of a removable ground-plane extension which, when installed, allows installation of grounded socket connector pins to accommodate a variety of crystal holder bases. When the extended ground plane is removed, the APC-3.5 connector is accessible for installation of coaxial impedance references (short-circuit, open-circuit and 50  $\Omega$  termination). The standard "N" type connector is intended for easy attachment to the test port of the scattering parameter bridge. The two-port transmission fixture of figure 14 is similar in

N est destiné à permettre une fixation rapide à la porte d'essai du pont de paramètres de dispersion. Le montage de mesure de transmission à deux portes, illustré à la figure 14, est similaire par sa construction, excepté le fait que deux adaptateurs de connecteur coaxial à broche sont installés sur un bloc de plan de masse, percé d'un trou correspondant à l'emplacement précis d'une broche prévue pour une embase de quartz spécifique. L'utilisation de plusieurs blocs de plan de masse permettra d'adapter tous les types de résonateur les plus couramment utilisés. Les adaptateurs sont retirés du plan de sol pour permettre d'effectuer un étalonnage à l'aide de connecteurs étalons coaxiaux APC-3.5. Un écrou fileté spécial a été prévu pour permettre le raccordement direct des adaptateurs et réaliser ainsi une connexion directe de «longueur nulle» lors de l'étalonnage. Des dessins complets de ces montages sont disponibles, et la technique préconisée pour un étalonnage fiable a été revue et approuvée par l'institut de normalisation américain (United States National Institute of Standards and Technology).

Des montages d'essai et des adaptateurs d'étalonnage sont disponibles dans le commerce. Il s'agit de montages à encombrement fixe qui sont conçus pour une famille spécifique de boîtiers, ayant toutes le même espacement de broches actives. Des adaptateurs spéciaux, munis de broches d'adaptation, sont nécessaires pour permettre le raccordement des connecteurs étalons à la prise d'essai. Cependant, la valeur réelle d'impédance présentée par rapport au plan de référence de la prise d'essai peut être mesurée de sorte que des mesures puissent être rapportées à des valeurs reproductibles. Ces types de montages sont similaires à ceux de la figure 14, excepté le fait que le plan de sol étendu ne peut être retiré à des fins d'étalonnage. Ces montages conviennent pour des essais en grand nombre effectués par le personnel d'atelier, car aucun réglage n'est prescrit et l'espacement entre les prises est contrôlé avec précision, ce qui évite la détérioration des supports. En prévoyant des broches convenablement situées et en reliant les arrangements de broches à la terre, il est possible d'effectuer des mesures de réflexion à une porte, en utilisant, à son gré, n'importe laquelle des broches actives.

f) En principe, les résultats dépendent quelque peu du type de montage de mesure utilisé car il est possible, par exemple, que les paramètres du résonateur qui est considéré comme un dispositif APC-7, soient légèrement différents de ceux obtenus lorsqu'on le considère comme un dispositif APC-3.5. Toutefois, les effets de premier ordre consisteront probablement en des modifications des capacités  $C_{01}$  et  $C_{03}$ , de l'ordre de quelques pourcents d'un picofarad, ce qui est négligeable pour toutes les applications.

#### 8.4.3 Montages d'essai pour les systèmes de transmission directe

La figure 15 illustre un exemple typique de dessin représentant un montage de mesure de transmission directe disponible dans le commerce. Il s'agit d'un montage en arête de couteau, incorporant deux réseaux en  $\pi$  à couche épaisse, conformes aux prescriptions de la CEI 444-1.

construction, except that two coaxial-to-socket pin adaptors are fitted to an extended ground-plane block which, in turn, is drilled to provide precise pin location for a specific crystal base as desired. Use of several ground-plane blocks will accommodate all commonly used crystal holders. The adaptors are removed from the ground plane for calibration with coaxial APC-3.5 standards. A special threaded nut is provided to allow direct connection of the adaptors for a "zero-length" through-line connection in calibration. Complete drawings for these fixtures are available, and the technique for traceable calibration has been reviewed and approved by the United States National Institute of Standards and Technology.

Test fixtures and matching calibration adaptors are commercially available. These fixtures are "fixed footprint" fixtures designed for a specific family of enclosures, all having the same active pin spacing. Special adaptors, with matching pins, are needed to allow connection of the calibration standards to the test socket. However, the actual value of impedance presented to the test socket reference plane can be measured so that measurements can be referenced to traceable values. These types of fixture are quite similar to those of figure 14 except that extended ground plane is not removable for calibration procedures. These fixtures are convenient for volume testing by shop personnel, as no adjustments are required and the socket spacing is precisely controlled, thus preventing damage to holders. By providing suitably located sockets and grounding socket arrangements, one-port reflection measurements can be made with either of the active sockets if desired.

f) In principle the results will depend slightly on the type of measurement fixture used as, for example, the parameters of the crystal, regarded as an APC-7 device, may be slightly different from those obtained regarding it as an APC-3.5 device. However, the first-order effects are likely to be modifications to the capacitances  $C_{01}$  and  $C_{03}$  of the order of a few hundredths of a picofarad, which is negligible for all practical purposes.

#### 8.4.3 *Fixtures for direct transmission systems*

A typical drawing of a commercially available direct transmission measurement fixture is shown in figure 15. This is a knife-edge fixture incorporating two thick film  $\pi$ -networks conforming to IEC 444-1.

## **MÉTHODE DE MESURE**

### **MESURE DE L'ADMITTANCE**

### **INTERPRÉTATION DES DONNÉES**



### **ÉVALUATION DES PARAMÈTRES DU CIRCUIT ÉQUIVALENT**

**Figure 1 – Séquence de mesure**

## **MEASUREMENT METHOD**

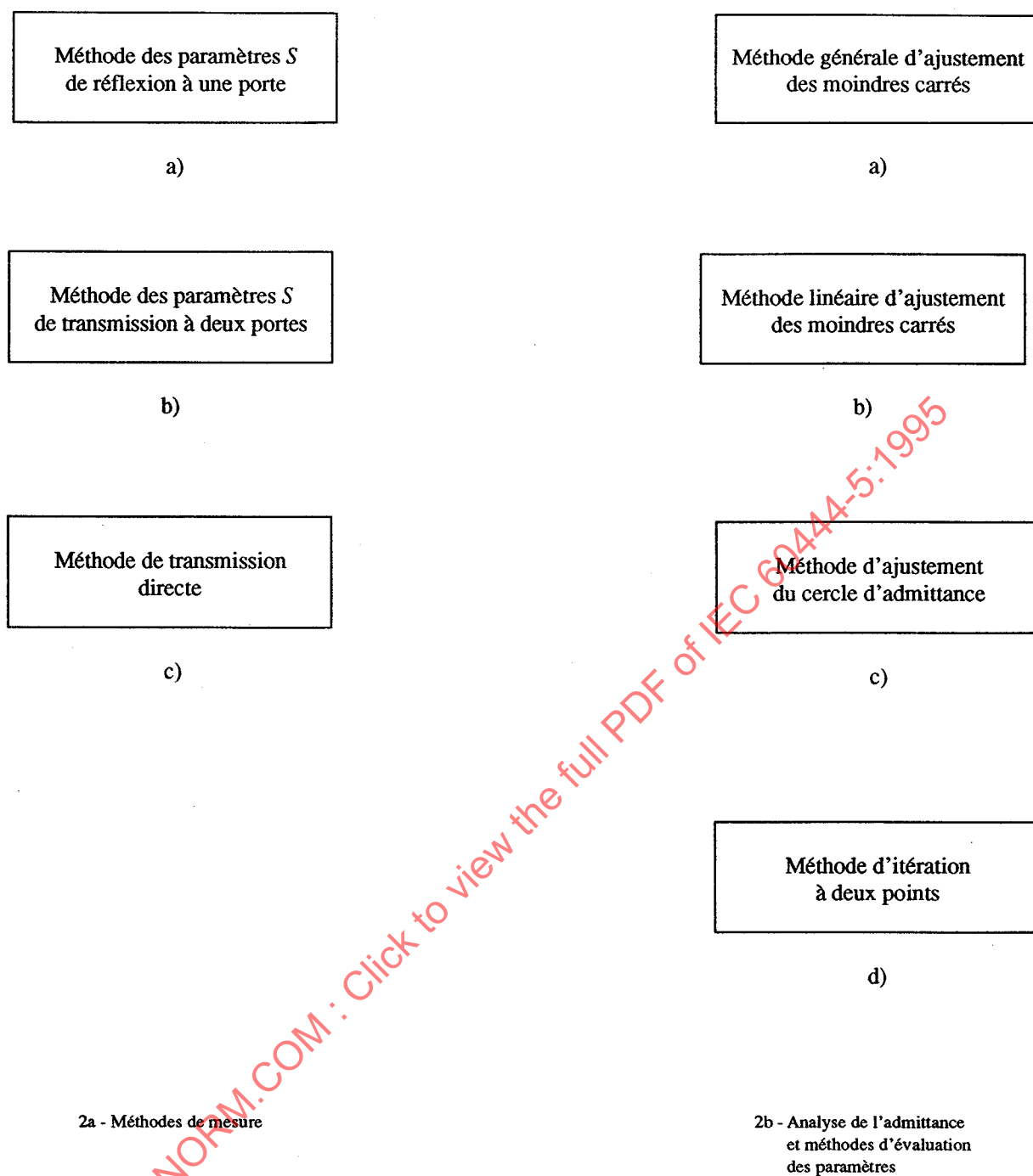
### **ADMITTANCE MEASUREMENT**

#### **DATA INTERPRETATION**

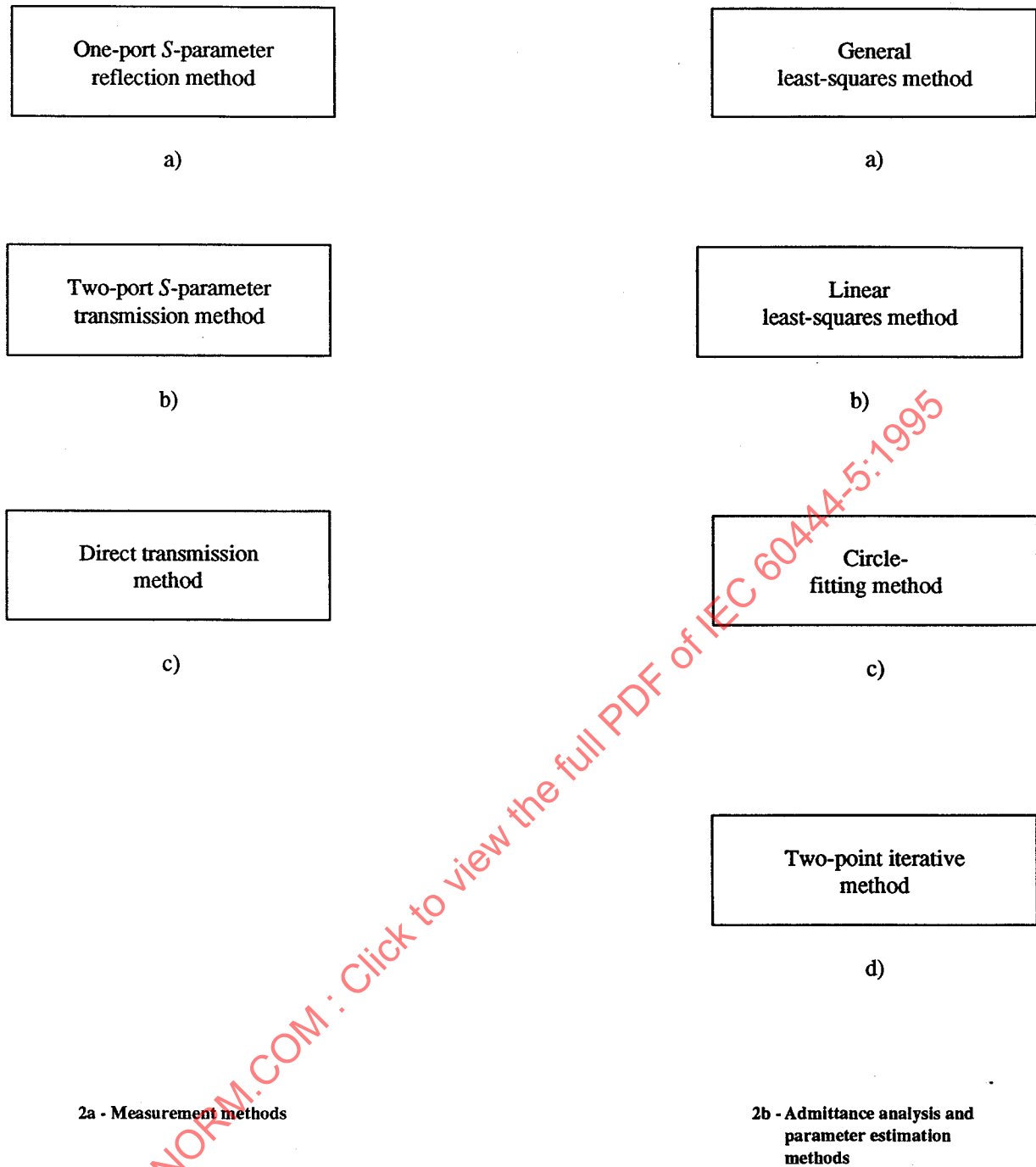


#### **ESTIMATION OF EQUIVALENT CIRCUIT PARAMETERS**

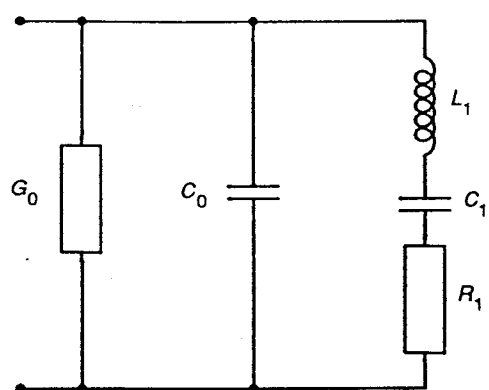
**Figure 1 – Measurement sequence**



**Figure 2 – Méthodes de mesure, analyse de l'admittance et techniques d'évaluation des paramètres**

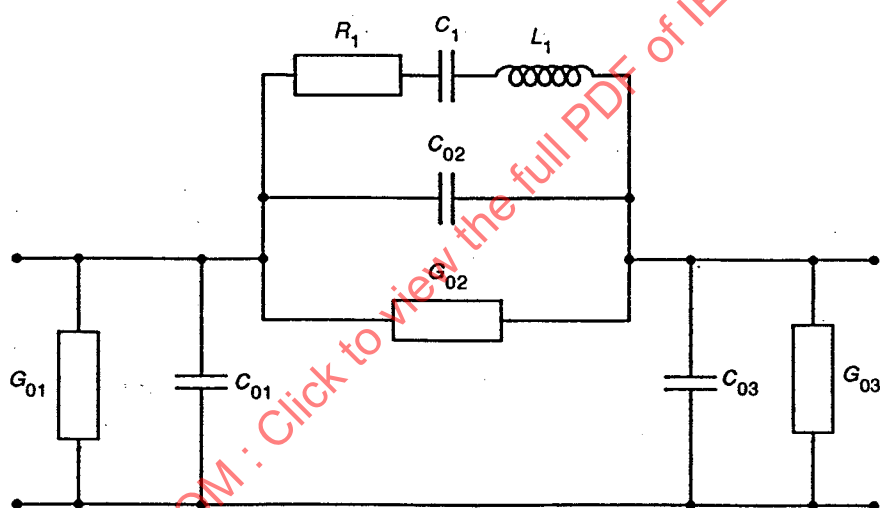


**Figure 2 – Measurement methods, admittance analysis and parameter estimation techniques**



CEI 05695

Figure 3 – Circuit équivalent à une porte d'un résonateur à quartz monomode



CEI 057195

Figure 4 – Circuit équivalent à deux portes d'un résonateur à quartz monomode

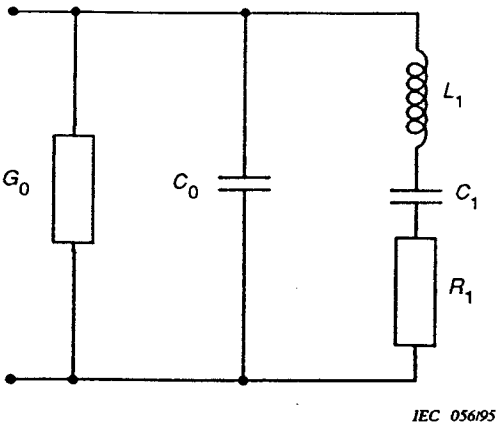


Figure 3 – One-port equivalent circuit of a single-mode quartz crystal unit

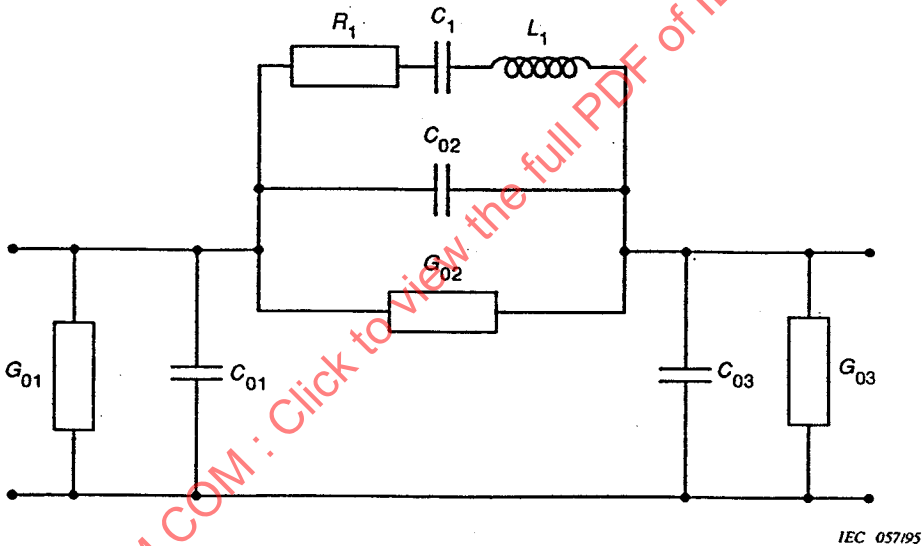
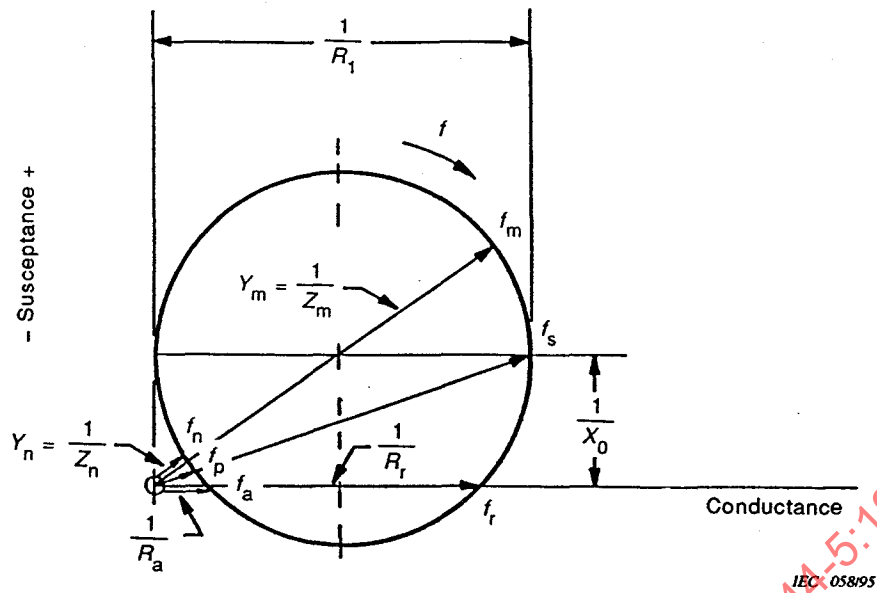
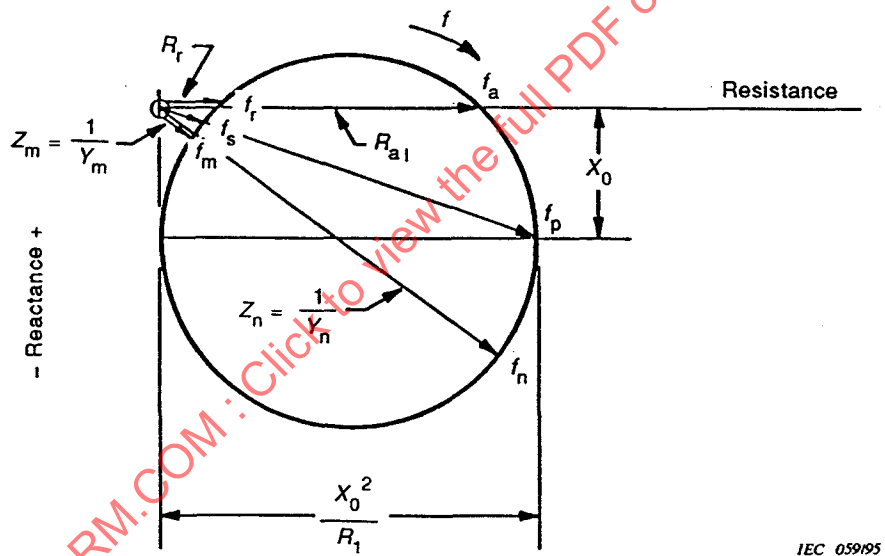


Figure 4 – Two-port equivalent circuit of a single-mode quartz crystal unit



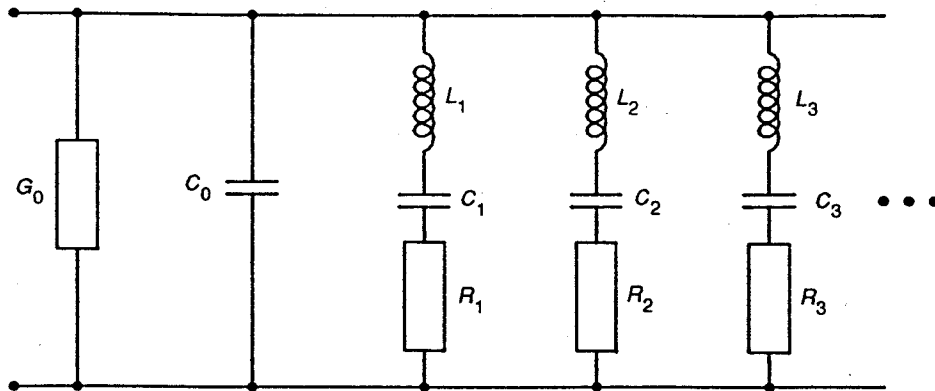


5a - Admittance plane



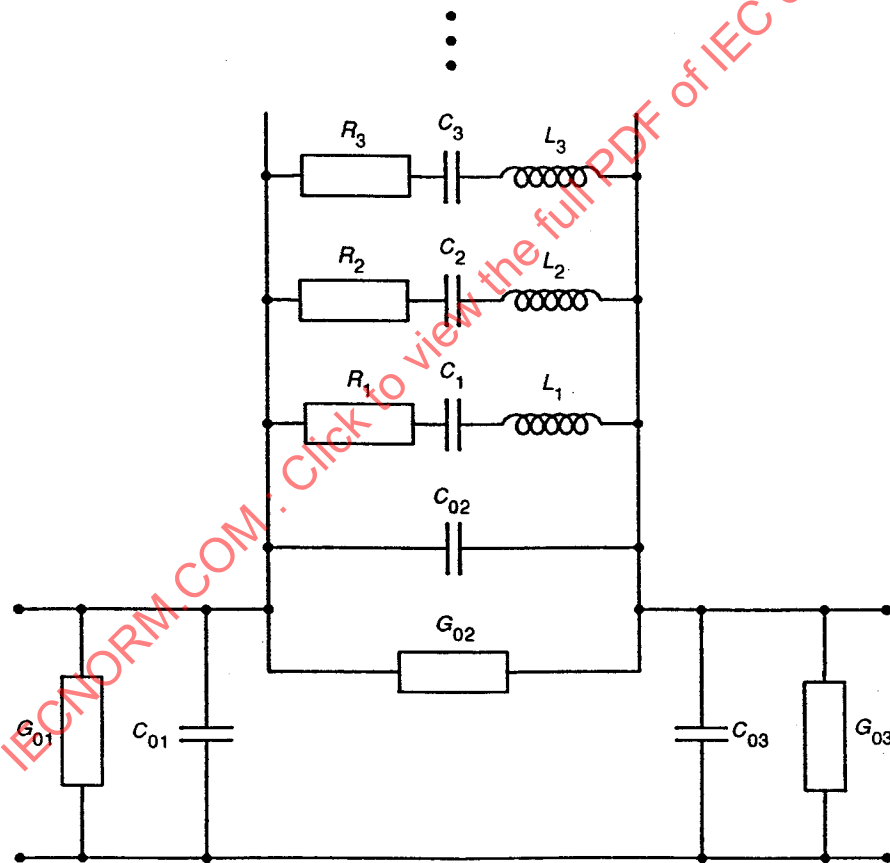
5b - Impedance plane

Figure 5 – Admittance and impedance circle of a quartz crystal unit for frequencies near an isolated mode of vibration



CEI 060/95

Figure 6 – Circuit équivalent général de résonateur à une porte pour résonances multiples



CEI 061/95

Figure 7 – Circuit équivalent de résonateur à deux portes pour résonances multiples

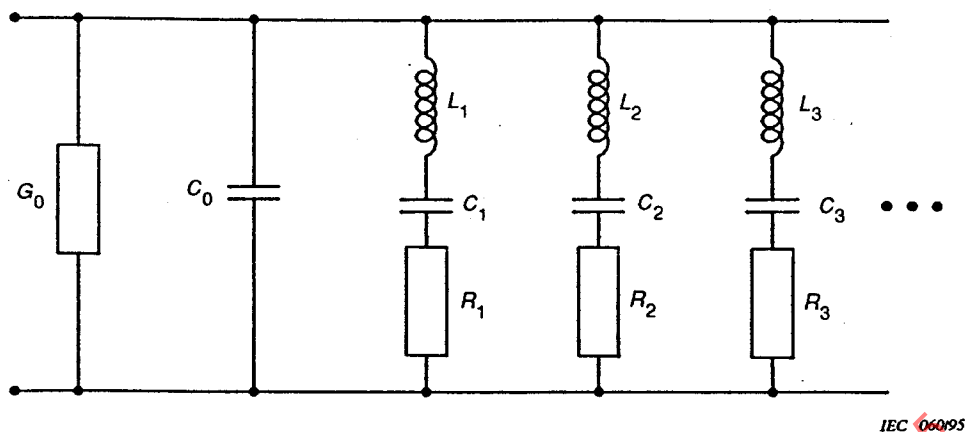


Figure 6 – General one-port equivalent circuit for multiple resonances

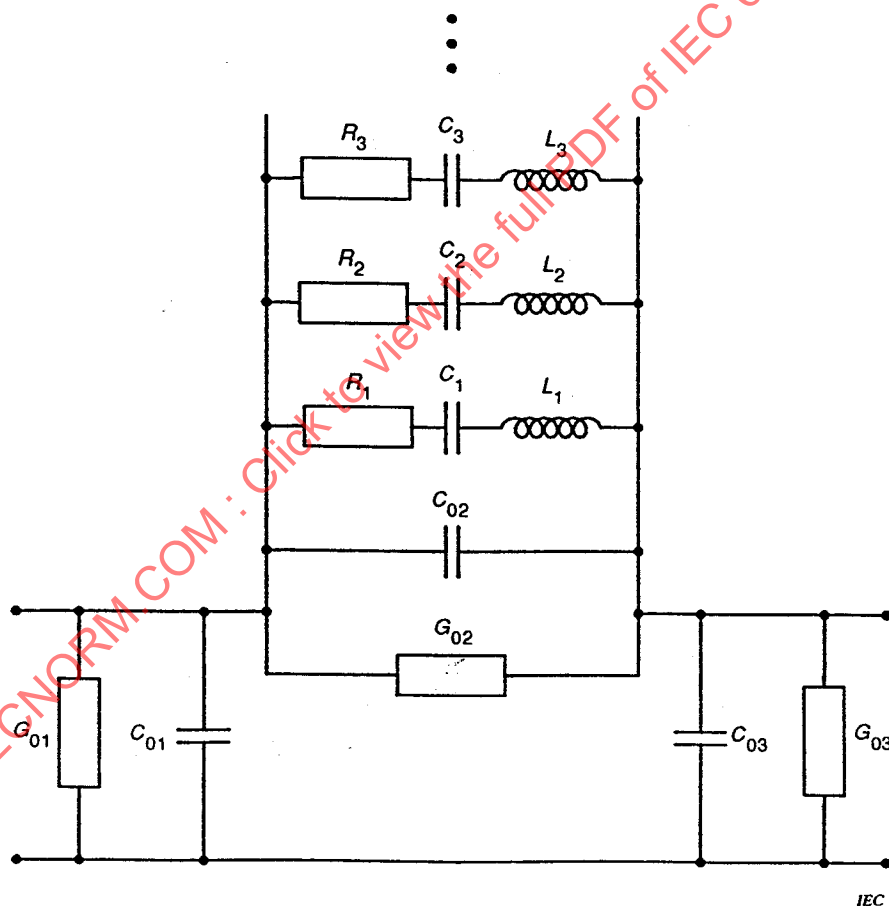


Figure 7 – Two-port equivalent circuit for multiple resonances

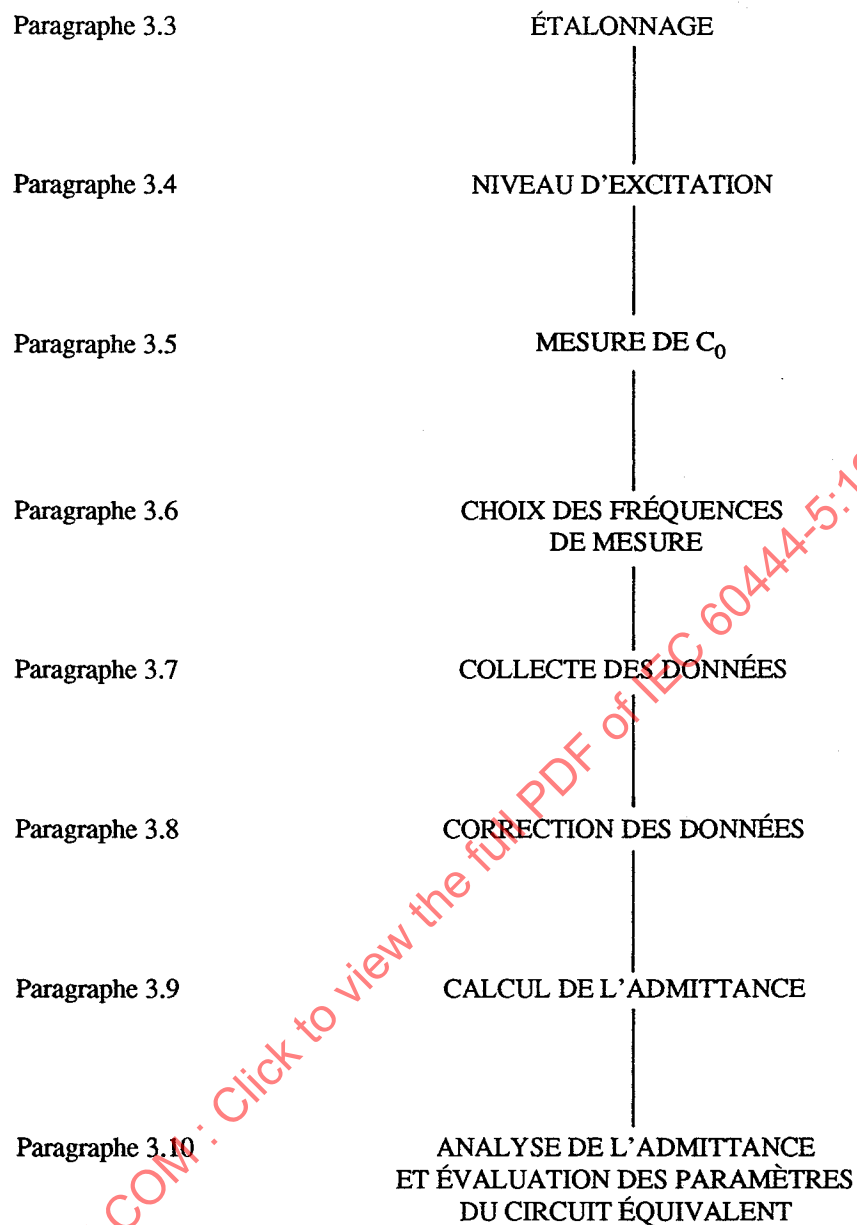
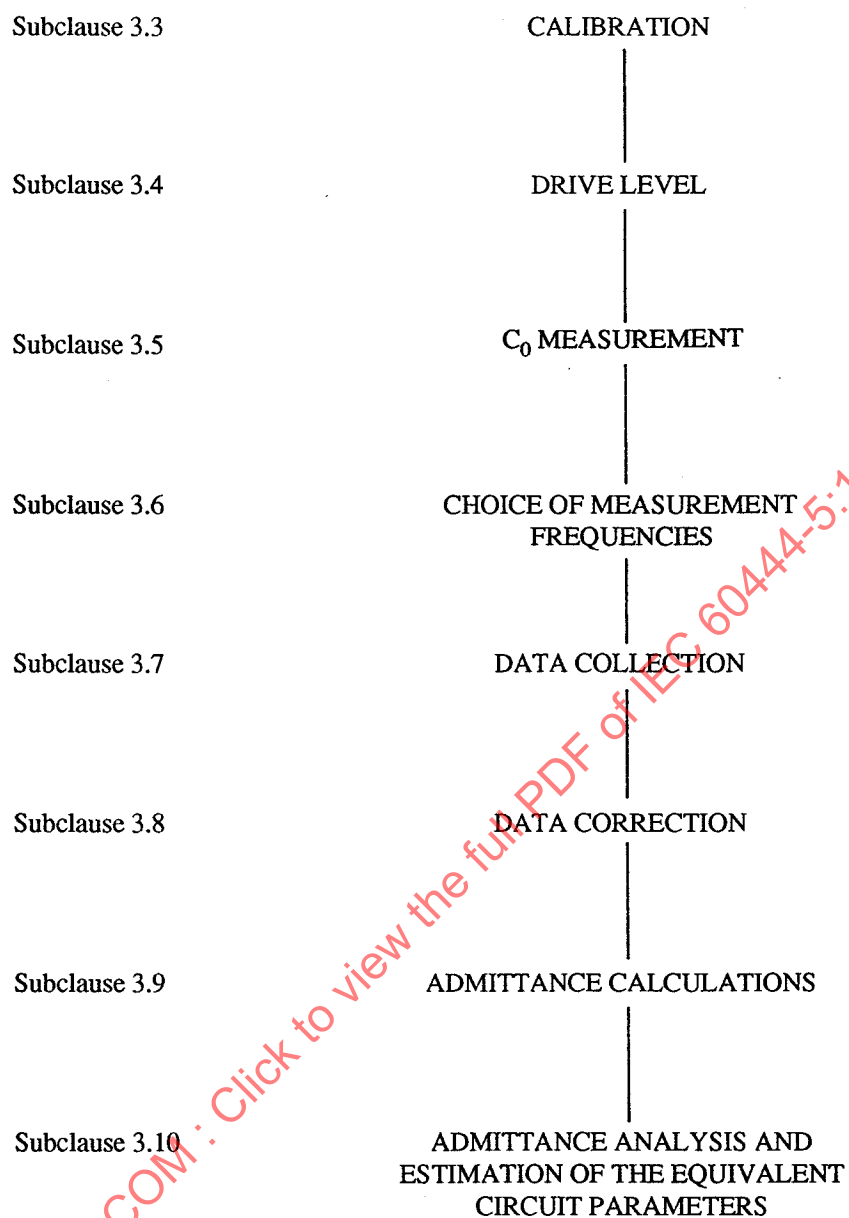
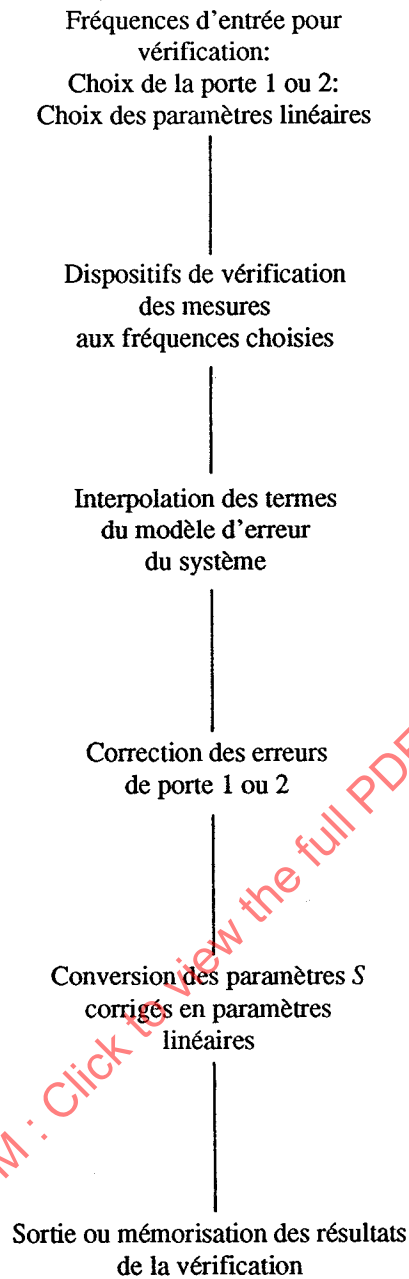


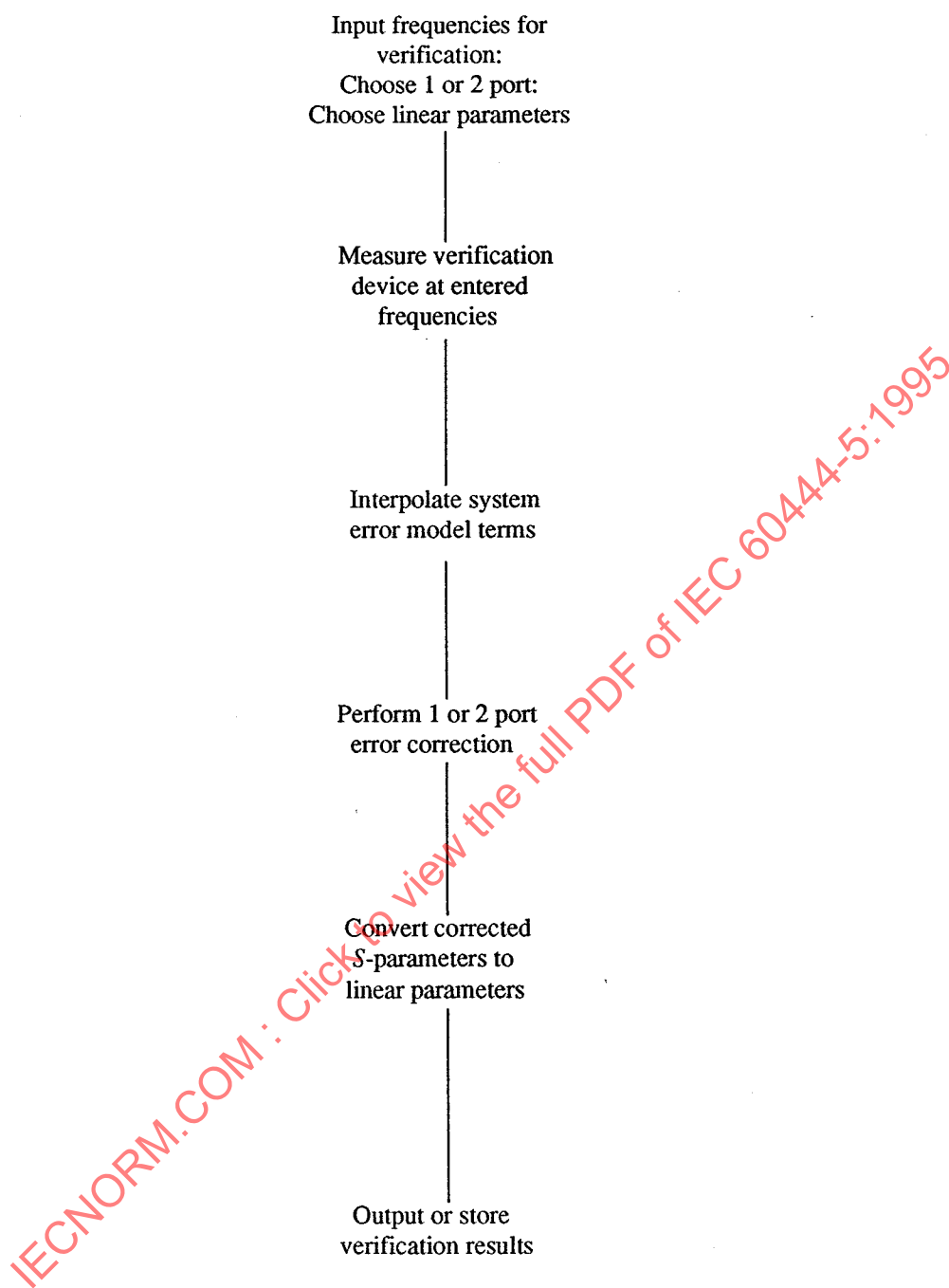
Figure 8 – Procédure pour la détermination des paramètres du circuit équivalent d'un résonateur à quartz



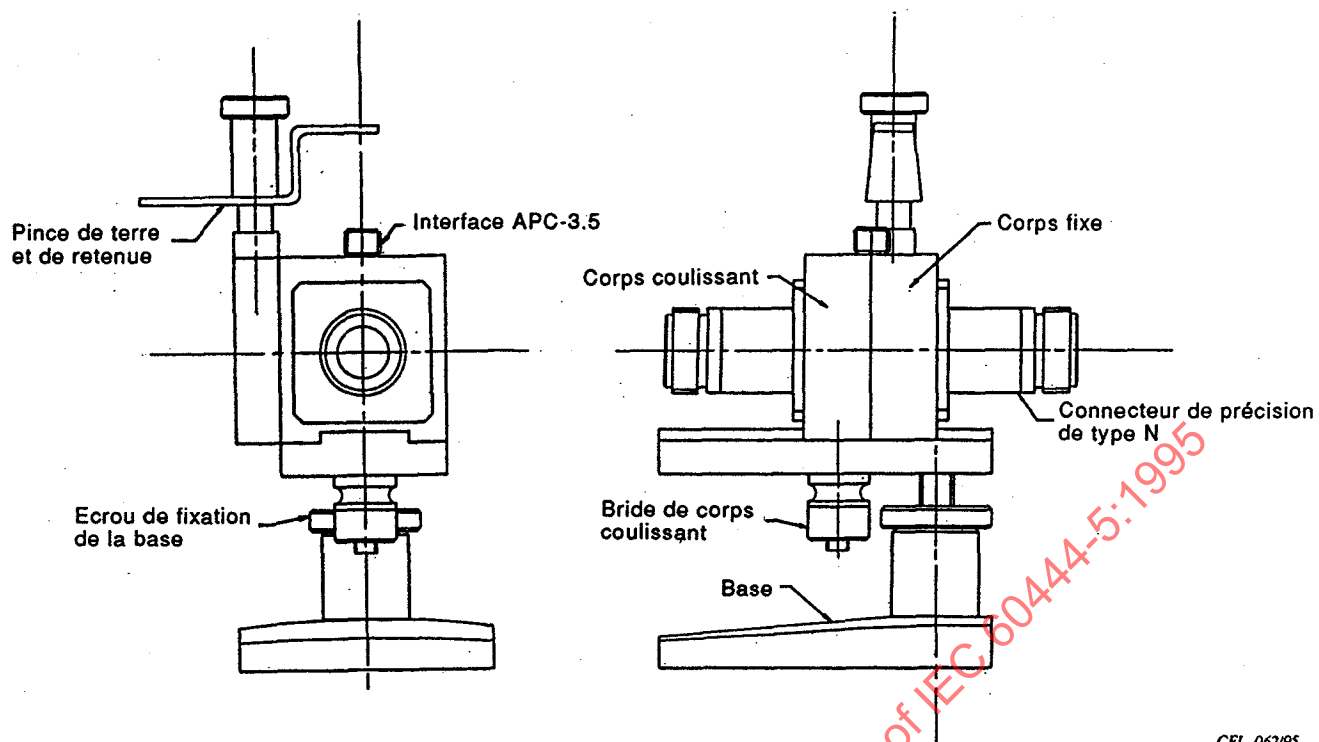
**Figure 8 – Procedure for the determination of the equivalent circuit parameters of a quartz crystal unit**



**Figure 9 – Etalonnage et vérification relatives à la mesure des paramètres  $S$**

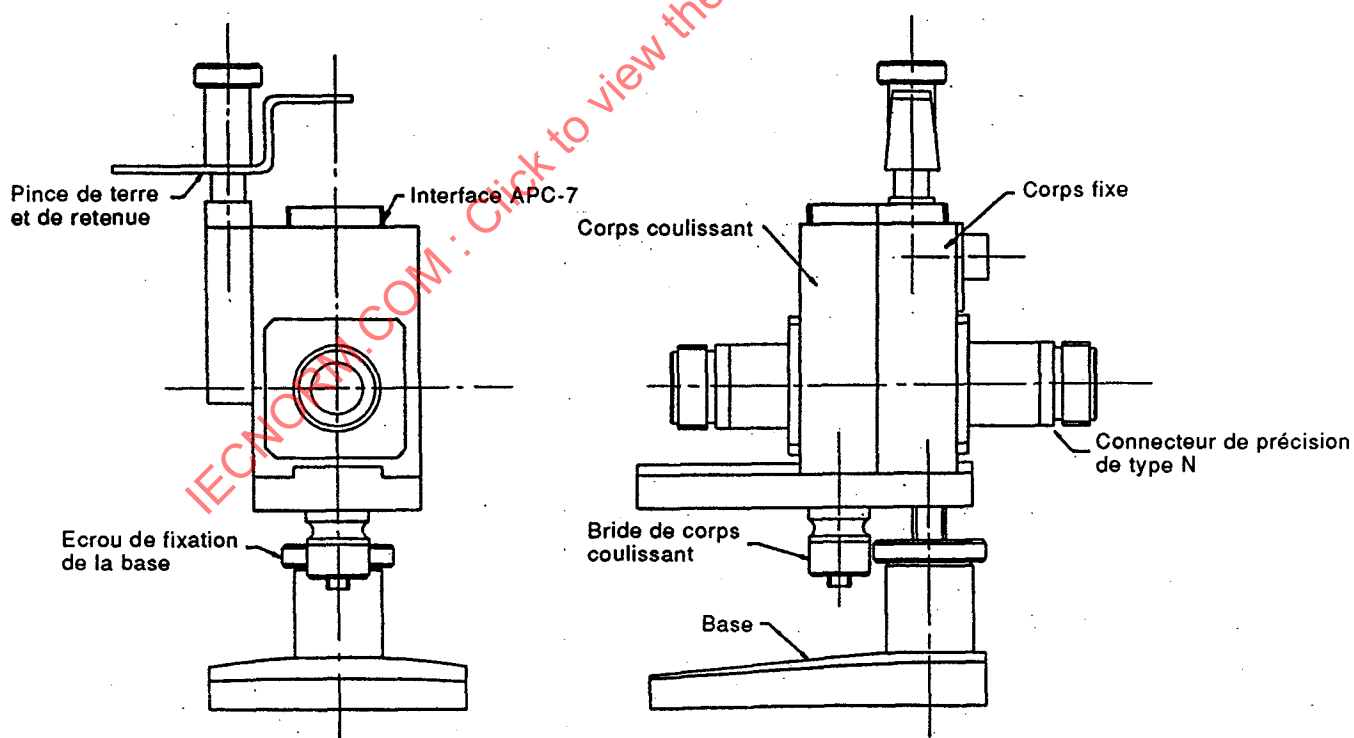


**Figure 9 – Calibration verification for S-parameter measurement**



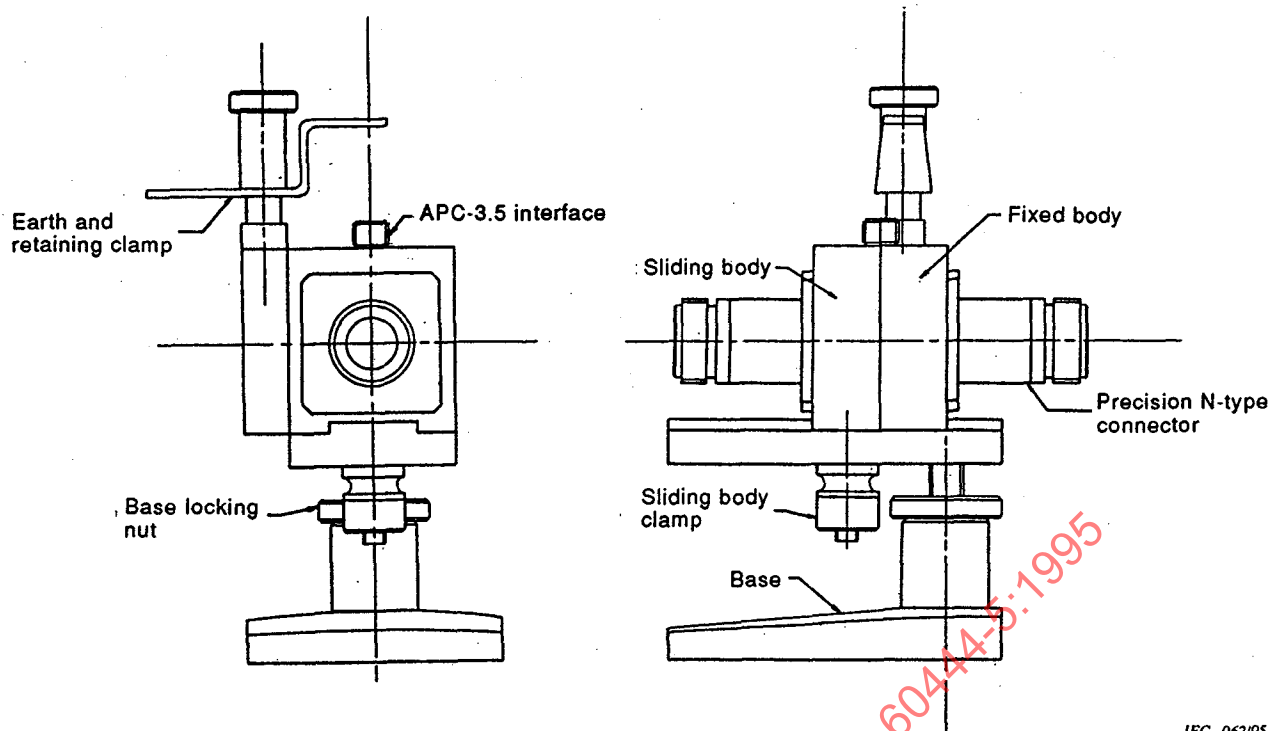
CEI 062/95

Figure 10 – Montage de transmission APC-3.5



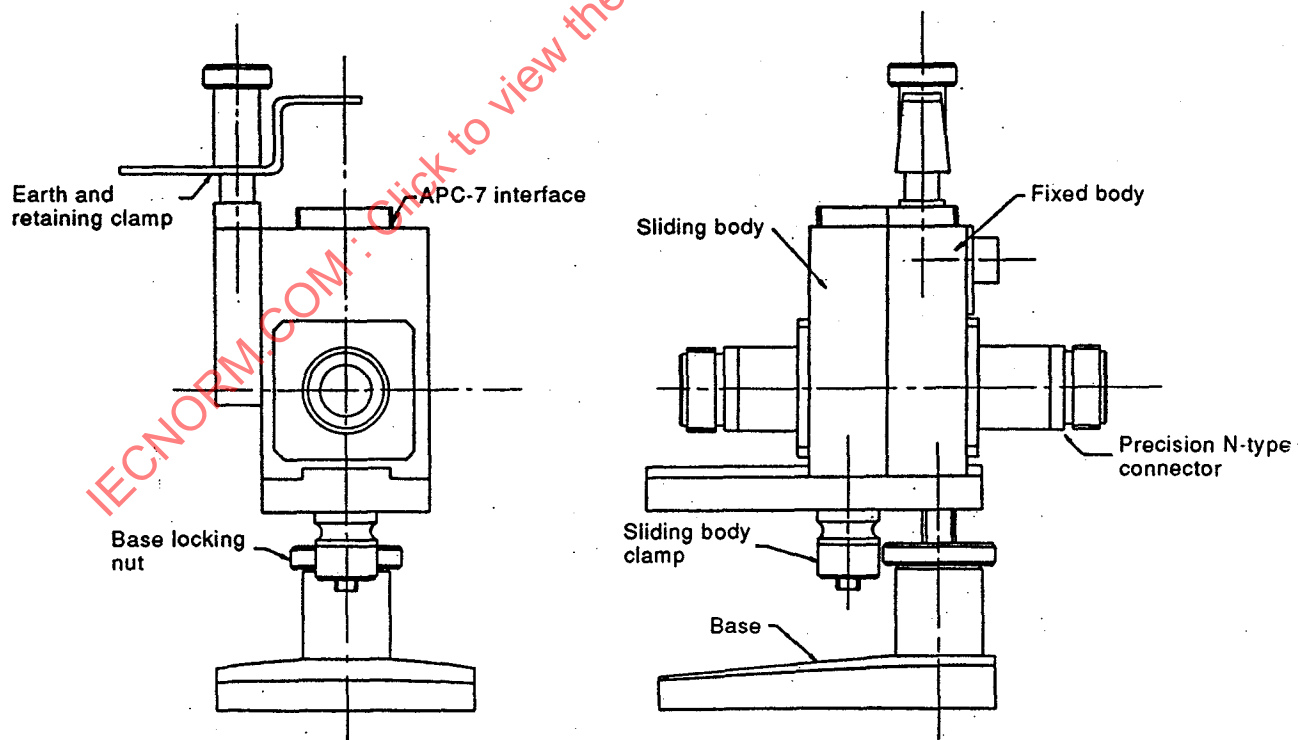
CEI 063/95

Figure 11 – Montage de transmission APC-7



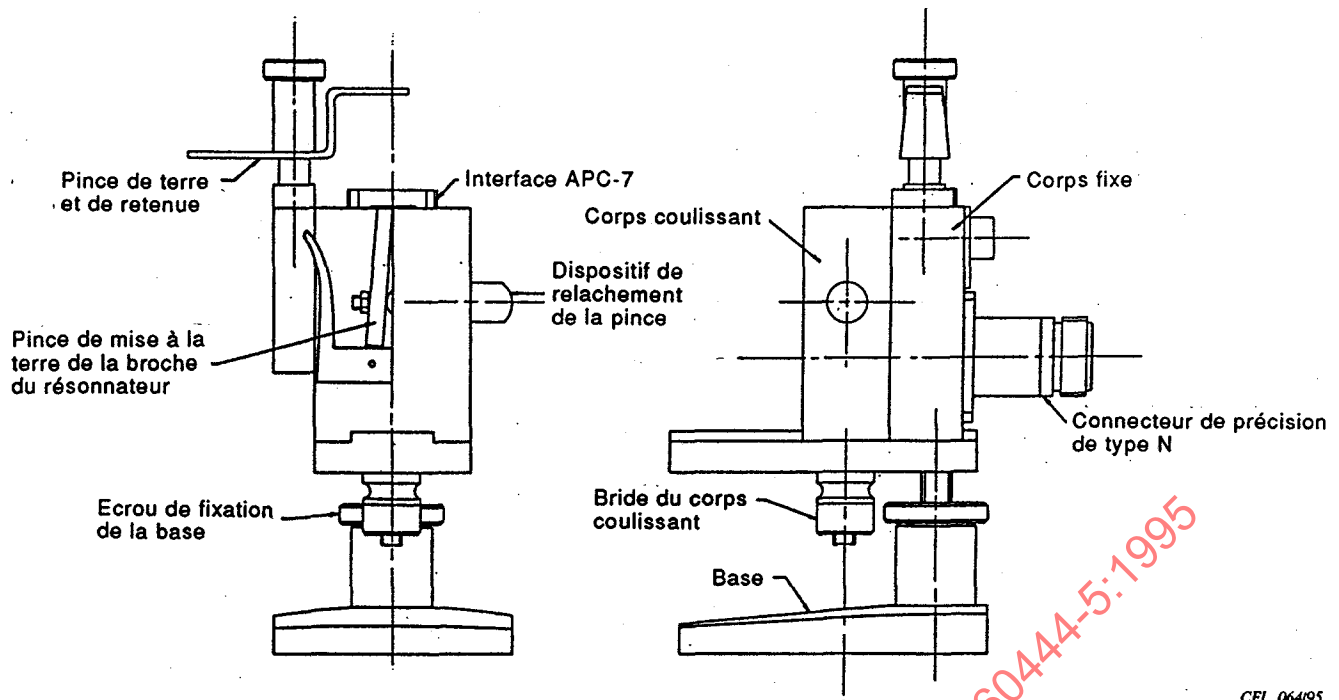
IEC 062195

Figure 10 – APC-3.5 Transmission fixture



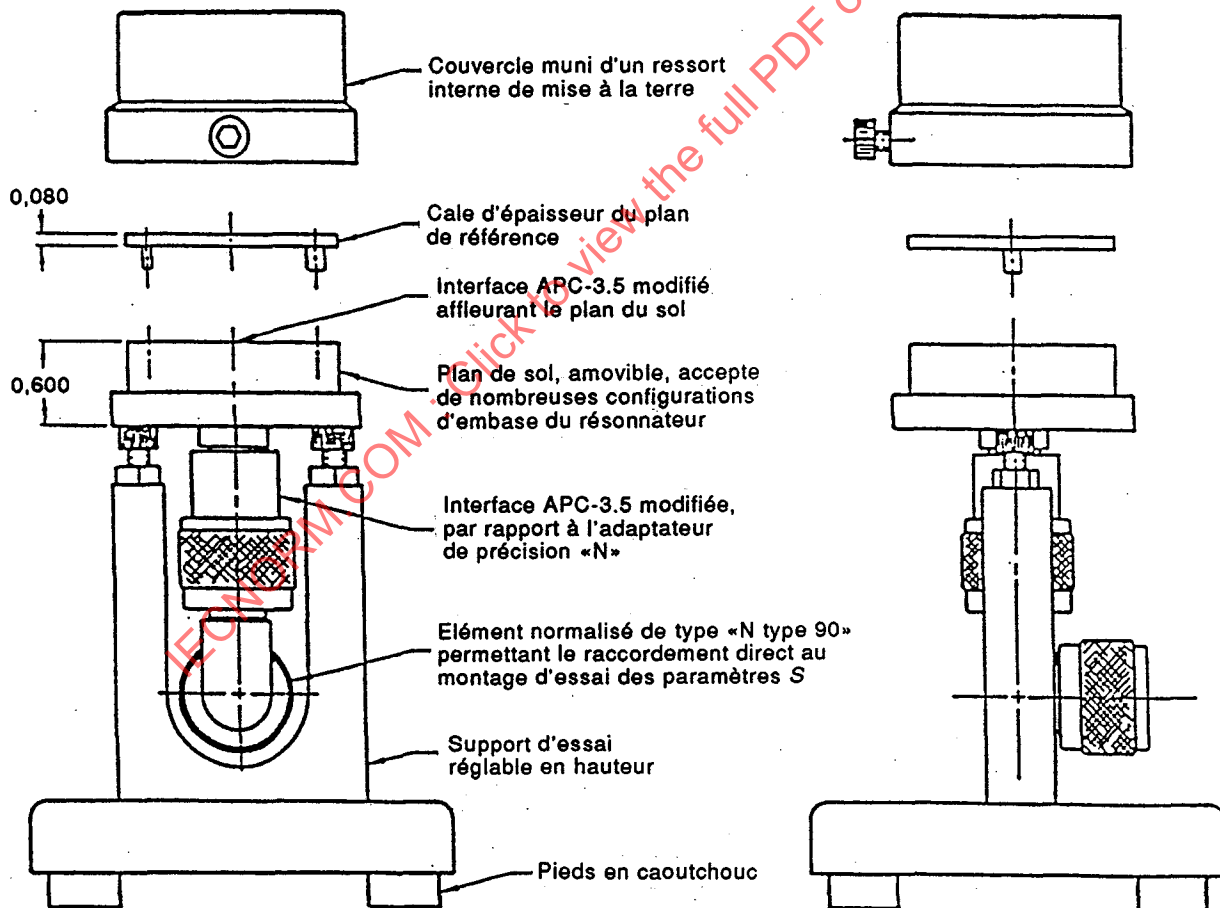
IEC 063195

Figure 11 – APC-7 Transmission fixture



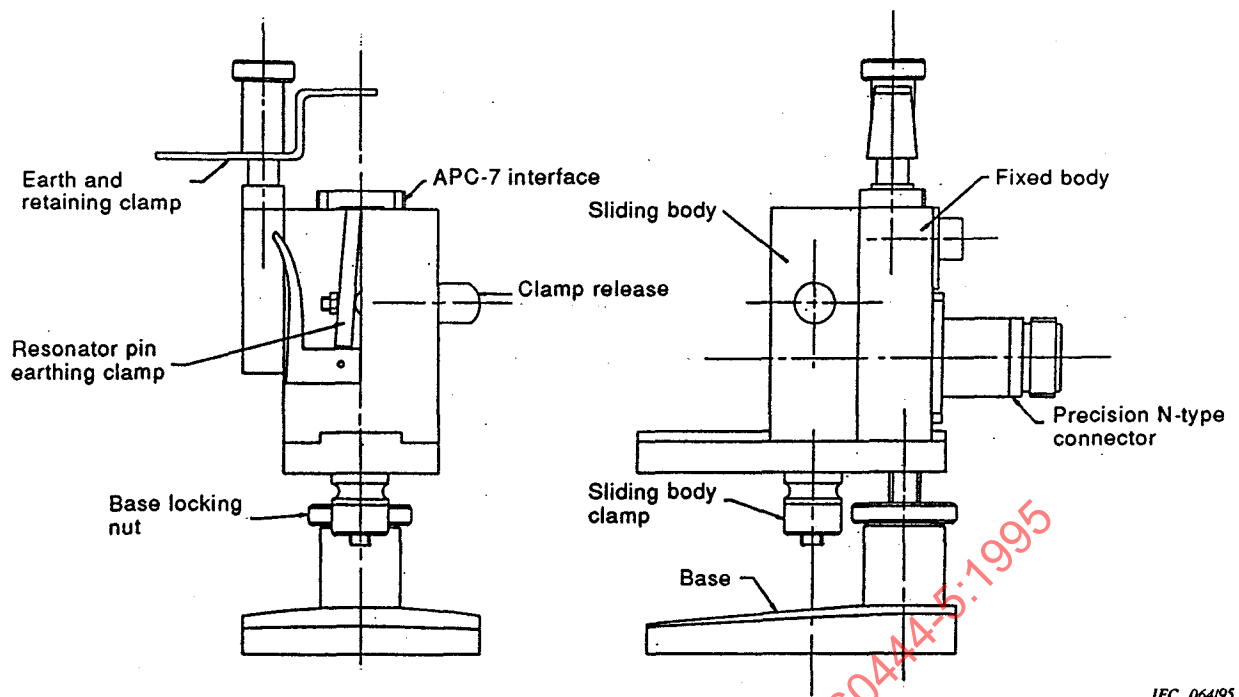
CEI 064/95

Figure 12 – Montage de réflexion APC-7



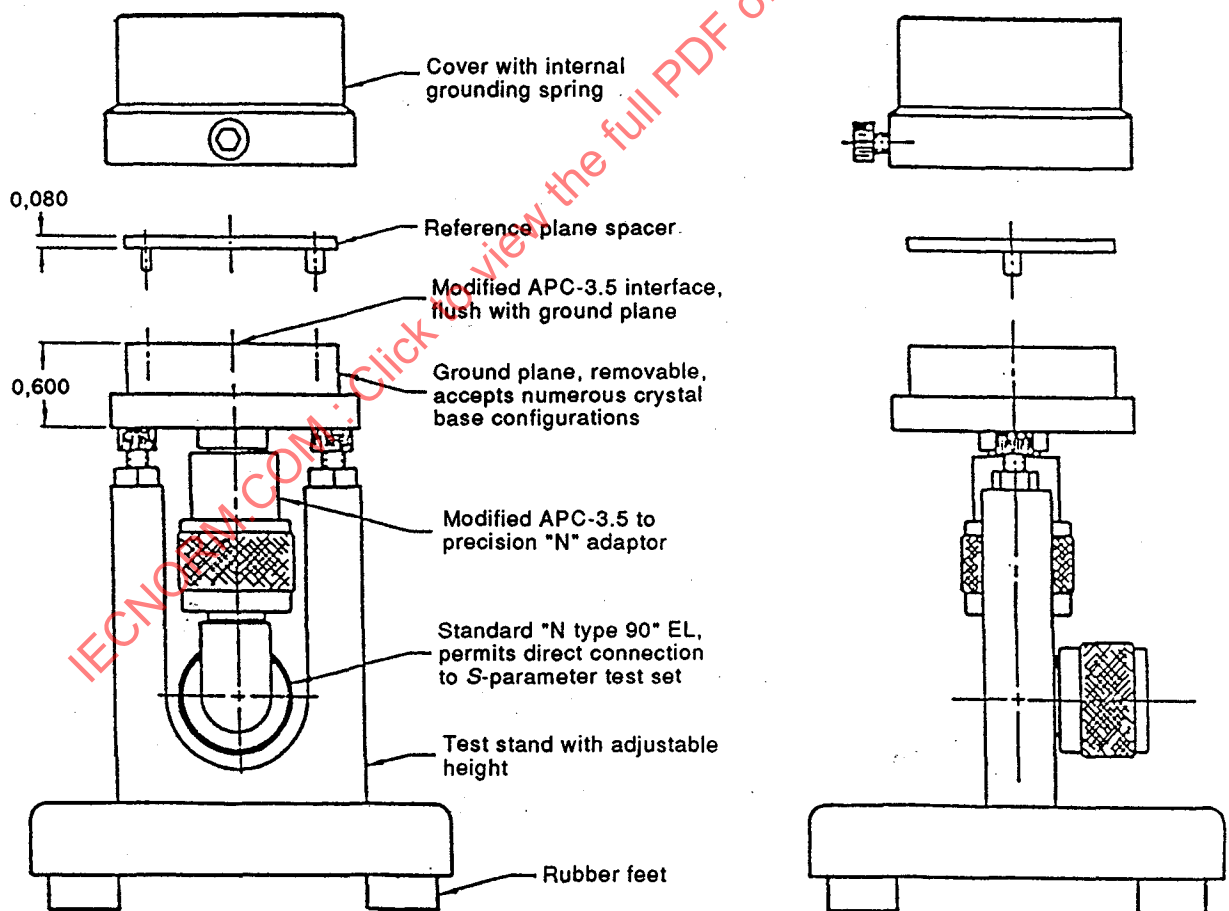
CEI 065/95

Figure 13 – Montage APC-3.5 à une porte



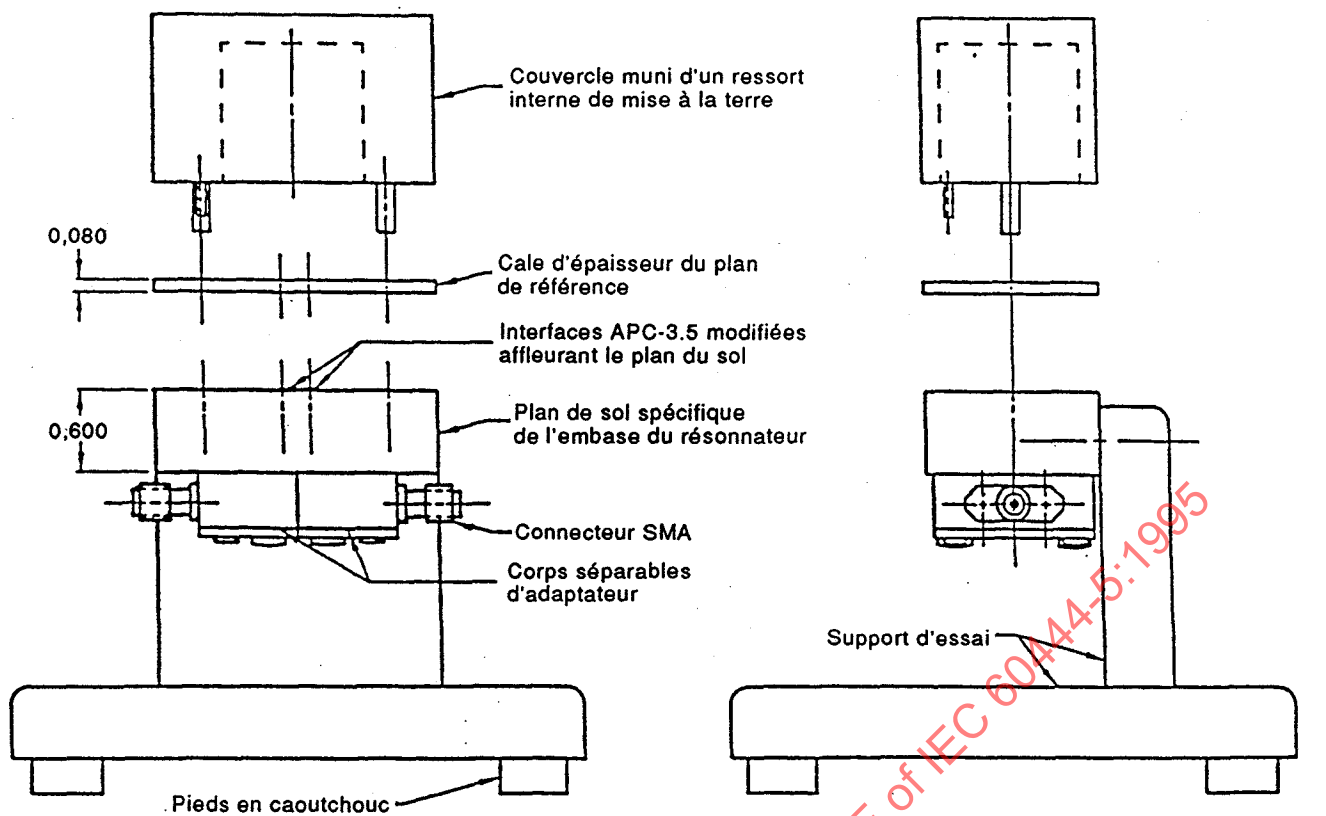
IEC 064/95

Figure 12 – APC-7 Reflection fixture



IEC 065/95

Figure 13 – APC-3.5 One-port fixture



CEI 066/95

Figure 14 – Montage APC-3.5 à deux portes

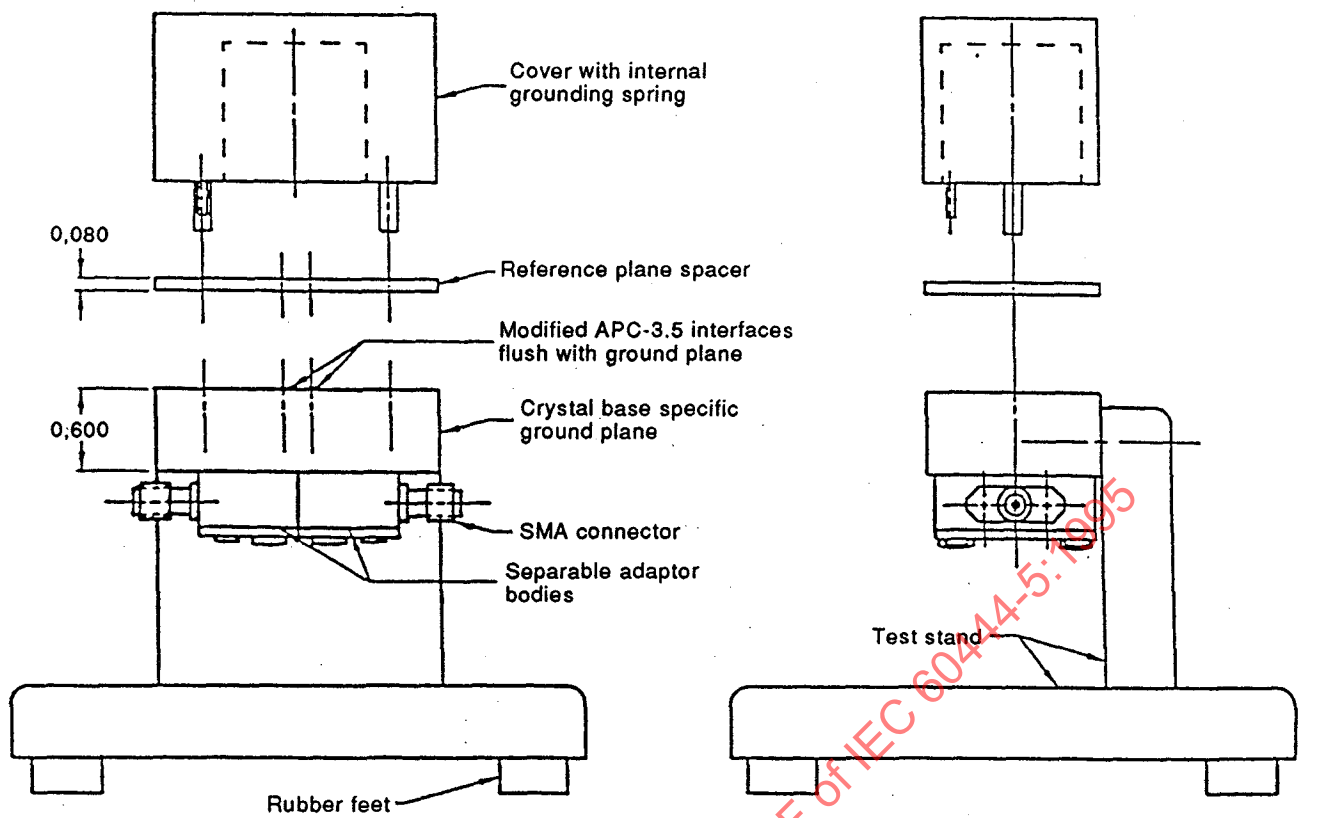


Figure 14- APC-3.5 Two-port fixture

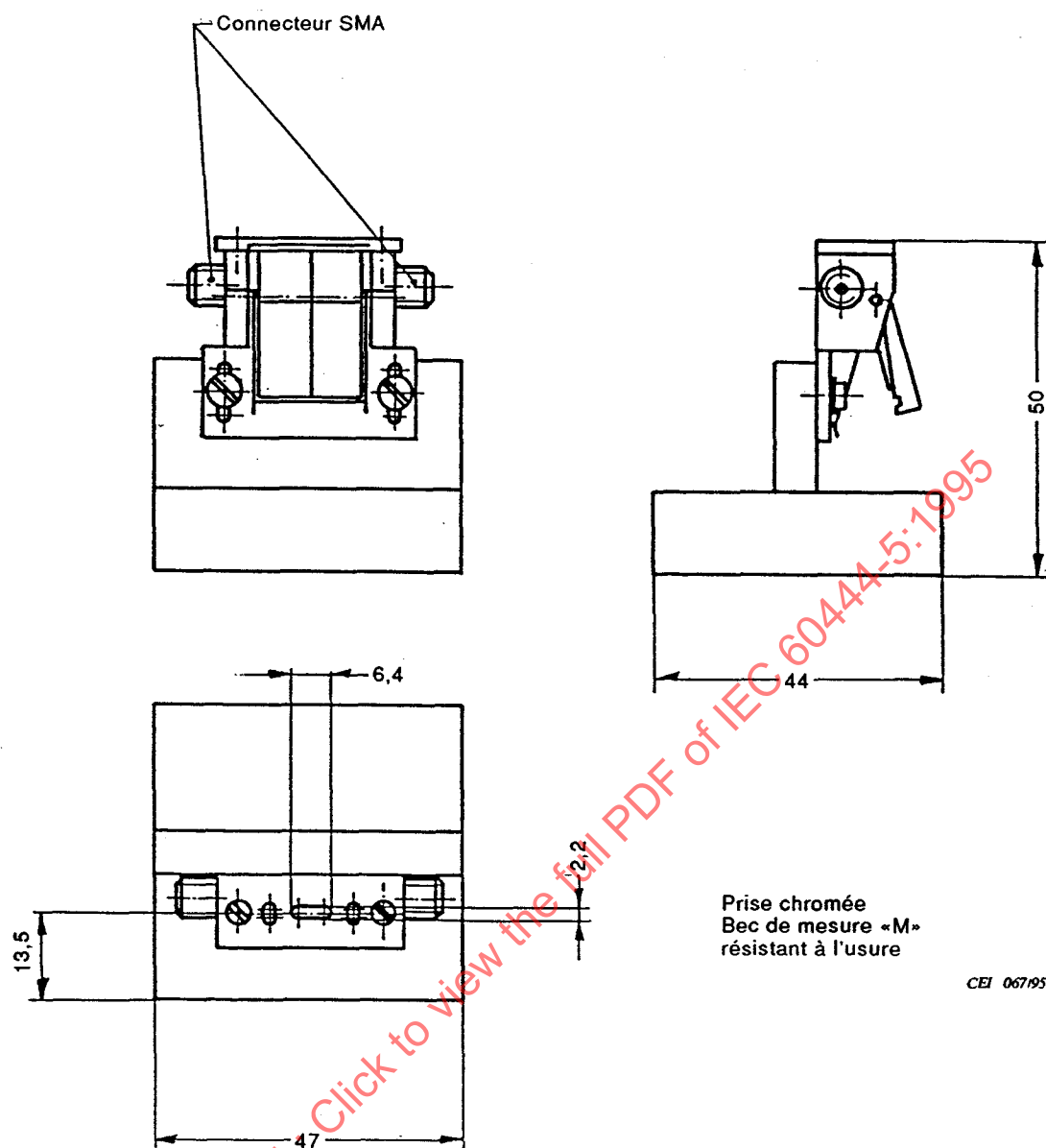


Figure 15 – Montage de mesure de transmission directe

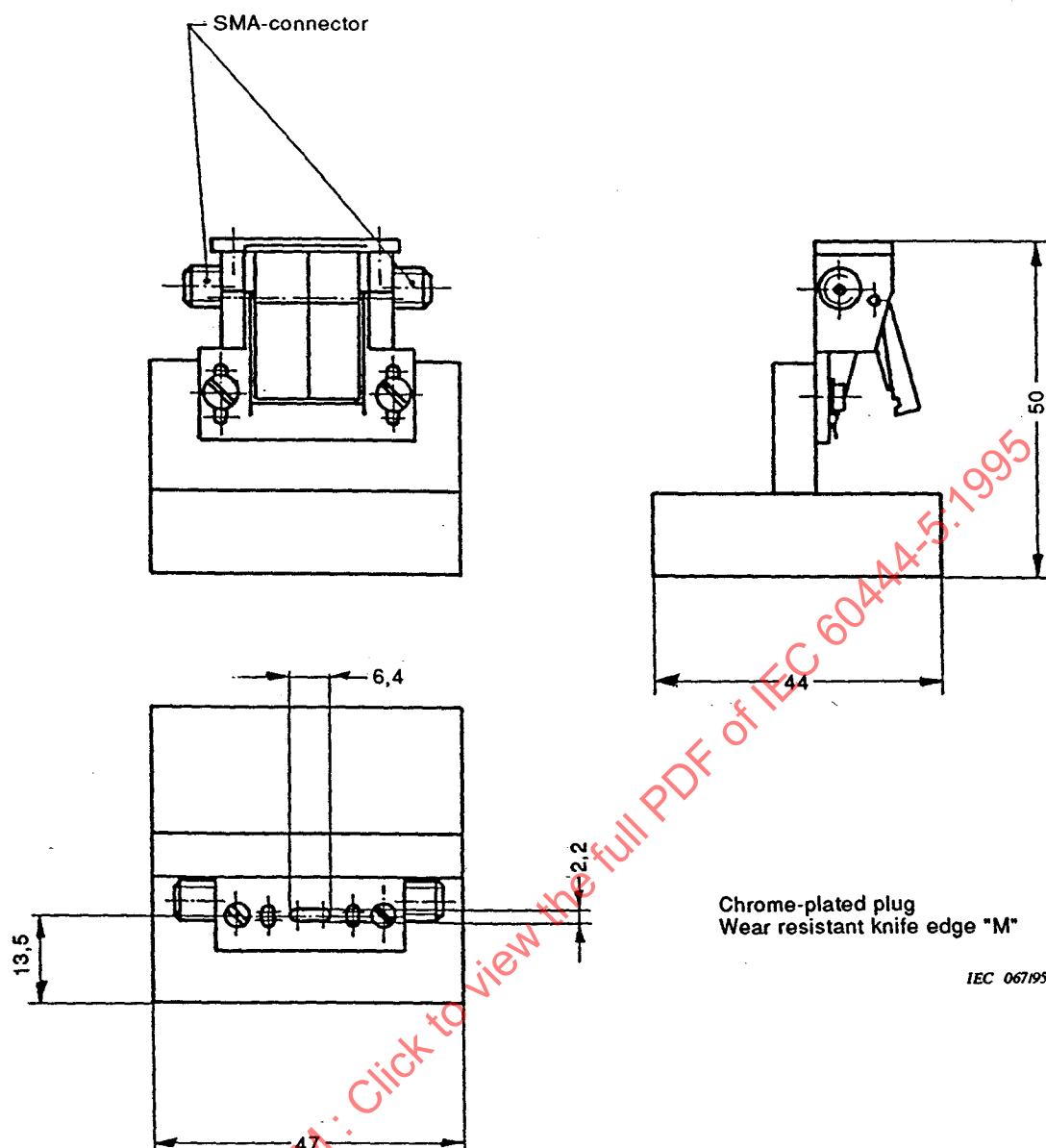


Figure 15 – Direct transmission measurement fixture

## Annexe A (normative)

### Etalonnage

#### A.1 Techniques d'erreurs de la méthode des paramètres S de réflexion à une porte

A.1.1 La figure A.1 illustre une représentation schématique d'un analyseur de réseaux à une porte.

A.1.2 Il est souhaitable que la source de fréquence soit un synthétiseur de fréquence programmable, ayant, théoriquement, une résolution de 0,1 Hz, bien qu'une résolution de 1 Hz convienne pour la plus grande majorité des mesures effectuées à des fréquences au-dessus de 10 MHz.

A.1.3 Il est souhaitable que l'interface de mesure se présente sous forme d'un connecteur général coaxial de précision de 50 Ω (GPC) du type 7 mm ou 3,5 mm (dans le commerce, ces connecteurs sont désignés par connecteurs APC-7 ou APC-3.5 [4]).

A.1.4 Le coupleur directionnel double peut être construit de plusieurs manières différentes (en utilisant des coupleurs directionnels, des ponts directionnels, des circuits hybrides, des répartiteurs de puissance, etc.); les seules conditions spécifiques résident dans le fait que ses caractéristiques et ses réponses sont linéaires, mais il est recommandé, en tant que directive générale, que le taux d'ondes stationnaires, au niveau de la porte de mesure, soit meilleur que 1,2:1, et que la directivité effective soit supérieure à 20 dB.

A.1.5 L'équation d'erreur, relative à l'analyseur à une porte, en reliant le paramètre mesuré  $S_{11}^M$  ( $= b_o/a_o$ ) au paramètre réel  $S_{11}^A$ , est exprimée comme suit:

$$S_{11}^M = e_{00} + \frac{e_{01} S_{11}^A}{1 - e_{11} S_{11}^A} \quad (\text{A.1})$$

Il y a trois paramètres indépendants dans l'équation (A.1),  $e_{00}$ ,  $e_{11}$  et  $e_{01}$ , qu'il est possible de déterminer en effectuant des mesures sur trois étalons de réflexion.

A.1.6 Si l'on suppose que les étalons ont des coefficients de réflexion  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $\rho_3$ , et qu'ils donnent des valeurs mesurées  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ , alors

$$M_i = e_{00} + \frac{e_{01} \rho_i}{1 - e_{11} \rho_i} \quad (\text{A.2})$$

Il est possible de résoudre ces trois équations pour  $e_{00}$ ,  $e_{11}$  et  $e_{01}$ , ce qui donne:

$$\begin{aligned} e_{00} &= \beta^{-1} [\rho_1 \rho_2 (M_2 - M_1) M_3 + \rho_2 \rho_3 (M_3 - M_2) M_1 + \rho_3 \rho_1 (M_1 - M_3) M_2] \\ e_{11} &= \beta^{-1} [\rho_3 (M_1 - M_2) + \rho_2 (M_3 - M_1) + \rho_1 (M_2 - M_3)] \\ e_{01} &= \beta^{-2} [(\rho_1 - \rho_2)(\rho_2 - \rho_3)(\rho_3 - \rho_1)(M_1 - M_2)(M_2 - M_3)(M_3 - M_1)] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{où} \quad \beta = [\rho_1 \rho_2 (M_2 - M_1) + \rho_2 \rho_3 (M_3 - M_2) + \rho_3 \rho_1 (M_1 - M_3)] \quad (\text{A.4})$$

A.1.7 Lorsque toutes les mesures d'étalonnage ont été effectuées aux fréquences d'essai prescrites, le dispositif réel peut être mesuré et son vrai coefficient de réflexion déduit à partir de la relation suivante:

$$S_{11}^A = \frac{(S_{11}^M - e_{00})}{e_{11}(S_{11}^M - e_{00}) + e_{01}} \quad (\text{A.5})$$

## Annex A (normative)

### Calibration

#### A.1 One-port S-parameter reflection error techniques

A.1.1 A schematic diagram of a one-port network analyzer is given in figure A.1.

A.1.2 The frequency source would be a programmable frequency synthesizer with, ideally, a resolution of 0,1 Hz, although a resolution of 1 Hz is adequate for the vast majority of measurements above 10 MHz.

A.1.3 The measurement interface should be in the form of a 50  $\Omega$  coaxial general precision connector (GPC) of 7 mm or 3,5 mm type (commercially these are usually referred to as APC-7 or APC-3.5 connectors [4]).

A.1.4 The dual directional coupler may be implemented in a wide variety of ways (using directional couplers, directional bridges, hybrids, power splitters, etc); the only specific conditions are that its characteristics and responses are linear, but as a general guide the VSWR at the measurement port should be better than 1,2:1, and the effective directivity should exceed 20 dB.

A.1.5 The error equation for the one-port analyzer, relating the measured S-parameter  $S_{11}^M (= b_o/a_o)$  to the true S-parameter  $S_{11}^A$ , is

$$S_{11}^M = e_{00} + \frac{e_{01} S_{11}^A}{1 - e_{11} S_{11}^A} \quad (\text{A.1})$$

There are three independent parameters in equation (A.1),  $e_{00}$ ,  $e_{11}$  and  $e_{01}$ , which may be determined by measurements on three reflection standards.

A.1.6 If we assume that the standards have reflection coefficients  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  and  $\rho_3$ , and produce measured values  $M_1$ ,  $M_2$  and  $M_3$  then

$$M_i = e_{00} + \frac{e_{01} \rho_i}{1 - e_{11} \rho_i} \quad (\text{A.2})$$

These three equations may be solved for  $e_{00}$ ,  $e_{11}$  and  $e_{01}$ , giving

$$\begin{aligned} e_{00} &= \beta^{-1} [\rho_1 \rho_2 (M_2 - M_1) M_3 + \rho_2 \rho_3 (M_3 - M_2) M_1 + \rho_3 \rho_1 (M_1 - M_3) M_2] \\ e_{11} &= \beta^{-1} [\rho_3 (M_1 - M_2) + \rho_2 (M_3 - M_1) + \rho_1 (M_2 - M_3)] \\ e_{01} &= \beta^{-2} [(\rho_1 - \rho_2)(\rho_2 - \rho_3)(\rho_3 - \rho_1)(M_1 - M_2)(M_2 - M_3)(M_3 - M_1)] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{where} \quad \beta = [\rho_1 \rho_2 (M_2 - M_1) + \rho_2 \rho_3 (M_3 - M_2) + \rho_3 \rho_1 (M_1 - M_3)] \quad (\text{A.4})$$

A.1.7 When all the calibration measurements have been made at the required test frequencies, the actual device may be measured and its true reflection coefficient deduced from

$$S_{11}^A = \frac{(S_{11}^M - e_{00})}{e_{11} (S_{11}^M - e_{00}) + e_{01}} \quad (\text{A.5})$$

A.1.8 Il est souhaitable que les trois étalons utilisés pour l'étalonnage comprennent ce qui suit: un court-circuit, un circuit ouvert et une terminaison adaptée de  $50 \Omega$ .

A.1.9 Le court-circuit et le circuit ouvert peuvent être considérés comme des étalons absolus, car étant donné que leurs caractéristiques électriques peuvent être directement reliées à leurs dimensions mécaniques, aucun étalonnage supplémentaire n'est nécessaire.

A.1.10 Le coefficient de réflexion théorique d'une terminaison de court-circuit est  $\rho = -1,0$ ; pour des courts-circuits coaxiaux de haute qualité, l'erreur dans  $\rho$  produite par une résistance finie ne dépassera pas  $10^{-4}$  dans la gamme de fréquences, jusqu'à 1 GHz.

A.1.11 Une terminaison de circuit ouvert est moins satisfaisante qu'un court-circuit; cela est pratiquement dû aux effets des rayonnements et des capacités de dispersion. On utilise habituellement un écran coaxial pour atténuer le rayonnement, mais cela n'est pas nécessaire à des fréquences inférieures à 1 GHz. Pour un circuit ouvert APC-7 blindé, on suppose généralement une capacité de dispersion de 0,079 pF; cette capacité est réduite d'un facteur de 2 pour un connecteur APC-3.5 (femelle); ces corrections peuvent être légèrement faussées si un écran n'est pas utilisé. En prenant une capacité de dispersion  $C$ , le coefficient de réflexion est exprimé comme suit:

$$\rho = e^{-j\phi} \text{ où } \phi = 2 \arctan(\omega CR), R = 50 \Omega$$

A.1.12 Une terminaison adaptée de  $50 \Omega$  présente un coefficient de réflexion nominal de  $\rho = 0$ ; le niveau de l'impédance effective du système est fixé par la terminaison de charge de  $50 \Omega$  et toute erreur dans ce composant affectera directement les paramètres dynamiques mesurés. En ce qui concerne la plupart des terminaisons disponibles dans le commerce, l'utilisation d'une valeur nulle pour le coefficient de réflexion  $\rho$  dans les équations d'étalonnage, peut entraîner des erreurs d'impédance de l'ordre de plusieurs pourcents. Pour cette raison, il convient d'étalonner spécialement la charge de  $50 \Omega$  ainsi que les valeurs mesurées de  $\rho$  utilisées dans l'équation (A.3); ceci permet d'obtenir des incertitudes d'impédance de l'ordre de  $\pm 3 \times 10^{-3}$ .

## A.2 Techniques d'erreurs de la méthode des paramètres $S$ de transmission à deux portes

A.2.1 La figure A.2 illustre un exemple typique de système à deux portes; il se compose d'une source de fréquence, de trois voies de mesure et d'un appareillage commutable pour l'essai relatif aux paramètres  $S$ ; cet appareillage d'essai permet de commuter la source et les détecteurs entre les deux parties du dispositif soumis à l'essai; les deux schémas séparés représentent les deux configurations possibles de l'appareillage d'essai.

A.2.2 La figure A.3 illustre, sous forme de processus, le modèle d'erreur à 12 termes recommandé; il se compose de deux modèles à six termes, un modèle pour chaque configuration d'appareillage d'essai. Les 12 paramètres sont les suivants.

$$e_{00}, e_{01}, e_{11}, e_{30}, e_{32}, e_{22}, e'_{33}, e'_{32}, e'_{22}, e'_{03}, e'_{01}, e'_{11}$$

les équations reliant les paramètres  $S$  mesurés,  $S^M$ , aux vrais paramètres  $S$ ,  $S^A$ , sont les suivantes:

A.1.8 The three standards used for calibration should comprise the following: a short circuit, an open circuit, and a matched 50  $\Omega$  termination.

A.1.9 The short circuit and the open circuit may be regarded as absolute standards, as their electrical properties can be directly related to their mechanical dimensions and no additional calibration is necessary.

A.1.10 The ideal reflection coefficient of a short-circuit termination is  $\rho = -1,0$ ; for high-quality coaxial shorts the error in  $\rho$  produced by finite resistance will not exceed  $10^{-4}$  in the frequency range up to 1 GHz.

A.1.11 An open-circuit termination is less satisfactory than a short-circuit termination, primarily due to radiation and fringing capacitance effects. It is usual to employ a coaxial shield to reduce radiation, but at frequencies below 1 GHz this is unnecessary. A fringing capacitance of 0,079 pF is normally assumed for a shielded APC-7 open circuit; this capacitance is reduced by a factor of 2 for an APC-3.5 (female); these corrections may be affected slightly if a shield is not used. Given a fringing capacitance  $C$  the reflection coefficient is:

$$\rho = e^{-j\phi} \text{ where } \phi = 2 \arctan(\omega CR), R = 50 \Omega$$

A.1.12 A matched 50  $\Omega$  termination has a nominal reflection coefficient of  $\rho = 0$ ; the effective impedance level of the system is set by the 50  $\Omega$  load termination and any error in this component will directly affect the measured motional parameters. For most commercially available terminations, using a value of zero for the reflection coefficient  $\rho$  in the calibration equations can result in impedance errors of several per cent. For this reason the 50  $\Omega$  load should be specially calibrated and the measured values of  $\rho$  used in equation (A.3); by these means impedance uncertainties of approximately  $\pm 3 \times 10^{-3}$  can be achieved.

## A.2 Two-port $S$ -parameter transmission error techniques

A.2.1 A typical two-port system is shown in figure A.2; it consists of a frequency source, three measurement channels, and a switchable  $S$ -parameter test set which allows the source and the detectors to be switched between the two sides of the device under test (DUT); the two separate diagrams illustrate the two possible configurations of the test set.

A.2.2 The recommended 12-term error model is shown in figure A.3 in flow graph form; it consists of two six-term models, one for each test set configuration. The 12 parameters are:

$$e_{00}, e_{01}, e_{11}, e_{30}, e_{32}, e_{22}, e'_{33}, e'_{32}, e'_{22}, e'_{03}, e'_{01}, e'_{11}.$$

the equations relating the measured  $S$ -parameters,  $S^M$ , to the true  $S$ -parameters,  $S^A$ , are:

$$\begin{aligned}
S_{11}^M &= e_{00} + e_{01} \frac{S_{11}^A - e_{22}|S^A|}{1 - e_{11}S_{11}^A - e_{22}S_{22}^A + e_{11}e_{22}|S^A|} \\
S_{21}^M &= e_{30} + e_{32} \frac{S_{21}^A}{1 - e_{11}S_{11}^A - e_{22}S_{22}^A + e_{11}e_{22}|S^A|} \\
S_{12}^M &= e'_{03} + e'_{01} \frac{S_{12}^A}{1 - e'_{11}S_{11}^A - e'_{22}S_{22}^A + e'_{11}e'_{22}|S^A|} \\
S_{22}^M &= e'_{33} + e'_{32} \frac{S_{22}^A - e'_{11}|S^A|}{1 - e'_{11}S_{11}^A - e'_{22}S_{22}^A + e'_{11}e'_{22}|S^A|}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

$$|S^A| = S_{11}^A S_{22}^A - S_{12}^A S_{21}^A$$

$$\begin{aligned}
S_{11}^A &= \frac{1}{D} \left[ \left( \frac{S_{11}^M - e_{00}}{e_{01}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{22}^M - e'_{33})e'_{22}}{e'_{32}} \right) - e_{22} \left( \frac{S_{21}^M - e_{30}}{e_{32}} \right) \left( \frac{S_{12}^M - e'_{03}}{e'_{01}} \right) \right] \\
S_{21}^A &= \frac{1}{D} \left[ \left( \frac{S_{21}^M - e_{30}}{e_{32}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{22}^M - e'_{33})(e'_{22} - e_{22})}{e'_{32}} \right) \right] \\
S_{12}^A &= \frac{1}{D} \left[ \left( \frac{S_{12}^M - e'_{03}}{e'_{01}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{11}^M - e_{00})(e_{11} - e'_{11})}{e_{01}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{A.7}$$

$$S_{22}^A = \frac{1}{D} \left[ \left( \frac{S_{22}^M - e'_{33}}{e'_{32}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{11}^M - e_{00})e_{11}}{e_{01}} \right) - e'_{11} \left( \frac{S_{21}^M - e_{30}}{e_{32}} \right) \left( \frac{S_{12}^M - e'_{03}}{e'_{01}} \right) \right]$$

$$\text{où } D = \left( 1 + \frac{(S_{11}^M - e_{00})e_{11}}{e_{01}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{22}^M - e'_{33})e'_{22}}{e'_{32}} \right) - \left( \frac{S_{21}^M - e_{30}}{e_{32}} \right) \left( \frac{S_{12}^M - e'_{03}}{e'_{01}} \right) e_{22}e'_{11} \tag{A.8}$$

A.2.3 Si  $S_{12}^A = S_{21}^A = 0$ , alors l'expression relative à  $S_{11}^M$  dans l'équation (A.6) se réduit à celle donnée dans l'équation (A.1); il est donc possible de déterminer  $e_{00}$ ,  $e_{01}$  et  $e_{11}$ , en appliquant à la porte 1, la procédure d'étalonnage à une porte. De manière similaire, il est possible de déterminer  $e'_{33}$ ,  $e'_{32}$ ,  $e'_{22}$  en appliquant la même procédure à la porte 2.

A.2.4 Les mesures de  $S_{12}^M$  et  $S_{21}^M$  avec les portes déconnectées  $S_{12}^A = S_{21}^A = 0$  fournissent des valeurs pour  $e_{30}$  et  $e'_{03}$ ; théoriquement, il convient de terminer une porte ou les deux portes avec des charges de  $50 \Omega$  pour cette mesure. En ce qui concerne la gamme de fréquences à l'étude, les termes de fuite  $e_{30}$  et  $e'_{03}$  sont généralement bien inférieurs au plancher de bruit du système et, si c'est le cas, ils peuvent ne figurer ni l'un ni l'autre dans le modèle.

A.2.5 Les termes restants peuvent être déterminés par des mesures de la totalité des quatre paramètres  $S$ , la porte 1 étant reliée à la porte 2. Théoriquement, la connexion doit être réalisée soit directement, soit par l'intermédiaire d'une longueur de ligne de précision, avec une matrice  $S$

$$\begin{pmatrix} 0 & e^{-j\phi} \\ e^{-j\phi} & 0 \end{pmatrix} \quad \phi = \text{retard de phase}$$

$$\begin{aligned}
S_{11}^M &= e_{00} + e_{01} \frac{S_{11}^A - e_{22}|S^A|}{1 - e_{11}S_{11}^A - e_{22}S_{22}^A + e_{11}e_{22}|S^A|} \\
S_{21}^M &= e_{30} + e_{32} \frac{S_{21}^A}{1 - e_{11}S_{11}^A - e_{22}S_{22}^A + e_{11}e_{22}|S^A|} \\
S_{12}^M &= e'_{03} + e'_{01} \frac{S_{12}^A}{1 - e'_{11}S_{11}^A - e'_{22}S_{22}^A + e'_{11}e'_{22}|S^A|} \\
S_{22}^M &= e'_{33} + e'_{32} \frac{S_{22}^A - e'_{11}|S^A|}{1 - e'_{11}S_{11}^A - e'_{22}S_{22}^A + e'_{11}e'_{22}|S^A|}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

$$|S^A| = S_{11}^A S_{22}^A - S_{12}^A S_{21}^A$$

$$\begin{aligned}
S_{11}^A &= \frac{1}{D} \left[ \left( \frac{S_{11}^M - e_{00}}{e_{01}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{22}^M - e'_{33})e'_{22}}{e'_{32}} \right) - e_{22} \left( \frac{S_{21}^M - e_{30}}{e_{32}} \right) \left( \frac{S_{12}^M - e'_{03}}{e'_{01}} \right) \right] \\
S_{21}^A &= \frac{1}{D} \left[ \left( \frac{S_{21}^M - e_{30}}{e_{32}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{22}^M - e'_{33})(e'_{22} - e_{22})}{e'_{32}} \right) \right] \\
S_{12}^A &= \frac{1}{D} \left[ \left( \frac{S_{12}^M - e'_{03}}{e'_{01}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{11}^M - e_{00})(e_{11} - e'_{11})}{e_{01}} \right) \right] \\
S_{22}^A &= \frac{1}{D} \left[ \left( \frac{S_{22}^M - e'_{33}}{e'_{32}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{11}^M - e_{00})e_{11}}{e_{01}} \right) - e'_{11} \left( \frac{S_{21}^M - e_{30}}{e_{32}} \right) \left( \frac{S_{12}^M - e'_{03}}{e'_{01}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{A.7}$$

$$\text{where } D = \left( 1 + \frac{(S_{11}^M - e_{00})e_{11}}{e_{01}} \right) \left( 1 + \frac{(S_{22}^M - e'_{33})e'_{22}}{e'_{32}} \right) - \left( \frac{S_{21}^M - e_{30}}{e_{32}} \right) \left( \frac{S_{12}^M - e'_{03}}{e'_{01}} \right) e_{22}e'_{11} \tag{A.8}$$

A.2.3 If  $S_{12}^A = S_{21}^A = 0$ , then the expression for  $S_{11}^M$  in equation (A.6) reduces to that given in equation (A.1);  $e_{00}$ ,  $e_{01}$  and  $e_{11}$  may therefore be determined by applying the one-port calibration procedure to port 1. Similarly  $e'_{33}$ ,  $e'_{32}$ ,  $e'_{22}$  may be determined by applying the same procedure to port 2.

A.2.4 Measurements of  $S_{12}^M$  and  $S_{21}^M$  with the ports disconnected  $S_{12}^A = S_{21}^A = 0$  provide values for  $e_{30}$  and  $e'_{03}$ ; ideally one or both ports should be terminated with 50  $\Omega$  loads for this measurement. For the frequency range under consideration, these leakage terms  $e_{30}$  and  $e'_{03}$  are usually far less than the system noise floor and, if this is the case, they may be omitted from the model altogether.

A.2.5 The remaining terms may be determined by measurements of all four  $S$ -parameters with port 1 connected to port 2. Ideally the connection would be made directly or via a length of precision air line with an  $S$ -matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & e^{-j\phi} \\ e^{-j\phi} & 0 \end{pmatrix} \quad \phi = \text{phase delay}$$

Dans la pratique, cela peut se révéler impossible, mais il est possible d'utiliser toute partie de ligne de raccordement, à condition qu'elle soit étalonnée et que ses paramètres  $S$  soient connus. Dans la mesure où  $e_{00}$ ,  $e_{01}$  et  $e_{11}$  ont déjà été déterminés, l'expression relative à  $S_{11}^M$  fournit une valeur pour  $e_{22}$ ; l'expression relative à  $S_{21}^M$  peut alors être utilisée pour obtenir  $e_{32}$ . Des valeurs relatives à  $e'_{11}$  et  $e'_{01}$  sont obtenues, de manière similaire, à partir de  $S_{22}^M$  et  $S_{12}^M$ .

A.2.6 Ayant déterminé les 12 paramètres d'erreurs en fonction de la fréquence, il est possible de calculer les vrais paramètres de dispersion ( $S_{11}^A$ ) de tout dispositif, à partir de leurs valeurs mesurées ( $S_{11}^M$ ), en utilisant l'équation (A.7).

A.2.7 Dans certains cas, il se peut qu'aucun appareillage d'essai commutable ne soit disponible. Dans ces conditions, une seule des configurations illustrées à la figure A.2 est possible et un seul modèle d'erreur à six termes, tel qu'illustré à la figure A.3, est prescrit [4]. Cependant, si  $S_{11}^M$  et  $S_{22}^M$  sont mesurés, alors la détermination de  $S_{22}^M$  et  $S_{12}^M$  nécessite l'inversion du dispositif proprement dit dans le montage d'essai; dans la pratique, cette inversion est très difficile à réaliser.

A.2.8 Le modèle d'erreurs à 12 termes recommandé est destiné à être utilisé avec un système d'analyseur vectoriel à trois voies. Cependant, il existe un certain nombre de systèmes à deux voies et, dans ce cas, une commutation supplémentaire est prescrite dans l'appareillage d'essai, pour commuter un détecteur entre couples directionnels, lors du passage des mesures de  $S_{11}$  à  $S_{21}$  (ou des mesures de  $S_{22}$  aux mesures de  $S_{12}$ ). Cela signifie qu'il est possible de modifier les paramètres des modèles d'erreurs d'une façon qui n'est pas autorisée dans le modèle concerné. Pour cette raison, l'utilisation d'analyseurs à deux voies n'est pas recommandée pour des mesures de transmission de précision.

### A.3 Méthode de transmission directe

A.3.1 La figure A.4 illustre un exemple typique de système de transmission directe. L'équivalent de Thévenin est indiqué à la figure A.5. La partie excitée du réseau d'impédance  $Z_s$  et  $Z_L$  se compose d'une source  $E$  ayant une impédance  $Z_s$ . La source  $E$  est directement reliée par un nombre complexe à la tension de référence mesurée  $V_a$ . La sortie du réseau est équivalente à une impédance  $Z_L$  avec une tension mesurée  $V_b$ .

A.3.2 Définir

$$Z'_m = \frac{Z_m Z_f}{Z_m + Z_f} \quad (\text{A.9})$$

où  $Z_m$  est l'impédance du dispositif introduit dans le montage et  $Z_f$  est la très faible impédance parasite du montage.

Pour toute impédance  $Z'_m$ ,  $V_b$  est donnée par la relation:

$$V_b = \frac{Z_L}{Z_j + Z'_m} \cdot E \quad (\text{A.10})$$

$$\text{où } Z_j = Z_s + Z_L \text{ et } E = K V_a \quad (\text{A.11})$$

De ce fait, pour deux impédances connues,  $Z_1$  et  $Z_2$ , les impédances à travers le montage de mesure deviennent  $Z'_1$  et  $Z'_2$ .

$$V_{b1} = \frac{Z_L}{Z_j + Z'_1} K V_{a1} \text{ et} \quad (\text{A.12})$$

In practice this may not be possible, but any piece of connecting line can be used if it is calibrated and its  $S$ -parameters known. As  $e_{00}$ ,  $e_{01}$  and  $e_{11}$  are already determined, the expression for  $S_{11}^M$  provides a value for  $e_{22}$ ; the expression for  $S_{21}^M$  may then be used to obtain  $e_{32}$ . Values for  $e'_{11}$  and  $e'_{01}$  are obtained from  $S_{22}^M$  and  $S_{12}^M$  in a similar way.

A.2.6 Having determined the 12 error parameters as functions of frequency, it is possible to calculate the true scattering parameters ( $S_{11}^A$ ) of any device from their measured values ( $S_{11}^M$ ) using equation (A.7).

A.2.7 In some cases a switchable test set may not be available. Under these circumstances only one of the configurations in figure A.2 is possible, and only one six-term error model in figure A.3 is required [4]. However, if  $S_{11}^M$  and  $S_{21}^M$  are measured, then the determination of  $S_{22}^M$  and  $S_{12}^M$  requires the device itself to be reversed in the test fixture, and this is very inconvenient in practice.

A.2.8 The recommended 12-term error model is designed for use with a three-channel vector analyzer system. However, some two-channel systems are available and, in this case, additional switching in the test set is required to switch one detector between directional couplers when changing from  $S_{11}$  to  $S_{21}$  (or  $S_{22}$  to  $S_{12}$ ) measurements. This means that the parameters of the error models may be changed in a way which is not allowed for the model. For this reason, two-channel analyzers are not recommended for precision transmission measurements.

### A.3 Direct transmission method

A.3.1 A typical direct transmission system is shown in figure A.4. The Thévenin equivalent is given in figure A.5. The driven side of the impedance network  $Z_S$  and  $Z_L$  consists of a source  $E$  with an impedance  $Z_S$ .  $E$  is directly related by a complex number to the measured reference voltage  $V_a$ . The output of the network is equivalent to an impedance  $Z_L$  with a measured voltage  $V_b$ .

A.3.2 Define

$$Z'_m = \frac{Z_m Z_f}{Z_m + Z_f} \quad (\text{A.9})$$

where  $Z_m$  is the impedance of the device inserted in the fixture and  $Z_f$  is the very small stray impedance of the fixture.

For any impedance  $Z'_m$ ,  $V_b$  is given by

$$V_b = \frac{Z_L}{Z_j + Z'_m} \cdot E \quad (\text{A.10})$$

where

$$Z_j = Z_s + Z_L \text{ and } E = K V_a \quad (\text{A.11})$$

Thus, for two known impedances,  $Z_1$  and  $Z_2$ , the impedances across the fixture become  $Z'_1$  and  $Z'_2$ .

$$V_{b1} = \frac{Z_L}{Z_j + Z'_1} K V_{a1} \text{ and} \quad (\text{A.12})$$

$$V_{b_2} = \frac{Z_L}{Z_j + Z'_2} K V_{a_2} \quad (\text{A.13})$$

$$\text{d'où} \quad V_{ba_1} (Z_j + Z'_1) = V_{ba_2} (Z_j + Z'_2) \quad (\text{A.14})$$

où  $V_{ba_1} = \frac{V_b}{V_a}$  avec  $Z_1$  incorporée et  $V_{ba_2} = \frac{V_b}{V_a}$  avec  $Z_2$  incorporée, et donc

$$V_{ba_1} = \left( \frac{Z_j + Z'_2}{Z_j + Z'_1} \right) V_{ba_2} \quad (\text{A.15})$$

en réarrangeant l'équation

$$Z_j = \frac{Z'_1 V_{ba_1} - Z'_2 V_{ba_2}}{V_{ba_2} - V_{ba_1}} \quad (\text{A.16})$$

et également

$$K = \frac{Z_L}{Z_j + Z_L} V_{ba_1} \quad (\text{A.17})$$

Finalement, pour une impédance inconnue  $Z_u$ , l'impédance présentée à travers le montage devient  $Z'_u$

$$Z'_u = (Z_j + Z'_1) \frac{V_{ba_1}}{V_{ba_2}} - Z_j \quad (\text{A.18})$$

où  $V_{ba_2} = V_b / V_a$  pour  $Z_u$  incorporée.

De ce fait, il est nécessaire de calculer l'impédance inconnue  $Z_f$ , du montage pour corriger les deux impédances d'étalonnage  $Z_1$  et  $Z_2$ , ainsi que l'impédance mesurée  $Z_u$ . Dans la pratique, on peut considérer que l'impédance  $Z_f$  est purement capacitive avec une valeur typique de l'ordre de 0,1 pF. Sa valeur peut être calculée avec une précision suffisante, à l'aide de l'équation (A.15) dans laquelle  $Z_2$  est un circuit ouvert, et  $Z_1$  est proche d'un court-circuit et  $Z_j$  est une valeur supposée. En réécrivant l'équation

$$Z_{bas} = \frac{Z_j + Z_f}{Z_j} V_{bao} \quad (\text{A.19})$$

où  $V_{bas} = V_b / V_a$  pour un court-circuit et  $V_{bao} = V_b / V_a$  pour un circuit ouvert. En réarrangeant

$$Z_f = Z_j \left( \frac{V_{bas}}{V_{bao}} - 1 \right) \quad (\text{A.20})$$

**A.3.3** La procédure d'étalonnage nécessite donc deux impédances connues et une valeur approchée de l'impédance  $Z_j$  du montage. Il peut s'agir de la valeur calculée lors d'un précédent étalonnage ou à partir d'une valeur connue de courant continu. Les impédances d'étalonnage proposées sont un court-circuit nominal, modélisé comme un petit inducteur estimé et une résistance nominale soit de 25  $\Omega$ , soit de 50  $\Omega$ . Des résistances appropriées sont des structures à couche mince telles que celles illustrées à la figure A.6. En variante, il est possible d'utiliser une terminaison du type SMA, illustrée par la figure A.7 aux fréquences inférieures à 100 MHz.

$$V_{b2} = \frac{Z_L}{Z_j + Z'_2} K V_{a2} \quad (\text{A.13})$$

whence  $V_{ba1}(Z_j + Z'_1) = V_{ba2}(Z_j + Z'_2)$  (A.14)

where  $V_{ba1} = \frac{V_b}{V_a}$  with  $Z_1$  inserted and  $V_{ba2} = \frac{V_b}{V_a}$  with  $Z_2$  inserted, and hence

$$V_{ba1} = \left( \frac{Z_j + Z'_2}{Z_j + Z'_1} \right) V_{ba2} \quad (\text{A.15})$$

and rearranging

$$Z_j = \frac{Z'_1 V_{ba1} - Z'_2 V_{ba2}}{V_{ba2} - V_{ba1}} \quad (\text{A.16})$$

also

$$K = \frac{Z_L}{Z_j + Z_L} V_{ba1} \quad (\text{A.17})$$

Finally, for an unknown impedance  $Z_u$  the impedance presented across the fixture becomes  $Z'_u$

$$Z'_u = (Z_j + Z'_1) \frac{V_{ba1}}{V_{bau}} - Z_j \quad (\text{A.18})$$

where  $V_{bau} = V_b/V_a$  for  $Z_u$  inserted.

Thus the unknown fixture impedance  $Z_f$  needs to be calculated to correct for both the calibration impedances  $Z_1$  and  $Z_2$ , as well as the measured impedance  $Z'_u$ . In practice,  $Z_f$  can be considered as being purely capacitive with a value typically around 0,1 pF. Its value can be calculated with sufficient accuracy using equation (A.15) where  $Z_2$  is an open circuit and  $Z_1$  is close to a short circuit and a value of  $Z_j$  is assumed. Re-writing

$$Z_{bas} = \frac{Z_j + Z_f}{Z_j} V_{bao} \quad (\text{A.19})$$

where  $V_{bas} = V_b/V_a$  for a short circuit and  $V_{bao} = V_b/V_a$  for an open circuit. Re-arranging

$$Z_f = Z_j \left( \frac{V_{bas}}{V_{bao}} - 1 \right) \quad (\text{A.20})$$

**A.3.3** The calibration procedure therefore requires two known impedances and an approximate value of the fixture impedance  $Z_j$ . This can be the value calculated from a preceding calibration or from its d.c. value. Suggested calibration impedances are a nominal short circuit, modelled as a small valued inductor, and a nominal resistor of either 25  $\Omega$  or 50  $\Omega$ . Suitable resistors are thin film structures shown in figure A.6. Alternatively, a modified SMA termination shown in figure A.7 can be used for frequencies below 100 MHz.

La procédure d'étalonnage consiste à introduire le court-circuit nominal  $Z_1$  et à le normaliser par rapport à  $V_{ba_1}$ , sur toute la gamme de fréquences prévue.  $Z_2$  est ensuite inséré et  $V_{ba_2}$  mesurée sur la même gamme de fréquences.

Finalement le dispositif est mesuré à vide et  $V_{baf}$  est mesurée. A l'aide de l'équation (A.20), on calcule une valeur de  $Z_f$  en supposant une valeur de  $Z_j$ . Avec cette valeur, on calcule  $Z'_1$  et  $Z'_2$ ; à l'aide de l'équation (A.16), on détermine précisément  $Z_j$  sur toute la gamme de fréquences.

Pour obtenir une précision maximale, cette valeur de  $Z_j$  peut être réintroduite dans l'équation (A.20) pour recalculer  $Z_f$ . Ce processus peut être répété plusieurs fois jusqu'à ce qu'il n'y ait plus aucune autre variation de  $Z_f$  ni de  $Z_j$ .

Finalement, l'impédance du résonateur est mesurée sur sa résonance, à l'aide de l'équation (A.18). L'admittance est obtenue en utilisant la conversion habituelle série-parallèle. On soustrait l'admittance parasite du montage  $Y_f = 1/Z_f$  de cette valeur pour obtenir l'admittance du quartz.

#### A.4 Interpolation

A chaque fréquence, trois mesures sont exigées pour établir les corrections pour la méthode de transmission directe, trois termes d'erreurs pour la correction de la méthode des paramètres  $S$  à une porte et 12 termes d'erreurs pour la correction de la méthode des paramètres  $S$  à deux portes, ces termes de correction vectoriels sont les fonctions de la fréquence de mesure. Théoriquement, il est souhaitable que le système soit étalonné à chaque point de fréquence au niveau duquel une mesure de dispositif a été effectuée, mais cela nécessiterait soit un nouvel étalonnage avant chaque mesure, soit le stockage d'un ensemble trop important de données. Par conséquent, il est conseillé d'étalonner le système pour un nombre de fréquences spécifié, et de déduire ensuite les paramètres d'erreurs à d'autres fréquences d'interpolation. Cette procédure nécessite uniquement des étalonnages bien espacés dans le temps et un stockage limité de données. Le nombre et la densité des points d'étalonnage dépendent de l'équipement considéré, mais il convient de les choisir de telle manière que les courbes d'interpolation décèlent toutes les variations importantes des paramètres d'erreurs.

The procedure for calibration consists of inserting the nominal short-circuit  $Z_1$  and normalizing to  $V_{ba1}$  over the expected frequency range.  $Z_2$  is then inserted and  $V_{ba2}$  measured over the same frequency range.

Finally, the fixture is measured empty and  $V_{baf}$  measured. Using equation (A.20), a value of  $Z_f$  is calculated assuming a value for  $Z_j$ . With this value, both  $Z'_1$  and  $Z'_2$  are calculated, and using equation (A.16),  $Z_j$  is accurately determined over the frequency range.

For the highest accuracy, this value of  $Z_j$  can be reinserted into equation (A.20) to recalculate  $Z_f$ . This process can be iterated until there is no further change in both  $Z_f$  and  $Z_j$ .

Finally, the crystal impedance is measured over its resonance using equation (A.18). With the usual series to parallel conversion, the admittance is obtained. From this, the stray admittance of the fixture  $Y_f = 1/Z_f$  is subtracted to obtain the admittance of the crystal.

#### A.4 Use of interpolation

At each frequency, three measurements are required to establish the corrections for the direct transmission method, three error terms for correction of one-port S-parameter reflection method, and 12 error terms for correction of two-port S-parameter method; these vector correction terms are functions of measurement frequency. Ideally, the system would be calibrated at every frequency point at which a device measurement was to be performed, but this would require either recalibration before every measurement, or the storage of a prohibitively large set of data. It is, therefore, advisable to calibrate the system at a number of specified frequencies, and to deduce error parameter values at other frequencies of interpolation. This requires only infrequent calibration and limited data storage. The number and density of calibration points used is dependent on the particular equipment, but should be chosen so that the interpolating curves can track all significant variations in the error parameters.