

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE



Reliability testing – Compliance test plans for success ratio

Essais de fiabilité – Plans d'essai de conformité pour une proportion de succès

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61123:2019



THIS PUBLICATION IS COPYRIGHT PROTECTED

Copyright © 2019 IEC, Geneva, Switzerland

All rights reserved. Unless otherwise specified, no part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from either IEC or IEC's member National Committee in the country of the requester. If you have any questions about IEC copyright or have an enquiry about obtaining additional rights to this publication, please contact the address below or your local IEC member National Committee for further information.

Droits de reproduction réservés. Sauf indication contraire, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'IEC ou du Comité national de l'IEC du pays du demandeur. Si vous avez des questions sur le copyright de l'IEC ou si vous désirez obtenir des droits supplémentaires sur cette publication, utilisez les coordonnées ci-après ou contactez le Comité national de l'IEC de votre pays de résidence.

IEC Central Office
3, rue de Varembe
CH-1211 Geneva 20
Switzerland

Tel.: +41 22 919 02 11
info@iec.ch
www.iec.ch

About the IEC

The International Electrotechnical Commission (IEC) is the leading global organization that prepares and publishes International Standards for all electrical, electronic and related technologies.

About IEC publications

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC. Please make sure that you have the latest edition, a corrigendum or an amendment might have been published.

IEC publications search - webstore.iec.ch/advsearchform

The advanced search enables to find IEC publications by a variety of criteria (reference number, text, technical committee,...). It also gives information on projects, replaced and withdrawn publications.

IEC Just Published - webstore.iec.ch/justpublished

Stay up to date on all new IEC publications. Just Published details all new publications released. Available online and once a month by email.

IEC Customer Service Centre - webstore.iec.ch/csc

If you wish to give us your feedback on this publication or need further assistance, please contact the Customer Service Centre: sales@iec.ch.

Electropedia - www.electropedia.org

The world's leading online dictionary on electrotechnology, containing more than 22 000 terminological entries in English and French, with equivalent terms in 16 additional languages. Also known as the International Electrotechnical Vocabulary (IEV) online.

IEC Glossary - std.iec.ch/glossary

67 000 electrotechnical terminology entries in English and French extracted from the Terms and Definitions clause of IEC publications issued since 2002. Some entries have been collected from earlier publications of IEC TC 37, 77, 86 and CISPR.

A propos de l'IEC

La Commission Electrotechnique Internationale (IEC) est la première organisation mondiale qui élabore et publie des Normes internationales pour tout ce qui a trait à l'électricité, à l'électronique et aux technologies apparentées.

A propos des publications IEC

Le contenu technique des publications IEC est constamment revu. Veuillez vous assurer que vous possédez l'édition la plus récente, un corrigendum ou amendement peut avoir été publié.

Recherche de publications IEC -

webstore.iec.ch/advsearchform

La recherche avancée permet de trouver des publications IEC en utilisant différents critères (numéro de référence, texte, comité d'études,...). Elle donne aussi des informations sur les projets et les publications remplacées ou retirées.

IEC Just Published - webstore.iec.ch/justpublished

Restez informé sur les nouvelles publications IEC. Just Published détaille les nouvelles publications parues. Disponible en ligne et une fois par mois par email.

Service Clients - webstore.iec.ch/csc

Si vous désirez nous donner des commentaires sur cette publication ou si vous avez des questions contactez-nous: sales@iec.ch.

Electropedia - www.electropedia.org

Le premier dictionnaire d'électrotechnologie en ligne au monde, avec plus de 22 000 articles terminologiques en anglais et en français, ainsi que les termes équivalents dans 16 langues additionnelles. Egalement appelé Vocabulaire Electrotechnique International (IEV) en ligne.

Glossaire IEC - std.iec.ch/glossary

67 000 entrées terminologiques électrotechniques, en anglais et en français, extraites des articles Termes et Définitions des publications IEC parues depuis 2002. Plus certaines entrées antérieures extraites des publications des CE 37, 77, 86 et CISPR de l'IEC.

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE



Reliability testing – Compliance test plans for success ratio

Essais de fiabilité – Plans d'essai de conformité pour une proportion de succès

INTERNATIONAL
ELECTROTECHNICAL
COMMISSION

COMMISSION
ELECTROTECHNIQUE
INTERNATIONALE

ICS 03.120.01; 03.120.30; 21.020

ISBN 978-2-8322-7647-1

Warning! Make sure that you obtained this publication from an authorized distributor.
Attention! Veuillez vous assurer que vous avez obtenu cette publication via un distributeur agréé.

CONTENTS

FOREWORD.....	4
INTRODUCTION.....	6
1 Scope.....	8
2 Normative references	8
3 Terms, definitions, abbreviated terms and symbols.....	8
3.1 Terms and definitions.....	8
3.2 Abbreviated terms and symbols	9
3.2.1 Abbreviated terms	9
3.2.2 Symbols	9
4 General requirements and area of application.....	10
4.1 Reliability requirement	10
4.2 Repair and replacement.....	10
4.3 Types of test plans.....	10
4.3.1 General	10
4.3.2 Features of the test plan types.....	10
4.4 General test procedure	11
4.5 General decision criteria	11
5 Truncated sequential probability ratio test plans (SPRT).....	13
5.1 Characteristics.....	13
5.2 Decision criteria	13
5.3 Operating characteristic curve (OC).....	14
5.4 Expected number of trials to decision (ENT)	15
6 Fixed trial/failure terminated test plans (FTFT)	16
6.1 Characteristics.....	16
6.2 Decision criteria	16
7 Design of fixed trial/failure terminated test plans	17
7.1 Characteristics.....	17
7.2 Approach	17
7.3 Common case.....	18
7.4 Other cases	18
7.5 Example of application.....	18
7.6 Procedure to determine D and c or n and c	18
7.6.1 Figure and table readings	18
7.6.2 Use of figures and tables	19
7.7 Decision criteria	19
Annex A (informative) Additional information on sequential test plans.....	20
A.1 Example.....	20
A.2 Extension of the test set (through interpolation and extrapolation)	21
A.2.1 General	21
A.2.2 Extrapolation for $p_0 < 0,001$	21
A.2.3 Interpolation	21
Annex B (informative) Design of fixed trial/failure terminated test plans – Examples	24
B.1 Use of figures and tables	24
B.2 Case where number of events, n , is not known, but is predictable	24
Annex C (informative) Design of fixed trial/failure terminated test plans – Mathematical procedures and formulas	26

C.1	General.....	26
C.2	Symbols.....	26
C.3	Computation	26
C.3.1	Determination of D versus n	26
C.3.2	Determination of n and c versus p_0 , D , α , β	27
C.3.3	Test without failures – Determination of n and D versus p_0 , α , β	27
C.3.4	Determination of OC curves.....	28
C.3.5	Determination of inverse OC curves	28
C.4	Accuracy.....	29
C.5	Tables of cumulative normal distribution and its Inverse.....	29
Annex D (normative)	Truncated sequential test plans	31
Annex E (informative)	Design of fixed trial/failure terminated test plans – Figures and tables to determine D and c or n and c	40
Bibliography		49
Figure 1	– Expected and maximal number of trials for SPRT and FTFT with the same risks ..	11
Figure 2	– SPRT diagram.....	14
Figure 3	– OC curve.....	15
Figure 4	– SPRT – Curve of expected number of trials to decision (ENT).....	15
Figure 5	– Principal layout of Tables E.1 to E.3.....	19
Figure A.1	– Example of a truncated sequential test	20
Figure E.1	– Discrimination ratio, D , versus number of events, n for $p_0 = 0,05$	40
Figure E.2	– Discrimination ratio, D , versus number of events, n for $p_0 = 0,10$	41
Figure E.3	– Discrimination ratio, D , versus number of events, n for $p_0 = 0,15$	42
Table 1	– Overview – Maximal number of trials and expected number of trials at p_0 for SPRT and FTFT.....	12
Table 2	– Range of the test parameters	13
Table 3	– OC curve.....	14
Table 4	– ENT (n_e) versus true failure ratio (p).....	15
Table 5	– Fixed trial/failure terminated test plans	16
Table A.1	– Example for interpolation by α and β	23
Table C.1	– Cumulative normal distribution for fixed u_γ values	29
Table C.2	– Inverse cumulative normal distribution for fixed $1 - \gamma$ values	30
Table D.1	– Truncated sequential test plans	31
Table E.1	– Acceptable number of failures, c , versus number of events, n for $p_0 = 0,05$	43
Table E.2	– Acceptable number of failures, c , versus number of events, n for $p_0 = 0,10$	45
Table E.3	– Acceptable number of failures, c , versus number of events, n for $p_0 = 0,15$	47

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**RELIABILITY TESTING –
COMPLIANCE TEST PLANS FOR SUCCESS RATIO**

FOREWORD

- 1) The International Electrotechnical Commission (IEC) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of IEC is to promote international co-operation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, IEC publishes International Standards, Technical Specifications, Technical Reports, Publicly Available Specifications (PAS) and Guides (hereafter referred to as “IEC Publication(s)”). Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of IEC on technical matters express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the relevant subjects since each technical committee has representation from all interested IEC National Committees.
- 3) IEC Publications have the form of recommendations for international use and are accepted by IEC National Committees in that sense. While all reasonable efforts are made to ensure that the technical content of IEC Publications is accurate, IEC cannot be held responsible for the way in which they are used or for any misinterpretation by any end user.
- 4) In order to promote international uniformity, IEC National Committees undertake to apply IEC Publications transparently to the maximum extent possible in their national and regional publications. Any divergence between any IEC Publication and the corresponding national or regional publication shall be clearly indicated in the latter.
- 5) IEC itself does not provide any attestation of conformity. Independent certification bodies provide conformity assessment services and, in some areas, access to IEC marks of conformity. IEC is not responsible for any services carried out by independent certification bodies.
- 6) All users should ensure that they have the latest edition of this publication.
- 7) No liability shall attach to IEC or its directors, employees, servants or agents including individual experts and members of its technical committees and IEC National Committees for any personal injury, property damage or other damage of any nature whatsoever, whether direct or indirect, or for costs (including legal fees) and expenses arising out of the publication, use of, or reliance upon, this IEC Publication or any other IEC Publications.
- 8) Attention is drawn to the Normative references cited in this publication. Use of the referenced publications is indispensable for the correct application of this publication.
- 9) Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this IEC Publication may be the subject of patent rights. IEC shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

International Standard IEC 61123 has been prepared by IEC technical committee 56, Dependability.

This second edition cancels and replaces the first edition published in 1991. This edition constitutes a technical revision.

This edition includes the following significant technical changes with respect to the previous edition:

- a) The sequential probability ratio test (SPRT) [1, 2]¹ has been significantly developed in recent years [3, 4, 5]. This edition contains shorter and accurate tests, a wide range of test plans, and significant additional characteristic data, as follows:
 - the tests are significantly truncated (the maximum trial numbers are low) without substantially increasing the expected number of trials to decision (ENT);
 - the true producer's and consumer's risks (α' , β') are given and very close to the nominal (α , β);

¹ Numbers in square brackets refer to the bibliography.

- the range of the test parameters is wide (failure ratio, risks and discrimination ratio);
 - the test plans include various risk ratios (not restricted to equal risks only);
 - the values of ENT are accurate and given in the relevant region (for practical use);
 - guidelines for extension of the test sets (interpolation and extrapolation) are included.
- b) In Annex C, the use of the cumulative binomial distribution function of Excel that simplifies the procedure of designing has been added (Clause C.3).

The text of this International Standard is based on the following documents:

FDIS	Report on voting
56/1852/FDIS	56/1873/RVD

Full information on the voting for the approval of this International Standard can be found in the report on voting indicated in the above table.

This document has been drafted in accordance with the ISO/IEC Directives, Part 2.

The committee has decided that the contents of this document will remain unchanged until the stability date indicated on the IEC website under "<http://webstore.iec.ch>" in the data related to the specific document. At this date, the document will be

- reconfirmed,
- withdrawn,
- replaced by a revised edition, or
- amended.

IMPORTANT – The 'colour inside' logo on the cover page of this publication indicates that it contains colours which are considered to be useful for the correct understanding of its contents. Users should therefore print this document using a colour printer.

INTRODUCTION

A compliance test is an essential part of the reliability assurance system. Reliability is affected by many random factors, so its prediction is not accurate. The direct way to check if the item/system meets its reliability specifications is to perform a compliance test.

The test serves to verify the compliance with the specified probability that an item will perform as required. The outcome of each trial of the test is either success or failure.

The probability of making the correct decision in the test depends on the sample size (number of trials). The tests require a large sample size and, accordingly, a large consumption of funds and time. The consumptions are especially high for reliability testing. For this reason, sampling plans of the tests must be carefully planned in order to reduce the sample size.

This document is dedicated to sampling plans for the tests.

The procedures are based on the assumption that trials of the test are statistically independent and the probability of success, q in them is constant. This document also applies the probability of failure $p = 1 - q$.

The tests are characterized by operating characteristic (OC) and number of trials to decision.

OC is the probability of accepting an item as meeting the requirements. In this document, the OC is represented by the coordinates of its two points (see ISO 3534-2):

- $(p_0, 1 - \alpha)$ are the coordinates of the producer's risk point (PRP);
- (p_1, β) are the coordinates of the consumer's risk point (CRP).

The number of trials to reaching a decision regarding the test is a random value and in this document is usually characterized by its expected (ENT) and maximum (MaxNT) values.

This document contains two types of tests:

- truncated sequential probability ratio test (SPRT);
- fixed trial/failure terminated test (FTFT).

The FTFT is characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance when the termination trials number n_f (MaxNT) has been reached, or the acceptable number of failures c has been exceeded. This test has the smallest n_f among all tests with specified PRP and CRP. When testing objects with $p \leq p_0$, ENT is close to n_f , and for $p > p_0$, ENT decreases significantly. Another advantage of the FTFT is the ability to conduct all trials simultaneously, but ENT increases and becomes equal to n_f .

In the SPRT, the decision is made after each trial: accept or reject compliance, or continue testing. This document contains a truncated SPRT with $\text{MaxNT} = n_t$. This n_t is 1,1 to 1,2 times greater than n_f of the FTFT with the same PRP and CRP. However, the ENT of the SPRT is significantly smaller than that of the corresponding FTFT, and for $p \leq p_0$ it can be 1,4 to 1,8 times smaller. This is a great advantage of the SPRT. If it is necessary to shorten the calendar time of the SPRT, it is possible to run the trials by small portions of n_t , while the OC and ENT will not change significantly.

The planning of the SPRT is quite complicated so this document contains extensive tables with ready-to-use test plans and their characteristics. Tests are listed for $\alpha = \beta$ as well as for $\alpha \neq \beta$. The tables also allow the design of additional tests by simple interpolation and, for small p_0 , by extrapolation.

Some of the tests have a very large sample size, which will probably be used rarely. However, the data allow the user of this document to assess the economic benefit of the OC test requirements and, in general, to assess the advisability of performing the test.

The test is used for reliability testing; for example, to check compliance of the reliability of a non-repairable item for a given time interval (warranty period or designed lifetime). The test makes no assumption on whether the failure rate is constant or non-constant. IEC 61124 assumes a constant failure rate and is more statistically efficient since it takes the accumulated operating time into account.

Clause 4 presents the types of tests and recommendations for their selection. It also discusses the ability to reuse items during the test. Clause 5 explains the parameters of the stopping boundaries and the characteristics of the SPRT (their values are given in Annex D). Clause 6 is devoted to the FTFT, a table with parameters of stopping boundaries and characteristics is given. Annex A is devoted to the SPRT and provides examples of choosing a test by cost-benefit considerations, extension of the test set of Clause 5 by extra- and interpolation.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61123:2019

RELIABILITY TESTING – COMPLIANCE TEST PLANS FOR SUCCESS RATIO

1 Scope

This international standard is intended to define a procedure to verify if a reliability of an item/system complies with the stated requirements. The requirement is assumed to be specified as the percentage of success (success ratio) or the percentage of failures (failure ratio).

This document can be used where a number of items are tested (number of trials performed) and classified as passed or failed. It can also be used where one or a number of items are tested repeatedly. The procedures are based on the assumption that the probability of success or failure is the same from trial to trial (statistically independent events). Plans for fixed trial/failure terminated tests as well as truncated sequential probability ratio tests (SPRTs) are included. This document contains extensive tables with ready-to-use SPRT plans and their characteristics for equal and non-equal risks for supplier and customer.

In the case of the reliability compliance tests for constant failure rate/intensity, IEC 61124 applies.

2 Normative references

The following documents are referred to in the text in such a way that some or all of their content constitutes requirements of this document. For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments) applies.

IEC 60050-192:2015, *International Electrotechnical Vocabulary – Part 192: Dependability* (available at <http://www.electropedia.org>)

IEC 60300-3-5:2001, *Dependability management – Part 3-5: Application guide – Reliability test conditions and statistical test principles*

3 Terms, definitions, abbreviated terms and symbols

3.1 Terms and definitions

For the purposes of this document, the following terms and definitions apply.

ISO and IEC maintain terminological databases for use in standardization at the following addresses:

- IEC Electropedia: available at <http://www.electropedia.org/>
- ISO Online browsing platform: available at <http://www.iso.org/obp>

3.1.1

success ratio

probability that an item will perform as required or that a trial will be successful under stated conditions

Note 1 to entry: An observed success ratio is the ratio of the number of non-faulty items or of successful trials at the completion of testing, to the total number of test items or number of trials.

3.1.2**failure ratio**

probability that an item will fail or that a trial will be unsuccessful under stated conditions

Note 1 to entry: An observed failure ratio is the ratio of the number of faulty items or of unsuccessful trials at the completion of testing, to the total number of test items or number of trials.

3.2 Abbreviated terms and symbols**3.2.1 Abbreviated terms**

AQL	acceptable quality level
CRP	consumer's risk point
ENT	expected number of trials to decision
FTFT	fixed trial/failure terminated test
LQ	limiting quality
MaxNT	maximal number of trials to decision
OC	operating characteristic
PRP	producer's risk point
SPRT	(truncated) sequential probability ratio test (in some literature called probability ratio sequential test (PRST))

3.2.2 Symbols

α	nominal producer's risk (type I risk)
α'	true producer's risk (type I risk)
β	nominal consumer's risk (type II risk)
β'	true consumer's risk (type II risk)
c	acceptable number of failures or unsuccessful events during the test
D	nominal discrimination ratio, $D = p_1 / p_0 = (1 - q_1) / (1 - q_0)$
D'	true discrimination ratio
h_a	intercept value of the accept line on the vertical axis of the SPRT diagram (Figure 2)
h_r	intercept value of the reject line on the vertical axis of the SPRT diagram (Figure 2)
n	number of items, number of trials, number of events, sample size
n_e	ENT
$n_{e,j}$	indexed n_e , where $j = L, 0, M, 1, H$ (which are related to five values of p as in Figure 4)
n_f	number of items, number of trials, number of events, sample size required for acceptance in an FTFT
n_s	accumulated number of trials in a sequential test plan
n_t	number of items, number of trials, number of events, sample size at truncation in an SPRT
p	true failure ratio, $p = 1 - q$
p_0	specified acceptable failure ratio, corresponding to acceptable quality level (AQL)
p_1	unacceptable failure ratio, corresponding to limiting quality (LQ), $p_1 = p_0 D$
P_a	probability of acceptance
q	true success ratio, $q = 1 - p$
q_0	specified acceptable success ratio, $q_0 = 1 - p_0$
q_1	unacceptable success ratio, $q_1 = 1 - p_1$

- r number of relevant failures or relevant unsuccessful events
- r_t number of relevant failures or relevant unsuccessful events at truncation
- s slope of accept and reject lines in the sequential test diagram (see Figure 2)

4 General requirements and area of application

4.1 Reliability requirement

The requirement is assumed to be specified as:

- acceptable success ratio, q_0 or
- acceptable failure ratio, p_0 ($p_0 = 1 - q_0$).

In addition, a fixed time interval must be specified (see 3.1.1 and definition of reliability in IEC 60050-192:2015, 192-05-05).

These test plans are based on the assumption that each trial is statistically independent and that the probability of success (or failure) is constant (do not change from one trial to another), i.e. the binomial distribution assumptions apply. The true producer's and consumer's risks for the fixed trial/failure terminated test plans (Tables E.1 to E.3) differ from the nominal characteristics, α and β , due to the necessary approximations to whole numbers. For the SPRT (Table D.1), the true risks are equal to the nominal (exceptional case – see Note 1 of Table 2).

4.2 Repair and replacement

The test plans given in this document are applicable to reused as well as non-reused (one-shot) items. Reused items may be repaired between successive trials, provided that the state and performance are the same at the start of all trials. For non-reused items, a separate test item (having the same performance) is used for each trial.

4.3 Types of test plans

4.3.1 General

Test plans are given for two types of tests:

- truncated sequential probability ratio test (SPRT);
- fixed trial/failure terminated test (FTFT).

For SPRT see Clause 5. Clause 6 includes ready-to-use FTFT plans. Clause 7 includes guidelines for planning additional FTFTs which are not covered in Clause 6.

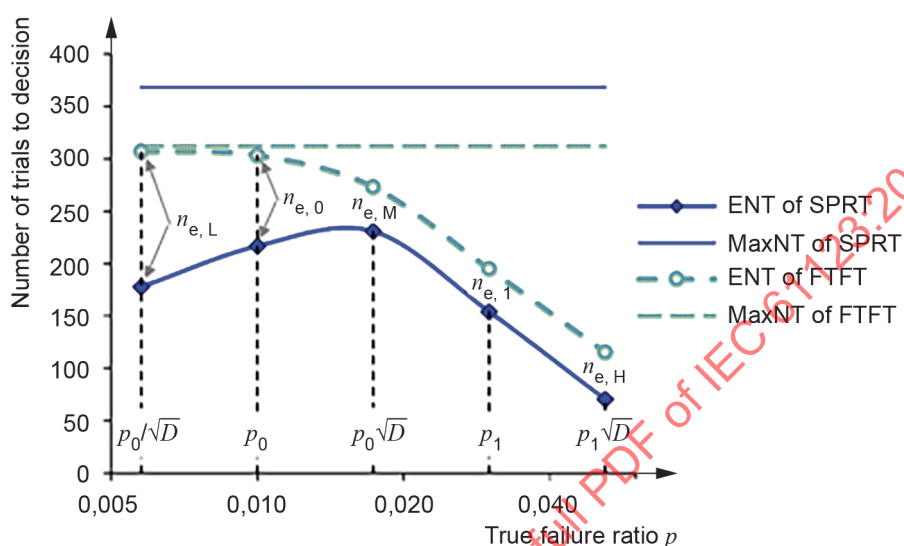
The detailed reliability test specification shall state which type of test and which test plan are to be used. Guidance on the choice of type of test is similar to that given in IEC 60300-3-5 for SPRTs and FTFTs for the case in which the failure rate/intensity is a function of time.

4.3.2 Features of the test plan types

In order to choose between the two types of test for a specified OC, it is necessary to make a comparison between their MaxNT and ENT. A qualitative comparison between SPRT and FTFT is given in the Introduction. In Figure 1 and Table 1, data is given for a quantitative comparison. Table 1 shows some of the ready-to-use test plans available in this document. For each test, two parameters of the number of trials to decision are listed: MaxNT (n_t for SPRT or n_f for FTFT) and point $n_{e,0}$ of ENT (see Figure 1). For the SPRT, for $p \leq p_0$ or $p \geq p_1$, there is a very small probability that the number of trials to decision will reach n_t . ENT of the FTFT, shown in Figure 1, is obtained when the FTFT is conducted sequentially and after each trial a decision is made to stop/continue the test. When all FTFT trials are conducted simultaneously, the

calendar test time is shortened, but the number of trials increases and becomes equal to MaxNT.

In addition to choosing either SPRT or FTFT, Table 1 helps the users choose the relevant area of the desired test characteristics (OC and the number of trials). Table 1 contains only part of the ready-to-use test plans available in this document. Information about all these plans is given in Clause 5 (for SPRT) and in Clause 6 (for FTFT).



IEC

NOTE This figure is drawn for $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha' = \beta' = 0,094$.

Figure 1 – Expected and maximal number of trials for SPRT and FTFT with the same risks

4.4 General test procedure

The test items should be subjected to the number of trials according to the relevant test plan. For reused, replaced or repaired items, the detailed reliability test specifications should preferably state the number of test items as well as the maximum number of trials for each test item.

A trial is defined as the operation or cycle as described in the detailed reliability test specification.

4.5 General decision criteria

All test plans and decision criteria are based on either:

- an acceptable number of relevant failures for a specified number of trials; or
- an acceptable number of trials for a specified number of relevant failures.

The numbers of trials and relevant failures (see IEC 60300-3-5) are counted and compared with the decision criteria of the test plan.

The detailed decision criteria for the two types of test plans are given in 5.2, 6.2 and 7.7, respectively.

Table 1 – Overview – Maximal number of trials and expected number of trials at p_0 for SPRT and FTFT

α	β	Test type	Parameter	$p_0 = 0,001$				$p_0 = 0,01$				$p_0 = 0,1$		
				$D = 1,5$	$D = 2$	$D = 3$	$D = 5$	$D = 1,5$	$D = 2$	$D = 3$	$D = 5$	$D = 1,5$	$D = 2$	$D = 3$
0,05	0,05	SPRT	n_t	63 969	18 687	6 015	2 407	6 316	1 866	601	199	558	158	51
			$n_{e,0}$	30 397	9 268	3 106	1 129	3 004	910	303	112	264	78	25
		FTFT	n_f	53 998	15 703	5 232	–	5 320	1 567	521	–	474	135	41
			$n_{e,0}$	53 848	15 624	5 197	–	5 293	1 553	513	–	460	127	36
0,1	0,1	SPRT	n_t	38 019	11 007	3 814	1 590	3 719	1 103	382	116	331	96	33
			$n_{e,0}$	20 464	6 266	2 038	744	2 035	612	199	75	179	52	18
		FTFT	n_f	32 922	10 061	3 090	–	3 215	945	308	–	288	86	25
			$n_{e,0}$	32 675	9 948	3 029	–	3 183	928	299	–	277	80	22
0,2	0,2	SPRT	n_t	16 092	4 790	1 611	782	1 610	479	162	53	146	43	18*
			$n_{e,0}$	9 786	2 936	963	353	961	288	94	39	83	27	8*
		FTFT	n_f	14 291	4 537	1 426	–	1 428	453	142	–	134	39	14
			$n_{e,0}$	13 927	4 374	1 348	–	1 389	435	133	–	127	35	12
0,3	0,3	SPRT	n_t	6 449	2 050	1 075	388*	643	203	105	34*	31*	13	–
			$n_{e,0}$	3 906	1 159	383	234*	383	114	38	23*	23*	9	–
		FTFT	n_f	5 407	1 807	813	–	540	180	81	–	53	18	8
			$n_{e,0}$	5 041	1 645	751	–	502	163	74	–	48	15	6
0,05	0,1	SPRT	n_t	48 380	13 979	4 667	1 864	4 758	1 401	465	188	461	119	40
			$n_{e,0}$	23 649	7 238	2 356	853	2 344	705	231	82	197	61	18
0,1	0,05	SPRT	n_t	48 776	14 295	4 599	1 727	4 803	1 428	461	169	430	121	38
			$n_{e,0}$	27 707	6 225	2 826	1 026	2 732	829	275	99	239	71	22
0,05	0,2	SPRT	n_t	36 138	10 819	3 321	1 345	3 545	1 015	335	139	316	89	28
			$n_{e,0}$	15 876	4 740	1 602	574	1 565	476	155	55	137	40	12
0,2	0,05	SPRT	n_t	36 660	11 232	3 714	1 437	3 655	1 126	364	150	322	97	40
			$n_{e,0}$	21 997	6 642	2 220	820	2 173	650	218	79	192	56	17

NOTE For FTFT, the values of α and β are approximate. For SPRT, the values of α and β are insignificantly different from nominal, except those marked with asterisks, for which the exact values are indicated in Table D.1.

5 Truncated sequential probability ratio test plans (SPRT)

5.1 Characteristics

Sequential test plans are characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance, or for continuing testing, after any number of trials. They are determined by selected values of risks and discrimination ratio. In order to choose a test plan, the acceptable failure ratio, p_0 has to be specified (or derived).

Associated operating characteristic curves and values of the expected relevant number of trials to decision are included.

Table D.1 presents the appropriate test plans for various p_0 , D , α' and β' . The table contains parameter values of h_a , h_r , s , n_t , r_t (Figure 2) and n_e (on 5 points, Figure 4) for each test plan.

NOTE n_t and r_t (that determine the truncation) were chosen as small as possible without significantly increasing the ENT [3, 4].

The range of the test parameters in Table D.1 are as in Table 2:

Table 2 – Range of the test parameters

p_0	0,001 0,002 0,005 0,01 0,02 0,05 0,1 0,2																
D	1,5 1,75 2 3 5																
α	0,025			0,05				0,1					0,2		0,3	0,4	
β	0,025	0,05	0,1	0,025	0,05	0,1	0,2	0,025	0,05	0,1	0,2	0,4	0,05	0,1	0,2	0,3	0,1
NOTE 1 For a few short tests, mainly for $D = 5$ and α and $\beta = 0,3$, the deviation from the nominal risks is significant because of the discreteness of the tests, and no suitable test is available.																	
NOTE 2 Extension of test sets is available, see Clause A.2 and [3, 4, 5].																	

5.2 Decision criteria

The decision criteria are as follows:

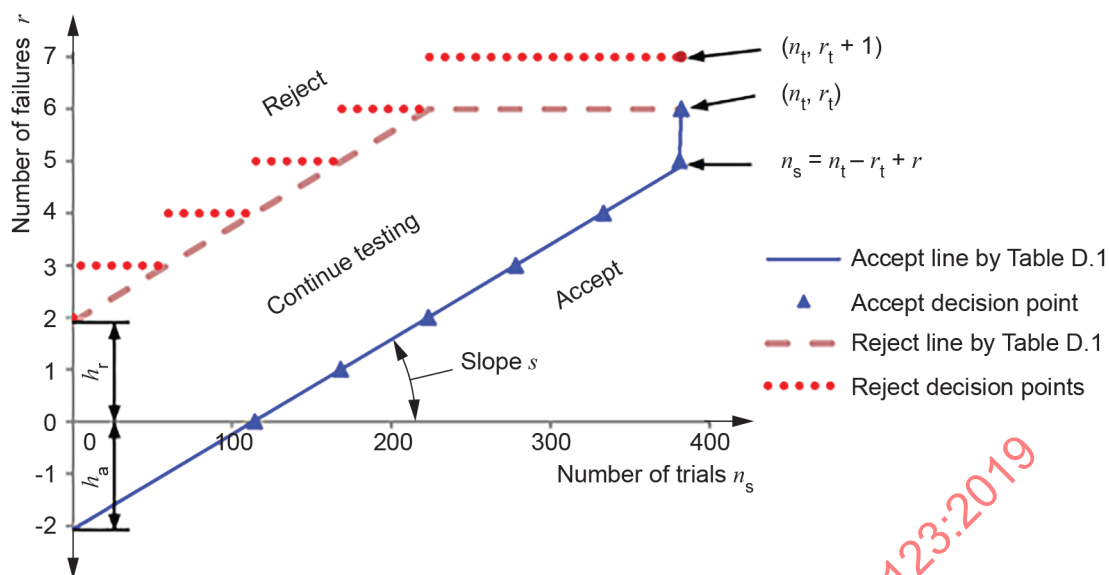
- accept if $sn_s - h_a \geq r$;
- continue if $sn_s - h_a < r < sn_s + h_r$;
- reject if $r \geq sn_s + h_r$.

The SPRT shall be truncated at lines based on the values n_t , r_t given in Table D.1 .

The truncation gives rise to the following additional criteria:

- accept if $n_s = n_t - r_t + r$ and $r < r_t$;
- reject if $r > r_t$.

The accumulated results are checked against the criteria after each trial and a decision is made whether to accept, continue or reject.



IEC

NOTE This figure is drawn for $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha' = \beta' = 0,100$.

Figure 2 – SPRT diagram

5.3 Operating characteristic curve (OC)

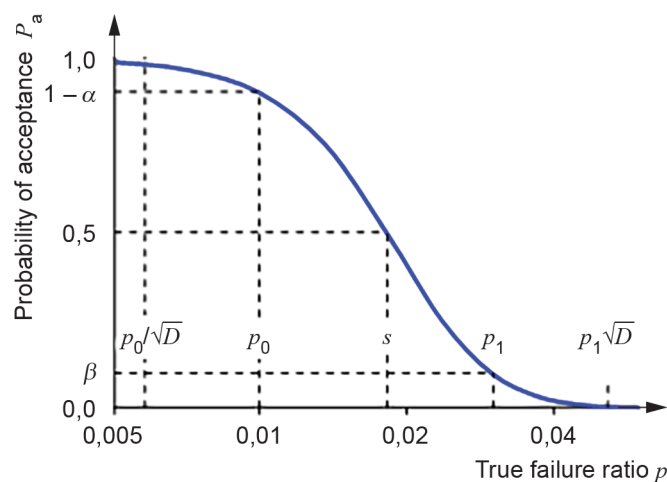
For any of the truncated sequential tests, the following approximate points on the operating characteristic curve are given in Table 3 and Figure 3:

Table 3 – OC curve

p	P_a
$p_0/\sqrt{D}$	~ 1
p_0	$1 - \alpha$
s	$\frac{\ln(1 - \beta) - \ln \alpha}{\ln(1 - \beta) - \ln \alpha - \ln \beta + \ln(1 - \alpha)}$
p_1	β
$p_1\sqrt{D}$	~ 0

NOTE For $\alpha = \beta$ case, $P_a(s) = 0,5$.

In addition, the methodology for detailed calculation of the OC by Wald [1] is described in [3, Subsection 2.2] and in [4, Appendix A].



NOTE This figure is drawn for $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha' = \beta' = 0,100$.

Figure 3 – OC curve

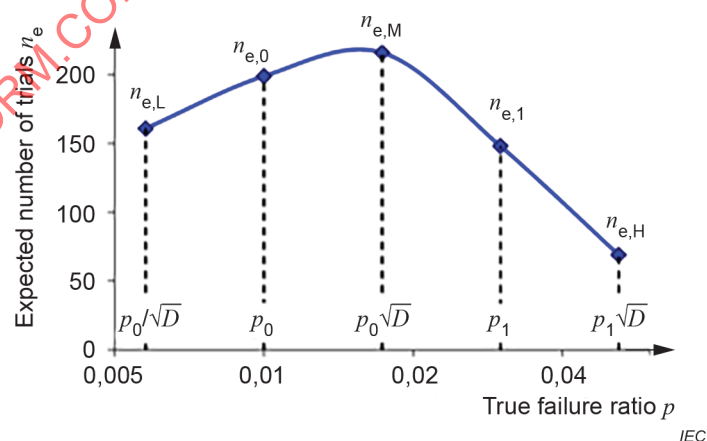
5.4 Expected number of trials to decision (ENT)

For any of the truncated sequential test plans in Table D.1 the ENT curve is defined via 5 points ($n_{e,j}$) versus the true failure ratio (p), and according to Table 4 and Figure 4:

Table 4 – ENT (n_e) versus true failure ratio (p)

p	$p_0/\sqrt{D}$	p_0	$p_0\sqrt{D}$	$p_1 = p_0D$	$p_1\sqrt{D}$
$n_{e,j}$	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$

NOTE $j = L, 0, M, 1, H$ (see Figure 4).



NOTE This figure is drawn for $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha' = \beta' = 0,100$.

Figure 4 – SPRT – Curve of expected number of trials to decision (ENT)

6 Fixed trial/failure terminated test plans (FTFT)

6.1 Characteristics

Trial/failure terminated test plans are characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance when the termination number of trial has been reached or the acceptable number of relevant failures has been exceeded. The test plans are determined by selected values of risks and discrimination ratio. To implement a test plan, the acceptable failure ratio, p_0 has to be specified (or derived).

Table 5 presents appropriate test plans for various values of the specified p_0 , D , α and β .

Associated OC curves and the exact values of α' and β' can be calculated using the methodology given in C.3.4.

6.2 Decision criteria

The decision criteria are as follows:

- accept if $r \leq c$ at $n = n_f$;
- reject if $r > c$ at $n \leq n_f$.

EXAMPLE:

$p_0 = 0,01$; $D = 3,0$ ($p_1 = 0,03$); $\alpha = \beta = 10\%$. From Table 5 a number of trials $n_f = 308$ would be required and an accept decision is made if $r \leq 5$.

NOTE The curves of Annex E (Figures E.1 to E.3) are useful in giving an overview of the characteristics of the different test plans.

Table 5 – Fixed trial/failure terminated test plans

q_0	p_0	D	$\alpha = \beta = 5\%$		$\alpha = \beta = 10\%$		$\alpha = \beta = 20\%$		$\alpha = \beta = 30\%$	
			n_f	c	n_f	c	n_f	c	n_f	c
0,999 5	0,000 5	1,5	108 002	66	65 849	40	28 584	17	10 814	6
		1,75	51 726	34	32 207	21	14 306	9	5 442	3
		2	31 410	22	20 125	14	9 074	6	3 615	2
		3	10 467	9	6 181	5	2 852	2	1 626	1
0,999	0,001	1,5	53 998	66	32 922	40	14 291	17	5 407	6
		1,75	25 861	34	16 102	21	7 152	9	2 721	3
		2	15 703	22	10 061	14	4 537	6	1 807	2
		3	5 232	9	3 090	5	1 426	2	813	1
0,995	0,005	1,5	10 647	65	6 581	40	2 857	17	1 081	6
		1,75	5 168	34	3 218	21	1 429	9	544	3
		2	3 137	22	1 893	13	906	6	361	2
		3	1 044	9	617	5	285	2	162	1
0,99	0,01	1,5	5 320	65	3 215	39	1 428	17	540	6
		1,75	2 581	34	1 607	21	714	9	272	3
		2	1 567	22	945	13	453	6	180	2
		3	521	9	308	5	142	2	81	1
0,98	0,02	1,5	2 620	64	1 605	39	713	17	270	6
		1,75	1 288	34	770	20	356	9	136	3
		2	781	22	471	13	226	6	90	2
		3	259	9	153	5	71	2	40	1
0,97	0,03	1,5	1 720	63	1 044	38	450	16	180	6
		1,75	835	33	512	20	237	9	90	3
		2	519	22	313	13	150	6	60	2
		3	158	8	101	5	47	2	27	1
0,96	0,04	1,5	1 288	63	782	38	337	16	135	6
		1,75	625	33	383	20	161	8	68	3
		2	374	21	234	13	98	5	45	2
		3	117	8	76	5	35	2	20	1

q_0	p_0	D	$\alpha = \beta = 5 \%$		$\alpha = \beta = 10 \%$		$\alpha = \beta = 20 \%$		$\alpha = \beta = 30 \%$	
			n_f	c	n_f	c	n_f	c	n_f	c
0,95	0,05	1,5	1 014	62	610	37	269	16	108	6
		1,75	486	32	306	20	129	8	54	3
		2	298	21	187	13	78	5	36	2
		3	93	8	60	5	28	2	16	1
0,94	0,06	1,5	832	61	508	37	224	16	90	6
		1,75	404	32	244	19	107	8	45	3
		2	248	21	155	13	65	5	30	2
		3	77	8	50	5	23	2	13	1
0,93	0,07	1,5	702	60	424	36	192	16	77	6
		1,75	336	31	208	19	92	8	38	3
		2	203	20	125	12	55	5	25	2
		3	66	8	42	5	20	2	11	1
0,92	0,08	1,5	613	60	371	36	168	16	67	6
		1,75	294	31	182	19	80	8	34	3
		2	177	20	109	12	48	5	22	2
		3	57	8	37	5	17	2	10	1
0,91	0,09	1,5	536	59	329	36	149	16	60	6
		1,75	253	30	154	18	71	8	30	3
		2	157	20	96	12	43	5	20	2
		3	51	8	33	5	15	2	9	1
0,9	0,1	1,5	474	58	288	35	134	16	53	6
		1,75	227	30	138	18	64	8	27	3
		2	135	19	86	12	39	5	18	2
		3	41	7	25	4	14	2	8	1
0,85	0,15	1,5	294	54	181	33	79	14	35	6
		1,75	141	28	87	17	42	8	18	3
		2	85	18	53	11	21	4	12	2
		3	26	7	16	4	9	2	5	1
0,8	0,2	1,5	204	50	127	31	55	13	26	6
		1,75	98	26	61	16	28	7	13	3
		2	60	17	36	10	19	5	9	2
		3	17	6	9	3	4	1	4	1

7 Design of fixed trial/failure terminated test plans

7.1 Characteristics

Trial or failure terminated test plans are characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance when the stated number of trials has been reached or the acceptable number of relevant failures has been exceeded. The purpose-designed test plans are determined by selected values of risks and the chosen number of trials. The derived discrimination ratio is used to evaluate the test plan.

The procedures of this clause can also be used when a pre-determined calendar test time is adopted and the total number of events is determined.

7.2 Approach

The procedures given in this clause allow the user to select the test or calendar time during which the total number of trials or events occurs, in order to meet particular needs regarding for example economy, resources, administration or time scheduling.

It is assumed that the total number of trials or events is proportional to the total time of test and is predictable. Thus this clause should enable the user easily to make flexible test plans utilizing all available data during the test period by:

- designing and evaluating a preliminary test plan based on the predicted number of events;
- tailoring and evaluating the final test plan after termination of the test;
- estimating the number of events required to suit given characteristics of the test plan, such as discrimination ratio and risks.

The final test plan is conditional on the resulting number of events, n . The procedure is based on the assumption, however, that n is fixed ("inverse sampling").

7.3 Common case

The test plan parameters are usually specified as:

- number of test items or events, n ;
- nominal producer's risk, α ;
- nominal consumer's risk, β ($= \alpha$), (for $\alpha \neq \beta$ refer to C.3.2);
- a maximum value of the discrimination ratio, D , if necessary.

On the basis of these parameters the unknown parameters:

- actual discrimination ratio, D ;
- acceptable number of failures, c ;

are derived by means of the procedure given in 7.6.

7.4 Other cases

In many practical cases the number of events, n , is not known. In such cases a preliminary test plan is designed with a predicted (or assumed) n . From this plan it is then judged whether a reasonable D can be obtained and whether the plan is otherwise suitable.

If the plan is not suitable, for example if $D > 5$, then the number of events, n , shall be increased sufficiently. This may be done by extending the calendar test time, thus increasing the number of events. The calculations are then repeated, possibly with other test plan parameters modified and new judgments made until the conditions are fulfilled.

7.5 Example of application

Typical applications of Clause 7 are the evaluation of success ratio/failure ratio/percent defective (non-conforming) when the test plans in Clauses 5 or 6 are for any reason not applicable.

In cases where other combinations of test plan parameters are specified primarily, the procedure is modified accordingly. These cases are discussed in 7.6 and examples presented in Annex B.

Mathematical procedures and formulas for the figures and tables are given in Annex C.

7.6 Procedure to determine D and c or n and c

7.6.1 Figure and table readings

The figures and tables are given in Annex E. Figure 5 shows the principal layout of Tables E.1 to E.3.

The figures and tables are based on the following fixed parameter values:

Figure E.1 $p_0 = 0,05$ ($q_0 = 0,95$)

Figure E.2 $p_0 = 0,10$ ($q_0 = 0,90$)

Figure E.3 $p_0 = 0,15$ ($q_0 = 0,85$)

In all figures and tables:

$$\alpha = \beta: 1\%, 2,5\%, 5\%, 10\%, 15\%, 20\%$$

NOTE 1 The risk values are nominal.

The figures show approximate D values in the range 1 ... 5 versus n in the range 1 ... 500 (log scale).

NOTE 2 For $n > 20$ the approximation is fair to good. The accuracy is discussed in Annex C.

The tables show exact c values versus n in the range 1 ... 300.

NOTE 3 The risks α' and β' can be derived using Formula (C.1) or Formula (C.2).

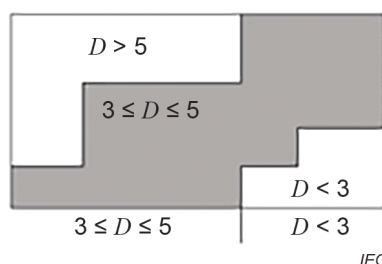


Figure 5 – Principal layout of Tables E.1 to E.3

7.6.2 Use of figures and tables

For specified p_0 the figures may be used in two ways:

- a) Read D for given n and for $\alpha = \beta$.

Purpose: to judge by means of D whether the test plan is acceptable and fulfils all requirements.

- b) Read n for given D and for $\alpha = \beta$.

Purpose: to estimate the sample size, such as the number of test items or the calendar test time (if n is proportional to this time).

The tables are always used to find the acceptable number of failures c for given or derived n and given $\alpha = \beta$ for the compliance test plan.

7.7 Decision criteria

The acceptable number of failures, c , as determined, is compared with the observed number of relevant failures (or unsuccessful events), r , during the test.

The decision criteria are as follows:

- accept if $r \leq c$ at $n = n_f$,
- reject if $r > c$ at $n \leq n_f$.

Annex A (informative)

Additional information on sequential test plans

A.1 Example

In order to reduce the test cost, it is necessary to minimize both the number of trials at truncation (n_t) and the ENT (n_e). Table D.1 provides all the necessary data to choose a test by cost-benefit considerations (p_0 , D , s , α , β , n_t , $n_{e,j}$).

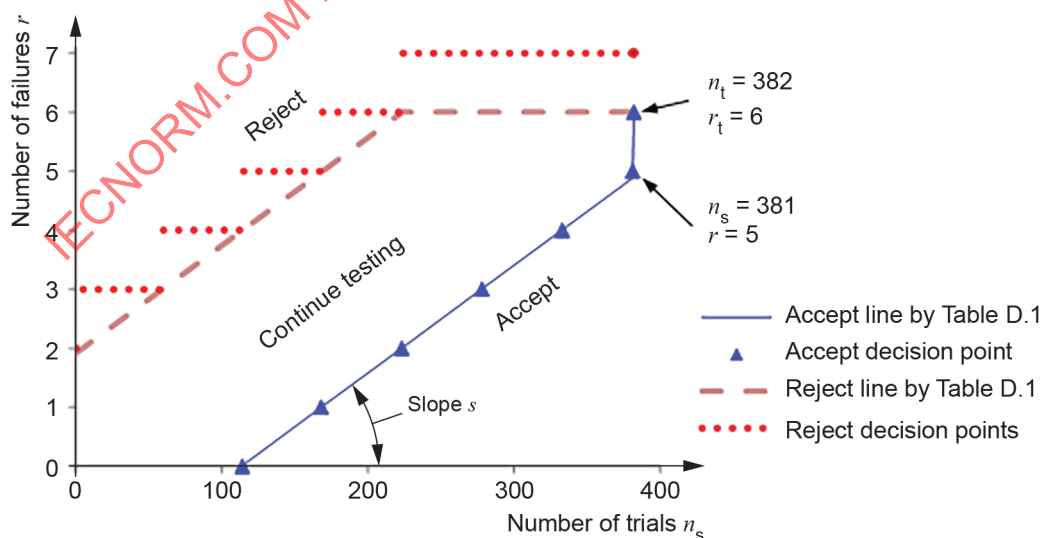
The reliability specifications determine the desired test parameter as in the following example:

$p_0 = 0,01$, $D = 2$ ($p_1 = 0,02$), $\alpha = \beta = 0,05$. This test requires (see Table D.1) $n_t = 1866$ and $n_{e,0} = 910$, that is both costly and time consuming for the user. It is possible to compromise with the test discrimination ratio and risks and to use a shorter and “cheaper” test:

$p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha = \beta = 0,1$. This test requires (see Table D.1) $n_t = 382$ and $n_{e,0} = 199$.

The cheaper test requires less trials at the maximum ($n_t = 382$ versus 1 866) and on the average (see $n_{e,j}$ in Table D.1 and Figure 4). In this test, the product with a higher percentage of non-complying items can be accepted ($p_1 = 0,03$). In this test, there are also higher α and β (the risks are that a complying product will be rejected and that a non-complying product will be accepted).

Table D.1 provides all the necessary data to construct the test's boundaries (h_a , h_r , s , n_t , r_t). The test boundaries (Figure 2) are in accordance with the decision criteria (see 8.2). The boundaries for this example are shown in Figure A.1. The accumulated results are checked after each trial and a decision is made when crossing over one of the boundaries.



IEC

NOTE $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha = \beta = 0,100$.

Figure A.1 – Example of a truncated sequential test

A.2 Extension of the test set (through interpolation and extrapolation)

A.2.1 General

If a test plan is needed which is not included in Table D.1, its planning is possible according to the following.

A.2.2 Extrapolation for $p_0 < 0,001$

For these cases, the test parameters can be evaluated by the reference test plan of $p_0 = 0,001$ (in Table D.1) with the same D , α and β , according to the following:

$$k = (0,001/p_0)$$

$$h_a, h_r, r_t - \text{unchanged}$$

$$s = s_{0,001}/k, \text{ or by direct calculation:}$$

$$s = \frac{\ln((1-p_0D)/(1-p_0))}{\ln((1-p_0)/(1-p_0D)) + \ln D} \quad (\text{A.1})$$

$$n_t = (n_{t, 0,001} - r_t) \times k + r_t$$

$$n_{e,j} = n_{e,j, 0,001} \times k$$

where the index $_{0,001}$ means that the parameters are from Table D.1 for $p_0 = 0,001$.

The high accuracy of this method, expressed as the relative error of α' and β' , is less than 1,5 % and for n_e is less than 0,2 %.

A.2.3 Interpolation

A.2.3.1 General

General formula for linear interpolation:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 \quad (\text{A.2})$$

A.2.3.2 Interpolation by α and β

For every p_0 , D , and α/β ratio available in Table D.1, it is possible to calculate the test for any α and β . It is performed by linear interpolation of the required parameters in $\ln \alpha$. The value of s is unchanged.

The parameters h_a , h_r , n_t , r_t and $n_{e,j}$, are calculated by Formula (A.2)

where: $x_1 = \ln \alpha_1$, $x_2 = \ln \alpha_2$, $x = \ln \alpha_x$;

α_1 , α_2 are the α values of the referenced test pair from Table D.1;

α_x is the α value of the designed test;

y , y_1 , y_2 are the parameter values of the designed test and the reference test pair respectively.

Example of calculation of a test: $p_0 = 0,01$, $D = 2$, $\alpha = 0,15$, $\alpha/\beta = 2$ (nominal values):

$$h_{a,x} = \frac{h_{a,2} - h_{a,1}}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + h_{a,1}$$

$$h_{a,x} = \frac{-3,418 - (-4,563)}{\ln 0,2 - \ln 0,1} (\ln 0,15 - \ln 0,1) + (-4,563) = -3,893$$

$$r_{t,x} = \frac{r_{t,2} - r_{t,1}}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + r_{t,1}$$

$$r_{t,x} = \frac{9 - 19}{\ln 0,2 - \ln 0,1} (\ln 0,15 - \ln 0,1) + 19 = 13,15 \approx 13$$

All other test parameters and characteristics should be calculated according to the same method. Table A.1 contains all the tests in question and demonstrates the high accuracy of the method.

A.2.3.3 Interpolation by p_0

For every D , α , β , available in Table D.1 it is possible to calculate the test for $0,001 < p_0 < 0,1$. It is performed by interpolation of the required parameters: h_a , h_r , n_t , r_t and $n_{e,j}$. The value of s is calculated by Formula (A.1).

The parameters r_t , h_a , h_r are calculated by Formula (A.2)

where: $x_1 = p_{0,1}$, $x_2 = p_{0,2}$, $x = p_{0,x}$;

$p_{0,1}$, $p_{0,2}$ are the p_0 values of the reference tests pair from Table D.1 closest to the designed test;

$p_{0,x}$ is the p_0 of the designed test;

y , y_1 , y_2 are the parameter values of the designed test and the reference tests pair respectively.

The parameters n_t and $n_{e,j}$ are calculated by Formula (A.2)

where: $x_1 = \ln p_{0,1}$, $x_2 = \ln p_{0,2}$, $x = \ln p_{0,x}$;

y , y_1 , y_2 are the $\ln n_t$ or $\ln n_{e,j}$ of the designed and reference tests respectively (for example, the setting for calculating n_t is: $y_1 = \ln n_{t,1}$, $y_2 = \ln n_{t,2}$, $y = \ln n_{t,x}$).

This method permits calculation of test sets with sufficient accuracy for practical needs.

A.2.3.4 Mixed parameter interpolation

A method for planning tests with a mixed parameter interpolation (for other p_0 , D , α/β combinations) is available in [3, 4].

Table A.1 – Example for interpolation by α and β

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$	
0,01	$D = 2,0 \quad s = 0,01444$	0,100	0,050	-4,563	3,607	1 428	19	609	829	925	593	286	First reference test
		0,200	0,100	-3,418	2,574	724	9	422	489	482	354	205	Second reference test
		0,150*	0,075*	-3,893	3,003	1 016	13	500	630	666	453	239	Interpolated designed test
		0,154	0,072	-3,893	3,003	1 016	13	505	633	657	455	240	Exact value
		-2,6	4,2	---	---	---	---	-1	-0,5	1	-0,4	-0,4	Relative error of interpolated test, %
NOTE * denotes the target value.													

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61123:2019

Annex B (informative)

Design of fixed trial/failure terminated test plans – Examples

NOTE Annex B is related to Clause 7.

B.1 Use of figures and tables

Specified parameters: $p_0 = 0,05$; $\alpha = \beta = 20\%$;

$n = 77$ items available.

Parameters to be derived: D and c .

In Figure E.1, for $n = 77$ and $\alpha = \beta = 20\%$, $D = 2,0$ is obtained and, in Table E.1, $c = 5$ is found.

B.2 Case where number of events, n , is not known, but is predictable

The specified requirement is that the 90 % fractile of repair time shall not exceed 3 h. The producer wishes $\alpha = 10\%$. The consumer wishes the unacceptable fractile of repair time to be greater than 75 % and $\beta = 10\%$. Predicted number of repairs = 50 per year. Preliminary calendar test time = 0,5 year. This can be expressed in the form:

Specified: $q_0 = 0,90$; $q_1 = 0,75$; $\alpha = \beta = 10\%$;

hence: $p_0 = 1 - q_0 = 0,10$; $D \leq (1 - 0,75) / (1 - 0,90) = 2,5$;

initially $n = 0,5 \times 50 = 25$.

To be derived: Actual nominal D , evaluation of a preliminary test plan and a new plan.

Step 1:

In Figure E.2 for $n = 25$ and $\alpha = \beta = 10\%$, $D = 3$ is obtained, which is too high. Conclusion: n should be increased by increasing the calendar test time.

Step 2:

D is tentatively put to the maximum value, i.e. $D = 2,5$ and a value of $n = 40$ is read in Figure E.2. This may be obtained by increasing the calendar test time to $40/50 = 0,8$ year, increased to 1 year to be safe.

Step 3:

A decision has to be made as to whether the test shall be terminated when 40 repairs have been obtained or the calendar test time shall be fixed as 1 year. Then proceed to Step 4a or to Step 4b, respectively.

Step 4a:

If $n = 40$ is chosen, then according to Table E.2, c is determined to $c = 6$ with $D = 2,5$. This is the final test plan, no need to follow the next design steps.

Step 4b:

Usually, however, other reliability measures are to be evaluated at the same calendar test time. In such cases it is generally advantageous to keep to a fixed calendar test time, in this case 1 year. Then proceed to Steps 5 and 6.

Step 5:

The test is performed with a calendar test time = 1 year, during which $n = 44$ repairs were observed.

Step 6:

Values now specified: $p_0 = 0,1$; $\alpha = \beta = 10\%$ as before; $n = 44$.

Values to be derived: Actual D and c .

In Figure E.2 for $n = 44$ and $\alpha = \beta = 10\%$, $D = 2,4$ is obtained and, in Table E.2, $c = 7$ is found. This is the final test plan. All available data have been utilized.

This method should only be used if the duration of each repair is not available. Calculation based on repair times is more statistically efficient.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61123:2019

Annex C (informative)

Design of fixed trial/failure terminated test plans – Mathematical procedures and formulas

C.1 General

The procedures and formulas in Annex C may be used to compute the test plan parameters instead of reading the values from the figures and tables.

Furthermore, test plan parameters for other values of p_0 and $\alpha = \beta$ than those indicated may be computed. In addition, formulas, both exact and approximate, will be given for OC curves.

C.2 Symbols

All symbols in Clause 3 also apply to this annex and the following additional symbols are used:

$\Phi(u)$	cumulative normal distribution;
u_γ	γ fractile of the cumulative normal distribution, $\gamma \equiv \Phi(u_\gamma)$;
$f(i, n, p)$	probability density function of the binomial distribution (the probability of observing exactly i failures);
$F(c, n, p)$	cumulative binomial distribution (the probability of observing c failures or less).

$$f(i, n, p) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}, \quad \binom{n}{i} = n! / [(n-i)! i!],$$

$$F(c, n, p) = \sum_{i=0}^c f(i, n, p) = \sum_{i=0}^c \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (\text{C.1})$$

NOTE In this annex probabilities are in general not given as percentages.

Formula (C.1) can be easily calculated in Excel by the BINOM.DIST function as follows:

$$F(c, n, p) = \text{BINOM.DIST}(c, n, p, \text{TRUE}). \quad (\text{C.2})$$

C.3 Computation

C.3.1 Determination of D versus n

This case relates to Figures E.1 to E.3.

Specified parameters: $p_0, n, \alpha = \beta$.

Parameters to be derived: D .

Procedure:

Compute the D value by the approximate formula:

$$D = D(p_0, \alpha, n) = \left\{ \sin^2 \left[\arcsin(\sqrt{p_0}) + u/\sqrt{n} \right] \right\} / p_0 \quad (\text{C.3})$$

where $u = u_{1-\alpha}$ may be taken from Table C.1 or Table C.2, or calculated in Excel by the NORM.S.INV($1 - \alpha$) function.

NOTE The graphs in Figures E.1 to E.3 are computed from Formula (C.3).

C.3.2 Determination of n and c versus p_0 , D , α , β

In this case α and β can be different.

Specified parameters: p_0 , D , α , β .

Parameters to be derived: n , c .

Procedure:

Step 1:

If n is given, go to Step 2. Otherwise, compute the initial value of n by the approximate formula:

$$n = \left[\frac{u_\alpha + u_\beta}{2 \arcsin(\sqrt{1-p_0}) - 2 \arcsin(\sqrt{1-p_0 D})} \right]^2 \quad (\text{C.4})$$

Step 2:

Find the initial value of c in Excel by:

$$c = \text{BINOM.INV}(n, p_0, 1 - \alpha), \quad (\text{C.5})$$

or compute the c by the approximate formula (for $n > 20$):

$$c = c(p_0, \alpha, n) = n \sin^2 \left[\arcsin(\sqrt{p_0}) + u / (2\sqrt{n}) \right] - 0,5 \quad (\text{C.6})$$

where $u = u_{1-\alpha}$ may be taken from Table C.2, or calculated in Excel by the NORM.S.INV($1 - \alpha$) function.

c is rounded to the nearest integer.

Step 3:

Using c , found in Step 2, find an integer n that gives α' and β' values in reasonable agreement with the specified α and β values.

NOTE 1 The true risks α' and β' can be found from $\alpha' = 1 - F(c, n, p_0)$ and $\beta' = F(c, n, p_1)$ using Formula (C.2) or Formula (C.1).

Step 4:

If α' and β' are smaller than the specified α and β try $c = c - 1$ and return to Step 3.

If there are no α' and β' smaller than the specified α and β take $c = c + 1$ and return to Step 3.

NOTE 2 The figures in Tables E.1 to E.3 are computed according to this subclause.

C.3.3 Test without failures – Determination of n and D versus p_0 , α , β

In this case $c = 0$.

α and β can be different.

Specified parameters: $c = 0$, p_0 , α , β .

Parameters to be derived: n , D .

Procedure:

Step 1:

Compute the n by the formula:

$$n = \ln(1 - \alpha) / \ln(1 - p_0), \quad (\text{C.7})$$

Step 2:

Compute the D by the formula:

$$D = \left\{ 1 - \exp \left[\ln \beta \ln(1 - p_0) / \ln(1 - \alpha) \right] \right\} / p_0, \quad (\text{C.8})$$

or compute the D by the approximate formula:

$$D \approx (1 - \beta^{p_0/\alpha}) / p_0, \quad (\text{C.9})$$

NOTE The true risks α' and β' can be found from $\alpha' = 1 - F(c, n, p_0)$ and $\beta' = F(c, n, p_1)$ using Formula (C.2) or Formula (C.1).

EXAMPLE

Specified: $p_0 = 0,001$; $\alpha = \beta = 10 \%$.

Derived: $n = (105,3)$ rounded = 105 from Formula (C.7); $D = 21,6$ from Formula (C.8); or $D = 22,7$ from Formula (C.9).

C.3.4 Determination of OC curves

Specified parameters: n, c , range of p .

Parameters to be derived: probability of acceptance P_a versus p , where $P_a = F(c, n, p)$.

Procedure:

Compute F for a suitable range of values of p (for example from p_0/D to $p_1 \cdot D$) using Formula (C.2), or Formula (C.1).

NOTE The true risks α' and β' can be found from $\alpha' = 1 - F(p_0)$ and $\beta' = F(p_1)$.

C.3.5 Determination of inverse OC curves

Specified parameters: n, c , range of P_a .

Parameters to be derived: p versus probability of acceptance P_a .

Procedure:

Step 1:

Compute table values $P_a = F(c, n, p)$ versus p for a suitable range of P_a (e.g. $0,001 \leq P_a \leq 0,999$) according to C.3.4.

Step 2:

Based on the table, plot curve p versus P_a (the inverse OC curve).

Step 3:

Compute the accurate values of p_0 and p_1 as the roots of the equations:

$$F(c, n, p_0) - (1 - \alpha) = 0 \quad \text{and} \quad F(c, n, p_1) - \beta = 0 \quad (\text{C.10})$$

NOTE The roots can be found from the graphs of the OC curve (from C.3.4 or C.3.5) or using the add-in program Solver of Excel.

C.4 Accuracy

For $n > 20$ the accuracy of the approximate formulas is fair to good. In the following examples the approximate and true values may be compared. Regarding discrete functions, such as the binomial distribution, it should be noted that no nominal value is generally true, because both n and c have to be integers.

EXAMPLE 1

Table 5:

Specified: $p_0 = 0,15$; $\alpha = \beta = 10\%$; $D = 3$.

Derived: $n = 16$; $c = 4$; $\alpha' = 7,91\%$ for $p_0 = 0,15$; $\beta' = 8,53\%$ for $p_1 = 3 \times 0,15$.

Annex B:

Specified: $p_0 = 0,15$; $\alpha = \beta = 10 \%$; $n = 16$.

Derived: $c = (3,98)$ rounded = 4 from Formula (C.6); $D = 2,89$ from Formula (C.3); $\alpha' = 7,91\%$; $D' = 3,03$ for β'
 $= \alpha'$.

EXAMPLE 2

Table 5:

Specified: $p_0 = 0,10$; $\alpha = \beta = 10\%$; $D = 3$.

Derived: $n = 25$; $c = 4$; $\alpha' = 9,80 \%$ for $p_0 = 0,10$; $\beta' = 9,05 \%$ for $p_1 = 3 \times 0,10$.

Annex B:

Specified: $p_0 = 0,10$; $\alpha = \beta = 10\%$; $n = 25$.

Derived: $c = (4,23)$ rounded = 4 from Formula (C.6); $D = 2,99$ from Formula (C.3); $\alpha' = 9,80\%$; $D' = 2,96$ for β'
 $= \alpha'$.

EXAMPLE 3

Table 5:

Specified: $p_0 = 0,10$; $\alpha = \beta = 10\%$; $D = 2,5$.

Derived: $n = 40$; $c = 6$; $\alpha' = 9,95 \%$ for $p_0 = 0,10$; $\beta' = 9,62 \%$ for $p_1 = 2,5 \times 0,10$.

Annex B:

Specified: $p_0 = 0,10$; $\alpha = \beta = 10\%$; $n = 40$

Derived: $c = (6,24)$ rounded = 6 from Formula (C.6); $D = 2,51$ from Formula (C.3); $\alpha' = 9,95\%$; $D' = 2,49$ for β'
 $= \alpha'$

C.5 Tables of cumulative normal distribution and its Inverse

Table C.1 – Cumulative normal distribution for fixed u_γ values

u_γ	2,5	2,0	1,5	1,25	1,0	0,5	0,0
$\Phi(u_\gamma) = \gamma$	0,993 8	0,977 3	0,933 2	0,894 4	0,841 3	0,691 5	0,500 0
$1 - \gamma$	0,006 2	0,022 7	0,066 8	0,105 6	0,158 7	0,308 6	0,500 0

Observe that $u_\gamma = -u_{1-\gamma}$.

Table C.2 – Inverse cumulative normal distribution for fixed $1 - \gamma$ values

$1 - \gamma$	0,01	0,025	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30
$\gamma = \Phi(u_\gamma)$	0,99	0,975	0,95	0,90	0,85	0,80	0,70
u_γ	2,326	1,960	1,645	1,282	1,036 4	0,841 6	0,524 4

Extended data of normal and inverse normal distribution may be found in digital tools, including Excel, in statistical textbooks or handbooks, for example: “ABRAMOVITZ, M. and STEGUN, I.A., *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1964. Dover Publications Inc. New York 1974”.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61123:2019

Annex D
(normative)

Truncated sequential test plans

Table D.1 – Truncated sequential test plans

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61123:2019

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$
0,001	$D = 1,5$	0,025	0,025	-10,300	10,293	85 057	104	24 701	41 091	60 182	36 823	17 625
		0,025	0,050	-8,278	9,884	74 263	92	19 844	32 793	49 392	33 962	16 925
		0,025	0,100	-6,311	9,414	62 712	79	15 116	24 718	38 048	29 997	16 049
		0,050	0,025	-9,910	8,234	74 842	90	23 712	38 003	49 801	29 467	14 215
		0,050	0,050	-8,038	7,904	63 969	78	19 207	30 397	40 709	27 044	13 644
		0,050	0,100	-6,451	8,034	48 380	60	15 372	23 649	31 757	24 782	13 756
		0,050	0,200	-4,490	7,403	36 138	46	10 629	15 876	21 497	19 394	12 312
		0,100	0,025	-9,531	6,182	63 662	75	22 591	33 861	38 685	22 165	10 814
		0,100	0,050	-8,044	6,443	48 776	58	19 014	27 707	32 090	21 400	11 210
		0,100	0,100	-6,155	6,083	38 019	46	14 426	20 464	24 183	18 328	10 493
		0,100	0,200	-4,465	5,943	24 971	31	10 232	13 785	16 344	14 445	9 753
		0,100	0,400	-2,471	5,091	13 069	17	5 307	6 660	7 820	7 932	6 727
		0,200	0,050	-7,524	4,425	36 660	42	17 051	21 997	22 012	14 448	7 845
		0,200	0,100	-5,986	4,531	25 075	29	13 196	16 278	16 660	12 652	7 797
		0,200	0,200	-3,973	3,908	16 092	19	8 272	9 786	10 231	8 776	6 261
		0,300	0,300	-2,309	2,357	6 449	7	3 713	3 906	3 874	3 548	2 976
		0,400	0,100	-4,751	2,334	14 423	15	8 425	8 767	7 937	6 051	4 047
	$D = 1,75$	0,025	0,025	-7,454	7,463	40 953	54	12 746	20 364	29 079	17 533	8 027
		0,025	0,050	-5,968	7,146	35 789	48	10 200	16 200	23 818	16 134	7 692
		0,025	0,100	-4,572	6,827	29 895	41	7 808	12 260	18 348	14 278	7 326
		0,050	0,025	-7,127	5,871	36 487	47	12 155	18 741	24 037	13 889	6 393
		0,050	0,050	-5,823	5,757	30 538	40	9 918	15 081	19 712	12 945	6 266
		0,050	0,100	-4,687	5,826	23 113	31	7 956	11 749	15 352	11 793	6 294
		0,050	0,200	-3,229	5,341	17 327	24	5 444	7 828	10 346	9 190	5 623
		0,100	0,025	-6,832	4,397	31 217	39	11 537	16 675	18 715	10 474	4 880
		0,100	0,050	-5,773	4,604	23 731	30	9 717	13 649	15 489	10 119	5 077
		0,100	0,100	-4,385	4,329	18 590	24	7 317	10 031	11 634	8 643	4 744
		0,100	0,200	-3,215	4,271	11 993	16	5 231	6 798	7 870	6 827	4 455
		0,100	0,400	-1,752	3,450	6 373	9	2 670	3 244	3 707	3 655	2 974
		0,200	0,050	-5,358	3,041	18 317	22	8 616	10 762	10 551	6 705	3 465
		0,200	0,100	-4,215	3,143	12 415	15	6 602	7 916	7 956	5 891	3 475
		0,200	0,200	-2,757	2,660	8 119	10	4 090	4 723	4 851	4 059	2 776
		0,300	0,300	-1,572	1,377	3 691	4	1 798	1 848	1 786	1 575	1 250
		0,400	0,100	-3,320	1,475	7 697	8	4 144	4 218	3 733	2 739	1 730
	$D = 2,0$	0,025	0,025	-5,970	6,009	24 889	35	8 107	12 540	17 598	10 466	4 603
		0,025	0,050	-4,804	5,774	21 598	31	6 520	10 018	14 418	9 655	4 429
		0,025	0,100	-3,650	5,422	18 312	27	4 950	7 532	11 062	8 442	4 155
		0,050	0,025	-5,745	4,762	21 994	30	7 781	11 609	14 606	8 354	3 703
		0,050	0,050	-4,647	4,598	18 687	26	6 284	9 268	11 923	7 698	3 579
		0,050	0,100	-3,755	4,706	13 979	20	5 058	7 238	9 284	7 047	3 633
		0,050	0,200	-2,523	4,217	10 819	16	3 379	4 740	6 194	5 412	3 186
		0,100	0,025	-5,508	3,486	19 012	25	7 380	10 325	11 354	6 218	2 782
		0,100	0,050	-4,661	3,731	14 295	19	6 225	8 464	9 422	6 081	2 950
		0,100	0,100	-3,580	3,535	11 007	15	4 733	6 266	7 095	5 213	2 780
		0,100	0,200	-2,632	3,570	7 078	10	3 381	4 247	4 809	4 137	2 655
		0,100	0,400	-1,351	2,619	4 023	6	1 638	1 951	2 195	2 120	1 665
		0,200	0,050	-4,302	2,383	11 232	14	5 474	6 642	6 391	3 969	1 971
		0,200	0,100	-3,259	2,335	7 988	10	4 048	4 764	4 721	3 385	1 894
		0,200	0,200	-2,222	2,239	4 790	6	2 607	2 936	2 973	2 472	1 666
		0,300	0,300	-1,272	1,095	2 050	2	1 152	1 159	1 102	963	759
		0,400	0,100	-2,642	1,036	4 905	5	2 599	2 584	2 242	1 606	985
	$D = 3,0$	0,025	0,025	-3,617	3,607	8 215	14	2 905	4 122	5 531	3 082	1 186
		0,025	0,050	-2,998	3,594	6 825	12	2 406	3 372	4 551	2 913	1 181
		0,025	0,100	-2,216	3,279	6 070	11	1 777	2 483	3 467	2 505	1 081
		0,050	0,025	-3,492	2,800	7 409	12	2 795	3 834	4 616	2 447	949
		0,050	0,050	-2,879	2,799	6 015	10	2 301	3 106	3 774	2 307	948
		0,050	0,100	-2,237	2,780	4 667	8	1 781	2 356	2 889	2 067	937
		0,050	0,200	-1,588	2,598	3 321	6	1 251	1 602	1 953	1 626	860
		0,100	0,025	-3,437	2,198	6 004	9	2 720	3 489	3 651	1 925	764
		0,100	0,050	-2,870	2,313	4 599	7	2 259	2 826	2 994	1 843	795
		0,100	0,100	-2,121	1,981	3 814	6	1 654	2 038	2 206	1 507	705
		0,100	0,200	-1,473	1,933	2 508	4	1 126	1 338	1 459	1 177	664
		0,100	0,400	-0,816	1,670	1 238	2	579	643	686	636	467
		0,200	0,050	-2,638	1,403	3 714	5	1 971	2 220	2 039	1 191	521
		0,200	0,100	-1,944	1,203	2 938	4	1 413	1 557	1 467	966	470
		0,200	0,200	-1,327	1,214	1 611	2	912	963	923	719	436
		0,300	0,300	-0,768	0,446	1 075	1	404	383	341	274	189
		0,400	0,100	-1,627	0,844	1 491	1	962	910	764	535	312
	$D = 5,0$	0,025	0,025	-2,459	2,531	2 793	6	1 203	1 544	1 919	1 033	337
		0,025	0,050	-1,923	2,152	2 664	6	941	1 209	1 556	887	295
		0,025	0,100	-1,487	2,109	2 136	5	726	922	1 190	800	292
		0,050	0,025	-2,364	1,886	2 542	5	1 153	1 435	1 609	812	272
		0,050	0,050	-1,873	1,666	2 407	5	911	1 129	1 306	709	234
		0,050	0,100	-1,444	1,630	1 864	4	700	853	989	632	229
		0,050	0,200	-1,007	1,537	1 345	3	483	574	662	501	213
		0,100	0,025	-2,280	1,317	2 266	4	1 095	1 285	1 266	598	197
		0,100	0,050	-1,861	1,417	1 727	3	890	1 026	1 028	576	204
		0,100	0,100	-1,385	1,058	1 590	3	655	744	757	464	186
		0,100	0,200	-0,952	0,974	1 064	2	441	486	496	361	171
		0,100	0,400	-0,519	0,860	549	1	224	234	237	201	120
		0,200	0,050	-1,739	0,849	1 437	2	782	820	717	383	138
		0,200	0,100	-1,299	0,977	909	1	581	598	541	357	170
		0,200	0,200	-0,860	0,627	782	1	356	353	318	219	102
		0,234	0,262	-0,663	0,469	388	0	252	234	201	148	85
		0,371	0,098	-1,152	0,493	619	0	419	371	289	180	89

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$
0,002	$D = 1,5$ $s = 0,002466$	0,025	0,025	-10,276	10,265	42 528	104	12 322	20 500	30 041	18 369	8 790
		0,025	0,050	-8,260	9,861	37 132	92	9 901	16 363	24 658	16 949	8 444
		0,025	0,100	-6,257	9,464	31 409	79	7 494	12 271	18 983	15 043	8 063
		0,050	0,025	-9,892	8,213	37 419	90	11 834	18 967	24 862	14 701	7 090
		0,050	0,050	-8,016	7,894	31 990	78	9 577	15 162	20 324	13 506	6 813
		0,050	0,100	-6,566	8,111	23 761	59	7 820	11 978	15 961	12 473	6 943
		0,050	0,200	-4,394	7,569	18 164	46	5 207	7 818	10 713	9 796	6 272
		0,100	0,025	-9,515	6,167	31 828	75	11 277	16 903	19 313	11 060	5 394
		0,100	0,050	-8,129	6,566	23 980	57	9 608	13 962	16 132	10 838	5 705
		0,100	0,100	-6,143	6,067	19 009	46	7 198	10 213	12 071	9 146	5 234
		0,100	0,200	-4,454	5,924	12 486	31	5 104	6 878	8 156	7 207	4 864
		0,100	0,400	-2,465	5,072	6 535	17	2 648	3 323	3 902	3 957	3 354
		0,200	0,050	-7,509	4,413	18 329	42	8 508	10 978	10 987	7 209	3 913
		0,200	0,100	-5,975	4,514	12 536	29	6 585	8 123	8 313	6 309	3 885
		0,200	0,200	-3,964	3,896	8 046	19	4 127	4 883	5 106	4 379	3 123
	$D = 1,75$ $s = 0,002681$	0,300	0,300	-2,315	2,330	3 215	7	1 856	1 950	1 931	1 766	1 478
		0,400	0,100	-4,807	2,286	7 170	15	4 228	4 379	3 943	2 991	1 992
		0,025	0,025	-7,413	7,466	20 488	54	6 338	10 133	14 514	8 769	4 015
		0,025	0,050	-5,955	7,125	17 894	48	5 089	8 083	11 889	8 049	3 836
		0,025	0,100	-4,561	6,812	14 949	41	3 894	6 116	9 159	7 126	3 655
		0,050	0,025	-7,203	5,985	17 866	46	6 143	9 448	12 058	7 043	3 255
		0,050	0,050	-5,731	5,636	15 650	41	4 880	7 445	9 796	6 875	3 071
		0,050	0,100	-4,675	5,809	11 557	31	3 968	5 861	7 661	5 883	3 138
		0,050	0,200	-3,222	5,327	8 664	24	2 716	3 906	5 164	4 586	2 805
		0,100	0,025	-6,891	4,480	15 227	38	5 822	8 393	9 386	5 306	2 483
		0,100	0,050	-5,761	4,588	11 864	30	4 849	6 811	7 730	5 047	2 531
		0,100	0,100	-4,383	4,307	9 289	24	3 657	5 011	5 806	4 307	2 362
		0,100	0,200	-3,203	4,260	5 998	16	2 608	3 390	3 927	3 407	2 222
		0,100	0,400	-1,714	3,541	3 217	9	1 313	1 604	1 847	1 836	1 507
		0,200	0,050	-5,347	3,032	9 157	22	4 300	5 371	5 266	3 345	1 728
	$D = 2,0$ $s = 0,002826$	0,200	0,100	-4,203	3,133	6 208	15	3 292	3 949	3 970	2 939	1 733
		0,200	0,200	-2,750	2,648	4 058	10	2 045	2 356	2 420	2 024	1 383
		0,301	0,301	-1,650	2,246	1 478	3	947	978	963	885	751
		0,400	0,100	-3,437	1,689	3 445	7	2 156	2 182	1 939	1 455	950
		0,025	0,025	-5,952	5,990	12 445	35	4 041	6 253	8 782	5 220	2 295
		0,025	0,050	-4,791	5,756	10 799	31	3 252	4 997	7 196	4 816	2 208
		0,025	0,100	-3,619	5,450	9 182	27	2 454	3 740	5 519	4 233	2 087
		0,050	0,025	-5,732	4,747	10 996	30	3 882	5 792	7 290	4 166	1 846
		0,050	0,050	-4,651	4,566	9 331	26	3 145	4 634	5 949	3 829	1 778
		0,050	0,100	-3,745	4,687	6 989	20	2 523	3 611	4 632	3 514	1 810
		0,050	0,200	-2,517	4,206	5 410	16	1 686	2 365	3 091	2 701	1 589
		0,100	0,025	-5,469	3,498	9 529	25	3 665	5 137	5 674	3 117	1 395
		0,100	0,050	-4,650	3,718	7 147	19	3 105	4 222	4 701	3 033	1 470
		0,100	0,100	-3,566	3,528	5 506	15	2 358	3 123	3 540	2 602	1 387
		0,100	0,200	-2,622	3,554	3 540	10	1 685	2 117	2 399	2 063	1 323
	$D = 3,0$ $s = 0,003642$	0,100	0,400	-1,327	2,659	2 034	6	808	966	1 093	1 062	838
		0,200	0,050	-4,293	2,376	5 615	14	2 731	3 314	3 190	1 980	983
		0,200	0,100	-3,266	2,314	3 984	10	2 026	2 381	2 354	1 684	940
		0,200	0,200	-2,217	2,229	2 395	6	1 300	1 465	1 483	1 233	830
		0,300	0,300	-1,268	1,084	1 025	2	574	578	549	480	378
		0,400	0,100	-2,650	1,018	2 431	5	1 299	1 289	1 116	798	489
		0,025	0,025	-3,606	3,591	4 107	14	1 448	2 055	2 759	1 536	591
		0,025	0,050	-2,976	3,601	3 420	12	1 195	1 675	2 270	1 458	592
		0,025	0,100	-2,208	3,270	3 036	11	886	1 238	1 730	1 250	539
		0,050	0,025	-3,484	2,788	3 703	12	1 394	1 912	2 303	1 220	473
		0,050	0,050	-2,865	2,798	3 012	10	1 145	1 547	1 883	1 153	473
		0,050	0,100	-2,231	2,768	2 333	8	888	1 175	1 441	1 030	467
		0,050	0,200	-1,568	2,621	1 673	6	618	794	974	816	434
		0,100	0,025	-3,428	2,188	3 001	9	1 357	1 740	1 821	959	381
		0,100	0,050	-2,864	2,297	2 298	7	1 127	1 409	1 493	917	395
	$D = 5,0$ $s = 0,004976$	0,100	0,100	-2,120	1,967	1 903	6	826	1 017	1 100	750	351
		0,100	0,200	-1,474	1,908	1 248	4	563	668	727	585	329
		0,100	0,400	-0,826	1,616	607	2	292	322	342	315	229
		0,200	0,050	-2,618	1,408	1 867	5	979	1 105	1 018	596	261
		0,200	0,100	-2,048	1,843	1 189	3	748	820	786	569	315
		0,200	0,200	-1,326	1,199	803	2	456	481	461	359	217
		0,300	0,300	-0,767	0,444	535	1	202	191	170	137	94
		0,400	0,100	-1,624	0,841	734	1	480	454	381	267	156
		0,025	0,025	-2,446	2,510	1 396	6	598	768	956	513	167
		0,025	0,050	-1,916	2,143	1 332	6	469	602	775	442	147
		0,025	0,100	-1,475	2,113	1 074	5	361	458	594	400	146
		0,050	0,025	-2,356	1,871	1 269	5	574	715	802	404	135
		0,050	0,050	-1,866	1,658	1 202	5	454	563	651	353	117
		0,050	0,100	-1,442	1,625	932	4	349	425	493	315	114
		0,050	0,200	-0,992	1,546	686	3	239	284	330	251	107
		0,100	0,025	-2,267	1,317	1 139	4	544	639	632	299	99
		0,100	0,050	-1,857	1,403	860	3	444	512	512	286	101
		0,100	0,100	-1,381	1,051	792	3	327	371	377	232	93
		0,100	0,200	-0,948	0,972	536	2	220	242	248	181	85
		0,100	0,402	-0,505	0,864	287	1	110	116	118	100	60
		0,200	0,050	-1,738	0,846	713	2	390	408	357	190	68
		0,200	0,100	-1,302	0,969	451	1	290	298	269	177	84
		0,200	0,200	-0,854	0,617	391	1	177	175	158	109	51
		0,234	0,263	-0,661	0,455	193	0	125	117	100	74	43
		0,370	0,098	-1,149	0,504	303	0	209	185	144	90	44

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$
0,005	$D = 1,5 \quad s = 0,006166$	0,025	0,025	-10,290	10,298	16 848	103	4 936	8 203	11 993	7 362	3 527
		0,025	0,050	-8,207	9,793	14 853	92	3 935	6 506	9 818	6 739	3 355
		0,025	0,100	-6,218	9,407	12 565	79	2 980	4 880	7 559	5 986	3 207
		0,050	0,025	-9,900	8,239	14 803	89	4 738	7 586	9 925	5 891	2 845
		0,050	0,050	-7,962	7,849	12 798	78	3 805	6 027	8 093	5 376	2 710
		0,050	0,100	-6,474	8,108	9 516	59	3 086	4 737	6 348	4 981	2 775
		0,050	0,200	-4,407	7,422	7 248	46	2 088	3 129	4 266	3 872	2 465
		0,100	0,025	-9,468	6,122	12 728	75	4 488	6 727	7 690	4 397	2 143
		0,100	0,050	-8,079	6,503	9 590	57	3 820	5 552	6 417	4 303	2 262
		0,100	0,100	-6,115	6,009	7 600	46	2 866	4 066	4 804	3 632	2 075
		0,100	0,200	-4,421	5,871	4 995	31	2 027	2 734	3 244	2 864	1 930
		0,100	0,400	-2,443	5,030	2 616	17	1 051	1 320	1 552	1 574	1 333
		0,200	0,050	-7,470	4,375	7 329	42	3 385	4 368	4 372	2 865	1 553
		0,200	0,100	-5,930	4,470	5 014	29	2 615	3 228	3 305	2 506	1 541
		0,200	0,200	-3,935	3,865	3 219	19	1 640	1 941	2 031	1 742	1 241
		0,300	0,300	-2,309	2,298	1 284	7	739	776	768	702	587
		0,400	0,100	-4,780	2,266	2 867	15	1 681	1 742	1 569	1 189	791
	$D = 1,75 \quad s = 0,006702$	0,025	0,025	-7,369	7,381	8 192	54	2 520	4 029	5 774	3 475	1 589
		0,025	0,050	-5,912	7,070	7 158	48	2 021	3 211	4 731	3 199	1 523
		0,025	0,100	-4,530	6,763	5 980	41	1 548	2 431	3 645	2 834	1 452
		0,050	0,025	-7,128	5,959	7 152	46	2 432	3 745	4 800	2 807	1 297
		0,050	0,050	-5,778	5,690	6 105	40	1 968	2 994	3 916	2 565	1 240
		0,050	0,100	-4,639	5,756	4 623	31	1 576	2 328	3 047	2 337	1 245
		0,050	0,200	-3,199	5,284	3 466	24	1 079	1 553	2 054	1 823	1 114
		0,100	0,025	-6,852	4,444	6 089	38	2 315	3 338	3 736	2 109	986
		0,100	0,050	-5,721	4,547	4 745	30	1 926	2 707	3 075	2 005	1 004
		0,100	0,100	-4,345	4,282	3 718	24	1 450	1 990	2 310	1 714	939
		0,100	0,200	-3,181	4,210	2 399	16	1 036	1 348	1 561	1 353	880
		0,100	0,400	-1,703	3,489	1 286	9	522	638	734	729	597
		0,200	0,050	-5,430	3,151	3 510	21	1 748	2 172	2 125	1 369	715
		0,200	0,100	-4,198	3,078	2 478	15	1 314	1 573	1 577	1 163	683
		0,200	0,200	-2,721	2,640	1 627	10	809	936	963	807	552
		0,300	0,300	-1,564	1,355	734	4	357	367	354	312	248
		0,400	0,100	-3,424	1,668	1 376	7	858	868	771	578	376
	$D = 2,0 \quad s = 0,007216$	0,025	0,025	-5,893	5,943	4 980	35	1 601	2 478	3 493	2 075	911
		0,025	0,050	-4,754	5,706	4 320	31	1 291	1 984	2 862	1 913	876
		0,025	0,100	-3,592	5,411	3 674	27	974	1 485	2 196	1 683	829
		0,050	0,025	-5,675	4,720	4 402	30	1 537	2 296	2 901	1 659	734
		0,050	0,050	-4,613	4,535	3 734	26	1 248	1 840	2 367	1 523	707
		0,050	0,100	-3,714	4,640	2 796	20	1 001	1 433	1 841	1 395	717
		0,050	0,200	-2,497	4,174	2 165	16	669	940	1 230	1 074	631
		0,100	0,025	-5,465	3,446	3 800	25	1 464	2 049	2 255	1 233	551
		0,100	0,050	-4,616	3,676	2 858	19	1 233	1 677	1 869	1 203	582
		0,100	0,100	-3,532	3,500	2 204	15	935	1 239	1 408	1 035	551
		0,100	0,200	-2,600	3,499	1 416	10	669	841	953	818	522
		0,100	0,400	-1,315	2,640	815	6	321	384	435	423	334
		0,200	0,050	-4,238	2,372	2 253	14	1 080	1 314	1 271	791	393
		0,200	0,100	-3,246	2,292	1 593	10	805	946	936	669	373
		0,200	0,200	-2,197	2,207	959	6	516	582	590	490	330
		0,300	0,300	-1,253	1,076	413	2	228	229	218	191	151
		0,400	0,100	-2,633	1,007	973	5	516	513	444	318	195
	$D = 3,0 \quad s = 0,009111$	0,025	0,025	-3,568	3,554	1 644	14	573	813	1 096	610	234
		0,025	0,050	-2,947	3,554	1 368	12	473	664	901	578	234
		0,025	0,100	-2,190	3,239	1 214	11	352	491	687	497	214
		0,050	0,025	-3,466	2,746	1 477	12	555	760	915	482	187
		0,050	0,050	-2,835	2,770	1 206	10	453	613	748	458	188
		0,050	0,100	-2,216	2,722	931	8	353	467	572	408	184
		0,050	0,200	-1,549	2,592	670	6	245	315	387	324	172
		0,100	0,025	-3,403	2,159	1 199	9	539	691	723	380	151
		0,100	0,050	-2,845	2,249	917	7	448	560	592	362	155
		0,100	0,100	-2,095	1,953	764	6	327	403	437	299	140
		0,100	0,200	-1,454	1,898	502	4	223	265	289	233	131
		0,100	0,400	-0,819	1,604	244	2	116	128	136	126	91
		0,200	0,050	-2,613	1,378	741	5	390	439	404	235	103
		0,200	0,100	-2,029	1,767	475	3	296	324	310	223	122
		0,200	0,200	-1,306	1,175	323	2	180	190	182	142	86
		0,300	0,300	-0,764	0,435	213	1	80	76	68	54	38
		0,401	0,100	-1,610	0,817	294	1	189	179	150	105	60
	$D = 5,0 \quad s = 0,01246$	0,025	0,025	-2,417	2,452	558	6	236	303	378	202	65
		0,025	0,050	-1,890	2,120	535	6	185	237	307	176	59
		0,025	0,100	-1,455	2,078	430	5	142	181	235	159	58
		0,050	0,025	-2,330	1,841	507	5	228	283	318	160	53
		0,050	0,050	-1,845	1,642	482	5	180	223	258	141	46
		0,050	0,100	-1,417	1,609	375	4	137	168	195	125	45
		0,050	0,200	-0,981	1,527	275	3	94	113	131	100	42
		0,100	0,025	-2,252	1,282	451	4	216	253	250	118	39
		0,100	0,050	-1,843	1,366	343	3	176	203	203	113	40
		0,100	0,100	-1,366	1,034	318	3	129	147	150	92	37
		0,099	0,200	-0,936	0,963	212	2	87	96	99	72	34
		0,100	0,399	-0,499	0,851	113	1	44	46	47	40	24
		0,200	0,050	-1,724	0,826	282	2	155	161	141	75	27
		0,200	0,100	-1,275	0,960	182	1	114	118	107	70	33
		0,200	0,201	-0,841	0,613	153	1	70	69	62	43	20
		0,233	0,261	-0,650	0,468	75	0	50	47	40	30	17
		0,369	0,097	-1,141	0,501	122	0	83	74	58	36	18

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$
0,01	$D = 1,5$ $s = 0,01233$	0,025	0,025	-10,181	10,142	8 422	103	2 442	4 060	5 947	3 634	1 738
		0,025	0,050	-8,171	9,780	7 347	91	1 959	3 237	4 882	3 363	1 676
		0,025	0,100	-6,154	9,316	6 284	79	1 475	2 417	3 752	2 968	1 588
		0,050	0,025	-9,915	8,185	7 313	88	2 372	3 791	4 935	2 927	1 413
		0,050	0,050	-7,947	7,828	6 316	77	1 899	3 004	4 026	2 680	1 352
		0,050	0,100	-6,400	7,995	4 758	59	1 526	2 344	3 146	2 463	1 369
		0,050	0,200	-4,418	7,488	3 545	45	1 047	1 565	2 130	1 943	1 243
		0,100	0,025	-9,502	6,070	6 270	74	2 251	3 364	3 822	2 182	1 063
		0,100	0,050	-7,912	6,486	4 803	57	1 872	2 732	3 185	2 145	1 128
		0,100	0,100	-6,137	6,065	3 719	45	1 438	2 035	2 400	1 824	1 046
		0,100	0,200	-4,366	5,786	2 498	31	1 002	1 352	1 607	1 417	953
		0,100	0,400	-2,519	4,698	1 292	17	538	669	774	771	641
		0,200	0,050	-7,466	4,278	3 655	42	1 688	2 173	2 164	1 409	761
		0,200	0,100	-5,820	4,431	2 510	29	1 286	1 593	1 638	1 244	765
		0,200	0,200	-3,886	3,813	1 610	19	811	961	1 006	862	614
		0,300	0,300	-2,275	2,260	643	7	365	383	380	347	290
		0,400	0,100	-4,815	2,194	1 424	15	839	865	775	584	386
	$D = 1,75$ $s = 0,01341$	0,025	0,025	-7,282	7,264	4 095	54	1 245	1 992	2 861	1 715	783
		0,025	0,050	-5,921	7,127	3 505	47	1 012	1 605	2 357	1 607	767
		0,025	0,100	-4,449	6,741	2 998	41	760	1 196	1 807	1 411	724
		0,050	0,025	-7,080	5,842	3 571	46	1 208	1 858	2 378	1 881	636
		0,050	0,050	-5,711	5,623	3 053	40	973	1 481	1 942	1 270	613
		0,050	0,100	-4,557	5,708	2 315	31	774	1 147	1 509	1 160	617
		0,050	0,200	-3,129	5,280	1 740	24	529	763	1 017	908	556
		0,100	0,025	-6,830	4,350	3 036	38	1 153	1 660	1 850	1 037	483
		0,100	0,050	-5,811	4,647	2 294	29	978	1 366	1 541	1 015	512
		0,100	0,100	-4,421	4,402	1 782	23	737	1 005	1 160	870	482
		0,100	0,200	-3,112	4,182	1 203	16	508	663	772	672	437
		0,100	0,400	-1,743	3,286	633	9	265	321	365	357	288
		0,200	0,050	-5,372	3,102	1 754	21	865	1 075	1 053	676	352
		0,200	0,100	-4,076	3,091	1 246	15	641	773	783	581	343
		0,200	0,200	-2,689	2,604	814	10	400	463	477	400	273
		0,300	0,300	-1,639	1,934	294	3	187	193	189	172	144
		0,400	0,100	-3,440	1,607	682	7	427	430	380	283	183
	$D = 2,0$ $s = 0,01444$	0,025	0,025	-5,820	5,836	2 489	35	791	1 224	1 729	1 022	448
		0,025	0,050	-4,695	5,622	2 160	31	638	980	1 418	945	432
		0,025	0,100	-3,551	5,339	1 837	27	482	735	1 088	833	409
		0,050	0,025	-5,633	4,623	2 197	30	763	1 139	1 437	816	360
		0,050	0,050	-4,564	4,467	1 866	26	617	910	1 173	753	349
		0,050	0,100	-3,643	4,596	1 401	20	491	705	911	692	356
		0,050	0,200	-2,552	4,414	1 015	15	342	476	620	553	332
		0,100	0,025	-5,494	3,512	1 828	24	736	1 027	1 125	624	280
		0,100	0,050	-4,563	3,607	1 428	19	609	829	925	593	286
		0,100	0,100	-3,480	3,454	1 103	15	461	612	697	512	272
		0,100	0,200	-2,514	3,522	713	10	325	411	471	408	262
		0,100	0,400	-1,264	2,709	417	6	156	188	215	212	169
		0,200	0,050	-4,192	2,339	1 126	14	534	650	629	391	194
		0,200	0,100	-3,418	2,574	724	9	422	489	482	354	205
		0,200	0,200	-2,173	2,152	479	6	255	288	291	242	162
		0,300	0,300	-1,256	1,016	203	2	113	114	108	94	74
		0,401	0,100	-2,622	0,980	481	5	255	253	218	156	95
	$D = 3,0$ $s = 0,01824$	0,025	0,025	-3,512	3,489	822	14	282	401	542	301	115
		0,025	0,050	-2,902	3,483	684	12	233	327	445	285	115
		0,025	0,100	-2,165	3,174	605	11	174	243	340	245	105
		0,050	0,025	-3,522	2,980	683	11	282	384	458	254	100
		0,050	0,050	-2,806	2,704	601	10	224	303	370	225	92
		0,050	0,100	-2,189	2,667	465	8	175	231	283	201	90
		0,050	0,200	-1,527	2,536	335	6	121	155	191	160	84
		0,100	0,025	-3,364	2,108	598	9	266	341	357	187	74
		0,100	0,050	-2,776	2,230	461	7	219	275	293	180	77
		0,100	0,100	-2,063	1,919	382	6	161	199	216	148	69
		0,100	0,201	-1,412	1,880	254	4	109	130	142	115	65
		0,101	0,403	-0,761	1,601	129	2	55	61	66	61	45
		0,200	0,050	-2,618	1,319	364	5	195	218	199	115	50
		0,200	0,100	-2,026	1,641	235	3	147	160	152	108	57
		0,200	0,200	-1,285	1,154	162	2	89	94	90	71	43
		0,298	0,298	-0,750	0,436	105	1	40	38	34	27	19
		0,399	0,100	-1,701	0,738	134	1	95	88	73	50	28
	$D = 5,0$ $s = 0,02499$	0,025	0,025	-2,356	2,375	279	6	115	148	186	99	32
		0,025	0,050	-1,842	2,101	272	6	90	116	152	88	29
		0,025	0,100	-1,431	2,008	212	5	70	89	115	78	29
		0,050	0,025	-2,290	1,801	254	5	111	139	157	79	26
		0,050	0,050	-1,894	1,892	199	4	92	112	128	76	27
		0,050	0,101	-1,382	1,576	188	4	67	82	96	62	22
		0,050	0,199	-0,954	1,514	139	3	47	55	65	50	21
		0,099	0,025	-2,240	1,248	221	4	107	125	123	58	19
		0,100	0,051	-1,800	1,285	169	3	86	99	99	55	19
		0,100	0,100	-1,443	1,549	116	2	68	75	76	51	21
		0,100	0,198	-0,905	0,925	140	3	42	47	49	35	16
		0,100	0,398	-0,520	0,845	52	1	22	23	23	20	12
		0,199	0,051	-1,669	0,844	150	2	75	79	71	38	14
		0,200	0,101	-1,307	0,894	85	1	57	57	51	33	14
		0,202	0,200	-1,086	0,540	53	1	42	39	33	22	10
		0,230	0,264	-0,642	0,462	34	0	25	23	20	15	9
		0,364	0,099	-1,113	0,485	53	0	41	36	29	18	9

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$
0,02	$D = 1,5 \quad s = 0,02467$	0,025	0,025	-10,135	10,068	4 128	101	1 215	2 017	2 942	1 803	863
		0,025	0,050	-8,057	9,640	3 633	90	966	1 596	2 409	1 660	826
		0,025	0,100	-6,105	9,291	3 063	77	732	1 197	1 855	1 477	792
		0,050	0,025	-9,641	7,901	3 696	89	1 153	1 848	2 423	1 422	683
		0,050	0,050	-7,948	7,767	3 073	75	950	1 497	1 993	1 329	671
		0,050	0,100	-6,321	7,958	2 340	58	754	1 157	1 555	1 224	682
		0,050	0,200	-4,378	7,490	1 734	44	519	775	1 055	968	622
		0,100	0,025	-9,330	5,933	3 133	74	1 105	1 653	1 883	1 070	520
		0,100	0,050	-7,833	6,445	2 360	56	927	1 351	1 575	1 065	561
		0,100	0,100	-6,022	5,891	1 858	45	706	999	1 179	892	509
		0,100	0,200	-4,387	5,871	1 209	30	503	676	801	711	482
		0,100	0,400	-2,449	4,584	647	17	262	327	380	378	314
		0,200	0,050	-7,324	4,169	1 826	42	828	1 066	1 064	690	372
		0,200	0,100	-5,698	4,284	1 254	29	630	781	803	607	371
		0,200	0,200	-3,943	3,999	765	18	410	484	507	439	317
		0,300	0,300	-2,257	2,156	319	7	180	189	187	170	141
		0,400	0,100	-4,724	2,133	711	15	412	425	381	286	189
	$D = 1,75 \quad s = 0,02682$	0,025	0,025	-7,271	7,132	2 006	53	622	992	1 412	844	384
		0,025	0,050	-5,775	6,940	1 753	47	494	784	1 158	786	374
		0,025	0,100	-4,401	6,715	1 463	40	376	591	892	702	361
		0,050	0,025	-6,933	5,674	1 784	46	591	910	1 169	674	310
		0,050	0,050	-5,671	5,587	1 488	39	483	734	959	631	305
		0,050	0,100	-4,545	5,780	1 121	30	386	570	749	583	312
		0,050	0,200	-3,131	5,377	834	23	265	380	506	457	283
		0,100	0,025	-6,703	4,234	1 516	38	566	814	910	507	236
		0,100	0,050	-5,677	4,488	1 146	29	478	668	756	494	248
		0,100	0,100	-4,315	4,270	891	23	360	492	569	425	234
		0,100	0,200	-3,029	4,047	602	16	248	324	378	328	213
		0,100	0,400	-1,698	3,199	317	9	130	158	180	176	141
		0,200	0,050	-5,259	3,008	876	21	423	527	517	331	172
		0,200	0,100	-3,996	2,977	622	15	314	379	383	284	166
		0,200	0,200	-2,835	2,845	367	9	208	238	244	207	145
		0,300	0,300	-1,655	1,679	144	3	93	94	92	82	68
		0,399	0,100	-3,383	1,559	340	7	210	211	187	139	89
	$D = 2,0 \quad s = 0,02889$	0,025	0,025	-5,792	5,848	1 209	34	393	607	855	511	224
		0,025	0,050	-4,660	5,657	1 046	30	316	485	701	474	217
		0,025	0,100	-3,526	5,364	885	26	240	364	538	417	206
		0,050	0,025	-5,596	4,646	1 063	29	379	564	710	409	181
		0,050	0,050	-4,543	4,497	898	25	307	452	580	377	175
		0,050	0,100	-3,544	4,454	701	20	239	344	446	338	173
		0,050	0,200	-2,485	4,263	508	15	167	233	304	270	161
		0,100	0,025	-5,388	3,400	912	24	361	503	552	304	136
		0,100	0,050	-4,462	3,482	713	19	298	406	453	289	139
		0,100	0,100	-3,385	3,352	552	15	224	299	342	251	133
		0,100	0,200	-2,436	3,356	357	10	158	200	230	198	126
		0,100	0,400	-1,233	2,619	209	6	76	92	105	104	82
		0,200	0,050	-4,211	2,440	527	13	269	325	315	200	101
		0,200	0,100	-3,314	2,466	362	9	205	238	235	172	99
		0,200	0,200	-2,140	2,038	238	6	126	141	143	118	78
		0,299	0,300	-1,236	0,981	101	2	56	56	53	47	37
		0,400	0,100	-2,676	1,263	205	4	132	130	114	84	53
	$D = 3,0 \quad s = 0,03655$	0,025	0,025	-3,571	3,639	381	13	143	202	268	154	60
		0,025	0,050	-2,811	3,348	342	12	113	159	218	138	55
		0,025	0,100	-2,168	3,311	276	10	87	121	167	125	55
		0,050	0,025	-3,417	2,842	341	11	137	186	223	123	48
		0,050	0,050	-2,715	2,622	301	10	109	147	181	110	45
		0,050	0,100	-2,116	2,567	233	8	84	112	138	98	44
		0,050	0,200	-1,479	2,445	168	6	59	75	93	78	41
		0,100	0,025	-3,279	2,019	298	9	130	166	175	91	36
		0,100	0,050	-2,700	2,116	230	7	106	133	143	87	37
		0,100	0,100	-2,010	1,855	191	6	78	97	106	72	34
		0,100	0,200	-1,400	1,768	124	4	54	64	70	56	31
		0,100	0,400	-0,793	1,463	60	2	28	31	33	30	22
		0,199	0,050	-2,500	1,306	186	5	93	106	98	57	25
		0,200	0,100	-1,965	1,511	117	3	71	78	74	52	27
		0,201	0,200	-1,294	0,970	77	2	44	46	44	34	20
		0,300	0,304	-0,719	0,404	77	2	19	18	16	13	9
		0,402	0,100	-1,571	0,711	71	1	45	43	36	25	14
	$D = 5,0 \quad s = 0,05025$	0,025	0,025	-2,263	2,206	139	6	55	71	90	47	15
		0,025	0,050	-1,882	2,319	112	5	46	58	74	46	15
		0,025	0,099	-1,359	1,954	109	5	34	43	56	38	14
		0,050	0,025	-2,217	1,661	124	5	54	67	75	37	12
		0,050	0,050	-1,846	1,748	98	4	45	54	62	36	12
		0,050	0,100	-1,470	1,823	71	3	36	42	48	33	13
		0,051	0,200	-1,092	1,309	62	4	26	30	33	24	10
		0,100	0,025	-2,194	1,140	107	4	52	61	59	28	9
		0,100	0,050	-1,727	1,204	85	3	41	48	48	27	10
		0,100	0,100	-1,361	1,361	58	2	32	36	36	24	10
		0,101	0,193	-0,931	0,915	49	2	22	24	24	18	8
		0,099	0,361	-0,526	0,846	41	2	12	13	13	11	6
		0,200	0,050	-1,641	0,695	86	3	36	38	34	17	6
		0,199	0,102	-1,288	0,843	41	1	27	27	24	16	7
		0,197	0,205	-0,798	0,573	39	1	16	16	15	10	5
		0,199	0,314	-0,525	0,500	17	0	11	10	9	7	4
		0,359	0,098	-1,057	0,479	25	0	20	18	14	9	4

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$	
0,05	$D = 1,5$	$s = 0,06171$	0,025	0,025	-9,698	9,540	1 601	98	465	772	1 128	688	328
			0,025	0,050	-7,758	9,338	1 389	86	372	614	927	644	321
			0,025	0,100	-5,833	8,990	1 179	74	280	458	713	572	307
			0,050	0,025	-9,401	7,694	1 395	84	450	718	935	554	266
			0,050	0,050	-7,584	7,387	1 196	73	363	572	764	509	256
			0,050	0,100	-6,045	7,611	904	56	289	443	597	470	262
			0,050	0,200	-4,134	7,110	679	43	197	294	403	370	237
			0,100	0,025	-8,857	5,892	1 192	70	420	631	729	423	207
			0,100	0,050	-7,668	6,017	907	54	362	524	604	402	210
			0,100	0,100	-5,785	5,702	711	43	271	384	454	346	198
			0,100	0,200	-4,180	5,593	468	29	192	258	307	273	184
			0,100	0,400	-2,261	4,286	260	17	98	123	144	144	119
			0,200	0,050	-7,074	4,026	696	40	320	411	410	267	144
			0,200	0,100	-5,430	4,094	485	28	240	298	308	234	142
			0,200	0,200	-3,703	3,572	305	18	155	183	191	164	116
			0,300	0,300	-2,339	2,453	111	6	73	76	75	69	59
			0,400	0,100	-4,478	1,951	283	15	155	161	144	108	71
	$D = 1,75$		0,025	0,025	-6,837	6,892	774	51	234	373	540	327	149
			0,025	0,050	-5,501	6,677	672	45	188	299	443	304	144
			0,025	0,100	-4,162	6,353	571	39	142	224	340	268	137
			0,050	0,025	-6,751	5,539	667	43	230	353	450	263	121
			0,050	0,050	-5,394	5,247	579	38	184	279	366	239	115
			0,050	0,100	-4,301	5,484	434	29	146	216	286	223	119
			0,050	0,200	-2,891	4,960	335	23	98	142	191	172	105
			0,100	0,025	-6,316	4,176	579	36	213	309	351	200	93
			0,100	0,050	-5,425	4,225	442	28	183	255	288	188	94
			0,100	0,100	-4,124	4,065	341	22	138	188	218	163	90
			0,100	0,200	-2,946	3,960	226	15	96	125	146	128	83
			0,100	0,401	-1,460	3,230	133	9	46	57	67	68	55
			0,200	0,050	-5,049	2,879	334	20	162	201	198	127	66
			0,200	0,100	-3,870	2,922	233	14	122	146	148	111	65
			0,200	0,200	-2,563	2,577	148	9	76	88	91	78	54
			0,303	0,303	-1,501	1,377	57	3	34	34	33	30	24
			$D = 2,0$	0,401	0,100	-3,382	1,313	131	7	81	80	69	50
	0,025			0,025	-5,446	5,454	469	33	148	228	324	193	84
	0,025			0,050	-4,445	5,255	403	29	121	185	266	178	81
	0,025			0,100	-3,263	4,969	355	26	89	136	203	157	77
	0,050			0,025	-5,305	4,360	410	28	144	213	270	155	68
	0,050			0,050	-4,298	4,261	345	24	117	171	221	144	67
	0,050			0,100	-3,429	4,174	265	19	93	132	170	128	65
	0,050			0,200	-2,286	3,893	204	15	62	87	114	101	59
	0,100			0,025	-5,137	3,210	349	23	137	191	210	116	52
	0,100			0,050	-4,287	3,321	270	18	115	155	173	111	53
	0,100			0,100	-3,278	3,235	206	14	87	115	131	97	51
	0,100			0,200	-2,249	2,976	143	10	59	75	86	74	46
	0,100			0,400	-1,122	2,409	85	6	28	34	40	39	31
	0,200			0,050	-3,965	2,186	209	13	101	122	118	74	36
	0,200			0,100	-3,075	2,167	144	9	76	89	88	63	36
	0,200			0,200	-1,990	1,833	95	6	47	53	54	44	29
	$D = 3,0$			0,302	0,298	-1,093	0,854	84	5	20	21	20	17
			0,400	0,100	-2,718	0,982	78	4	51	50	42	30	19
			0,025	0,025	-3,191	3,224	153	13	51,1	72,4	99,4	56,4	21,4
			0,025	0,050	-2,677	3,193	125	11	43,0	59,7	81,4	53,1	21,3
			0,025	0,100	-1,946	2,976	111	10	31,8	44,0	62,0	46,3	19,7
			0,050	0,025	-3,170	2,441	134	11	50,8	68,8	82,8	44,2	16,8
			0,050	0,050	-2,591	2,509	108	9	41,7	55,5	67,7	42,3	17,1
			0,050	0,100	-2,133	2,446	80	7	34,2	44,0	52,5	37,7	16,7
			0,050	0,202	-1,292	2,251	69	6	21,1	27,2	34,3	29,2	15,0
			0,100	0,025	-3,066	2,040	108	8	48,7	62,0	66,1	36,1	14,3
			0,101	0,050	-2,441	1,849	92	7	38,6	48,6	52,7	31,9	13,5
			0,100	0,099	-1,975	1,896	64	5	31,0	37,5	40,4	28,6	13,5
			0,100	0,201	-1,233	1,623	51	4	19,4	23,3	25,9	21,1	11,4
			0,099	0,403	-0,771	1,185	22	2	11,3	12,2	12,7	11,5	8,1
			0,201	0,050	-2,320	1,103	73	5	34,7	38,9	36,2	21,0	9,1
			0,199	0,101	-1,805	1,243	46	3	26,1	28,4	26,9	18,6	9,3
			$D = 5,0$	0,197	0,196	-1,109	0,876	62	5	15,8	17,0	16,8	12,7
	0,293			0,292	-0,651	0,377	74	6	7,7	7,3	6,7	5,4	3,8
	0,398			0,101	-1,464	0,279	83	6	15,9	15,0	12,6	8,2	4,3
	0,025			0,025	-2,090	1,789	52	6	20,5	25,9	32,3	16,5	5,4
	0,025			0,050	-1,619	1,928	45	5	15,8	20,1	26,3	16,3	5,5
	0,025			0,101	-1,173	1,649	50	6	11,9	14,9	20,2	13,8	4,8
	0,051			0,025	-1,971	1,448	48	5	19,3	23,7	27,2	13,4	4,0
	0,050			0,051	-1,715	1,436	36	4	16,7	20,0	22,3	12,6	4,0
	0,049			0,101	-1,220	1,566	29	3	12,0	14,4	16,8	11,9	4,3
	0,051			0,201	-0,907	1,427	18	2	9,2	10,3	11,3	9,2	4,0
	0,099			0,025	-1,896	0,879	54	5	17,8	20,9	21,8	10,2	3,6
	0,097			0,048	-1,561	1,056	34	3	15,1	17,2	17,7	10,0	3,6
	0,094			0,097	-1,190	1,190	23	2	11,7	13,1	13,6	9,2	3,7
	0,103			0,207	-0,815	1,127	13	1	7,6	8,1	8,2	6,6	3,6
	0,090			0,352	-0,500	0,752	37	5	4,4	4,8	5,2	4,5	2,4
	0,203			0,050	-1,425	0,605	56	6	12,7	13,3	12,4	6,2	1,9
	0,159			0,186	-0,789	0,713	13	1	7,2	7,3	6,8	5,0	2,1
	0,185		0,316	-0,459	0,459	6	0	3,9	3,7	3,4	2,7	1,7	
	0,313		0,104	-1,012	0,026	42	4	7,5	7,0	5,8	3,7	1,8	

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$
0,1	$D = 1,5$ $s = 0,1236$	0,025	0,025	-9,010	9,016	744	91	216,3	357,8	526,7	326,0	155,4
		0,025	0,050	-7,305	8,656	645	80	175,5	288,0	432,8	300,6	149,2
		0,025	0,100	-5,377	8,324	558	70	129,4	211,4	331,4	267,0	142,8
		0,050	0,025	-8,684	7,293	649	78	208,0	331,5	437,2	263,2	126,7
		0,050	0,050	-7,013	6,947	558	68	168,0	264,5	356,6	240,1	120,8
		0,050	0,100	-5,291	6,647	461	57	126,9	196,9	272,0	210,9	115,0
		0,050	0,200	-3,847	6,636	316	40	92,0	137,1	187,9	173,8	111,3
		0,100	0,025	-8,203	5,448	562	66	194,7	291,8	339,6	197,5	96,0
		0,100	0,050	-6,924	5,653	430	51	164,0	238,8	280,7	189,8	99,1
		0,100	0,100	-5,393	5,326	331	40	126,8	178,7	212,0	162,3	92,8
		0,100	0,200	-3,822	5,335	219	27	88,5	119,2	143,2	129,4	88,3
		0,100	0,401	-2,192	4,173	115	15	47,2	58,7	68,4	68,9	57,8
		0,200	0,050	-6,652	3,756	322	37	150,2	192,0	191,8	125,4	67,3
		0,200	0,100	-5,137	3,787	225	26	113,3	139,8	143,9	109,0	66,2
		0,200	0,200	-3,298	3,403	146	17	69,5	83,1	88,5	77,1	55,2
		0,344	0,334	-1,923	2,015	31	3	23,3	23,3	22,7	21,2	19,0
	$D = 1,75$ $s = 0,1346$	0,400	0,100	-4,331	1,911	124	13	74,8	76,6	68,7	52,0	34,4
		0,025	0,025	-6,302	6,471	357	47	107,8	171,6	250,1	154,5	70,3
		0,025	0,050	-5,020	6,179	314	42	86,2	136,3	204,4	141,7	67,2
		0,025	0,100	-3,821	5,934	264	36	65,7	102,9	157,3	125,8	64,3
		0,050	0,025	-6,228	5,084	310	40	106,4	162,2	207,9	122,2	56,0
		0,050	0,050	-4,969	4,889	267	35	84,8	128,2	169,3	112,3	53,9
		0,050	0,100	-3,959	5,004	202	27	67,7	99,5	131,8	103,1	54,8
		0,050	0,201	-2,674	4,635	153	21	45,7	65,7	88,4	80,6	49,4
		0,100	0,025	-6,026	3,769	263	33	101,7	144,8	161,7	91,4	42,2
		0,100	0,050	-4,937	3,932	206	26	83,2	116,3	133,4	88,3	44,0
		0,100	0,100	-3,727	3,657	163	21	62,4	85,2	99,8	74,9	40,8
		0,100	0,200	-2,681	3,632	106	14	44,0	57,2	67,2	59,3	38,6
		0,100	0,399	-1,364	3,050	59	8	21,9	26,9	31,6	32,2	26,8
		0,201	0,050	-4,640	2,555	158	19	74,3	92,0	90,7	57,9	29,7
		0,200	0,100	-3,503	2,710	109	13	55,3	66,6	68,3	51,6	30,5
		0,200	0,200	-2,444	2,448	66	8	36,4	41,6	43,0	36,8	25,8
	$D = 2,0$ $s = 0,1452$	0,319	0,313	-1,245	1,376	22	2	13,7	13,8	13,5	12,4	10,6
		0,404	0,100	-3,013	1,309	59	6	36,5	36,5	32,3	24,1	15,4
		0,025	0,025	-5,042	5,066	213	30	68,6	105,1	149,0	90,4	39,3
		0,025	0,050	-4,001	4,807	188	27	54,6	83,2	121,6	82,8	37,5
		0,025	0,100	-3,032	4,690	157	23	41,3	62,5	93,5	74,2	36,5
		0,050	0,025	-4,773	4,016	191	26	64,6	96,0	123,9	72,3	31,7
		0,050	0,050	-3,943	3,911	158	22	53,5	78,0	101,1	66,9	30,8
		0,050	0,100	-3,200	3,966	119	17	43,3	61,2	78,8	61,0	31,2
		0,050	0,200	-2,123	3,874	89	13	29,0	40,2	53,2	49,0	29,6
		0,100	0,025	-4,617	3,035	161	21	61,9	86,2	97,2	55,1	24,5
		0,100	0,050	-3,953	3,213	121	16	52,8	71,1	80,4	53,3	25,7
		0,100	0,100	-2,948	2,924	96	13	39,4	51,9	59,6	44,6	23,4
		0,100	0,200	-2,105	2,681	64	9	27,7	34,8	39,8	34,2	21,1
		0,101	0,404	-1,078	2,113	34	5	13,7	16,2	18,3	17,9	14,2
		0,198	0,050	-3,599	1,985	97	12	45,8	55,6	54,7	34,6	17,2
		0,200	0,100	-2,757	2,203	66	8	34,1	40,3	41,1	31,0	17,8
		0,200	0,200	-2,204	1,426	43	6	24,9	26,8	25,9	20,2	12,5
	$D = 3,0$ $s = 0,1862$	0,318	0,305	-1,045	1,045	13	1	9,0	8,9	8,5	7,6	6,4
		0,397	0,099	-2,356	0,828	44	5	22,3	22,1	19,2	13,4	7,8
		0,025	0,025	-2,863	3,126	65	11	23,0	32,0	44,2	27,3	10,4
		0,025	0,050	-2,310	2,829	57	10	18,7	25,8	35,8	24,1	9,5
		0,025	0,099	-1,684	2,630	50	9	14,1	19,3	27,4	21,1	8,9
		0,050	0,025	-2,831	2,438	56	9	22,7	30,3	37,1	21,6	8,3
		0,050	0,050	-2,388	1,988	51	9	18,9	25,0	30,3	18,1	7,0
		0,050	0,099	-1,751	2,034	40	7	14,2	18,4	22,9	16,6	7,0
		0,050	0,201	-1,205	1,996	28	5	9,8	12,4	15,3	13,4	6,9
		0,099	0,025	-2,704	1,492	56	9	21,1	26,8	29,1	14,7	5,6
		0,100	0,050	-2,355	1,584	38	6	18,5	22,5	23,7	14,3	5,7
		0,100	0,099	-1,896	1,359	33	6	14,8	17,5	18,5	12,0	5,0
		0,101	0,202	-1,170	1,463	19	3	9,2	10,6	11,5	9,7	5,4
		0,100	0,350	-0,601	1,327	14	2	5,2	5,9	6,5	6,3	4,4
		0,201	0,050	-1,991	0,826	40	6	14,7	16,6	15,9	9,2	4,1
		0,195	0,103	-1,487	0,832	29	4	10,6	11,9	11,7	8,0	4,0
	$D = 5,0$ $s = 0,2675$	0,187	0,183	-1,027	1,027	18	2	7,6	8,3	8,4	6,9	4,1
		0,381	0,093	-1,327	0,601	13	1	8,1	7,6	6,5	4,5	2,4
		0,026	0,026	-1,647	1,459	24	6	8,1	10,0	13,1	7,0	2,0
		0,025	0,050	-1,251	1,449	28	7	6,0	7,7	11,0	6,7	2,0
		0,024	0,100	-0,994	1,447	19	5	4,8	6,0	8,3	6,2	2,0
		0,049	0,026	-1,565	1,164	29	6	7,2	9,0	11,6	5,8	2,0
		0,049	0,051	-1,206	1,508	17	3	6,0	7,3	9,1	6,7	3,0
		0,056	0,098	-1,076	1,315	10	2	5,6	6,3	6,8	5,1	2,0
		0,029	0,258	-0,709	1,262	8	2	3,4	3,8	4,5	4,4	2,0
		0,068	0,025	-1,549	1,036	22	4	7,2	8,8	10,2	5,4	2,0
		0,100	0,048	-1,315	1,025	13	2	5,9	6,8	7,3	4,8	2,0
		0,086	0,083	-1,000	1,000	13	2	4,7	5,5	6,3	4,6	2,0
		0,073	0,157	-0,719	0,899	11	2	3,5	4,0	4,6	3,8	2,0
		0,218	0,047	-1,262	0,709	9	1	5,2	5,3	4,7	2,8	1,0
		0,184	0,086	-0,946	0,685	8	1	4,2	4,3	4,0	2,7	1,0
		0,140	0,188	-0,631	0,631	6	1	3,1	3,1	3,0	2,4	1,0
		0,344	0,063	-0,815	0,369	5	0	3,7	3,4	2,8	1,9	1,0

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$
0,2	$D = 1,5$ $s = 0,2477$	0,025	0,025	-7,625	7,751	319	78	91,8	150,9	224,9	142,1	67,4
		0,025	0,050	-6,088	7,500	279	69	73,2	120,0	184,4	131,8	65,2
		0,025	0,100	-4,617	6,903	242	61	55,7	90,5	141,4	113,6	60,1
		0,050	0,025	-6,788	5,422	368	89	81,1	131,0	185,9	102,9	48,1
		0,050	0,050	-5,985	5,930	238	58	72,0	112,3	152,4	104,3	52,3
		0,050	0,100	-4,717	6,059	182	45	57,3	86,9	118,5	95,5	52,5
		0,050	0,200	-2,911	5,049	183	46	35,0	53,7	77,4	69,5	42,5
		0,100	0,025	-6,934	4,434	250	59	82,5	122,7	144,1	82,9	39,7
		0,100	0,050	-5,875	4,972	182	43	69,8	101,3	120,9	84,1	43,9
		0,100	0,100	-4,429	4,780	142	34	52,7	74,6	91,0	72,4	41,6
		0,100	0,200	-3,134	4,341	98	24	36,3	49,2	60,0	54,6	37,0
		0,100	0,400	-1,673	3,059	64	17	18,4	23,4	27,9	28,0	22,7
		0,201	0,050	-5,378	3,301	141	32	61,2	79,4	82,3	55,4	29,9
		0,203	0,100	-4,244	3,209	96	22	47,3	58,2	60,7	46,8	28,4
		0,200	0,200	-2,876	2,669	64	15	29,8	35,3	37,4	32,4	22,7
		0,297	0,297	-1,700	1,405	31	7	13,5	14,3	14,3	13,0	10,6
		0,400	0,100	-3,428	1,525	58	12	29,9	31,4	28,8	22,1	14,6
	$D = 1,75$ $s = 0,2706$	0,025	0,025	-5,177	5,393	152	40	44,3	69,9	104,2	65,9	29,6
		0,025	0,050	-4,171	5,250	131	35	36,0	56,3	85,3	61,3	28,9
		0,025	0,100	-3,180	4,991	110	30	27,6	42,8	65,6	54,1	27,5
		0,050	0,025	-5,107	4,250	132	34	43,6	66,1	86,9	52,3	23,7
		0,050	0,050	-4,032	4,083	115	30	34,5	52,0	70,6	48,1	22,8
		0,050	0,100	-3,301	4,089	86	23	28,3	41,2	54,9	43,5	22,7
		0,050	0,200	-1,955	3,472	89	24	17,2	25,3	36,0	32,2	18,8
		0,100	0,025	-4,927	3,139	112	28	41,5	59,0	67,7	39,2	18,0
		0,100	0,050	-3,957	3,323	88	22	33,7	47,0	55,7	38,2	18,9
		0,100	0,100	-3,044	3,267	67	17	25,8	35,1	42,2	33,4	18,3
		0,099	0,200	-2,162	2,987	46	12	17,9	23,3	27,9	25,3	16,4
		0,101	0,402	-1,189	2,102	27	8	9,8	11,8	13,5	13,3	10,3
		0,200	0,050	-3,673	2,195	68	16	29,7	37,2	38,2	25,4	13,0
		0,201	0,099	-2,790	2,270	47	11	22,6	27,3	28,6	22,2	13,1
		0,200	0,199	-1,704	1,817	40	9	13,3	15,9	17,3	15,0	10,0
		0,315	0,288	-1,104	1,104	11	2	6,6	6,7	6,6	6,0	5,0
		0,401	0,100	-2,296	0,733	35	8	13,9	14,2	12,8	9,4	5,8
	$D = 2,0$ $s = 0,2933$	0,025	0,025	-3,987	4,176	89	25	27,3	41,3	60,5	38,4	16,4
		0,025	0,050	-3,218	4,055	77	22	22,0	33,2	49,5	35,7	15,9
		0,025	0,099	-2,434	3,853	65	19	17,0	25,2	38,0	31,5	15,2
		0,050	0,025	-3,924	3,316	77	21	26,7	39,0	50,7	30,7	13,3
		0,050	0,050	-2,973	3,356	70	19	20,4	30,0	41,6	29,3	13,3
		0,050	0,100	-2,633	3,179	49	14	17,8	24,8	32,1	25,4	12,6
		0,050	0,199	-1,661	3,014	38	11	11,6	16,0	21,5	20,3	12,0
		0,101	0,025	-3,801	2,466	65	17	25,4	34,9	39,7	23,1	10,1
		0,100	0,050	-3,067	2,435	53	14	20,6	27,7	32,3	21,6	10,0
		0,100	0,100	-2,512	2,215	40	11	16,5	21,4	24,4	18,2	9,2
		0,100	0,200	-1,457	2,226	35	9	9,7	12,9	16,1	14,5	8,9
		0,101	0,400	-0,785	2,009	15	4	5,3	6,4	7,6	8,0	6,8
		0,200	0,050	-2,842	1,361	52	14	17,8	21,6	21,9	13,2	6,0
		0,201	0,100	-1,988	1,486	34	8	12,7	15,3	16,2	12,1	6,6
		0,201	0,206	-1,343	1,555	18	4	8,2	9,3	10,0	9,1	6,5
		0,255	0,294	-0,907	0,821	9	2	5,1	5,2	5,1	4,6	3,6
		0,410	0,100	-1,918	0,703	18	4	8,5	8,4	7,5	5,4	3,0
	$D = 3,0$ $s = 0,3869$	0,025	0,025	-1,922	2,023	34	11	7,4	10,5	16,4	10,0	4,0
		0,026	0,051	-1,654	1,902	22	8	6,8	9,1	12,7	9,1	4,0
		0,026	0,092	-1,366	1,800	20	8	5,8	7,6	10,5	8,2	3,0
		0,050	0,025	-2,132	1,575	21	7	8,6	11,0	13,3	8,0	3,0
		0,050	0,050	-1,520	1,787	24	7	5,9	8,1	11,4	8,2	3,0
		0,048	0,096	-1,288	1,452	18	7	5,4	6,8	8,7	6,6	3,0
		0,051	0,191	-0,957	1,238	12	5	4,2	5,1	6,1	5,5	3,0
		0,101	0,025	-2,000	1,207	19	6	7,9	9,6	10,6	5,9	2,0
		0,099	0,049	-1,492	1,225	20	6	5,8	7,3	8,8	5,6	2,0
		0,082	0,098	-1,226	1,226	14	5	5,2	6,2	7,1	5,3	2,0
		0,082	0,186	-0,839	1,161	9	3	3,8	4,3	4,9	4,3	2,0
		0,040	0,640	-0,453	1,000	4	2	1,1	1,2	1,3	1,6	2,0
		0,178	0,049	-1,470	0,913	13	3	5,5	6,3	6,7	4,6	2,0
		0,176	0,099	-1,161	0,839	9	2	4,0	4,6	4,9	4,0	2,0
		0,232	0,256	-0,473	0,473	6	3	2,0	2,0	1,9	1,6	1,0
		0,315	0,082	-1,000	0,453	9	2	3,3	3,4	3,1	2,2	1,0

Annex E (informative)

Design of fixed trial/failure terminated test plans – Figures and tables to determine D and c or n and c

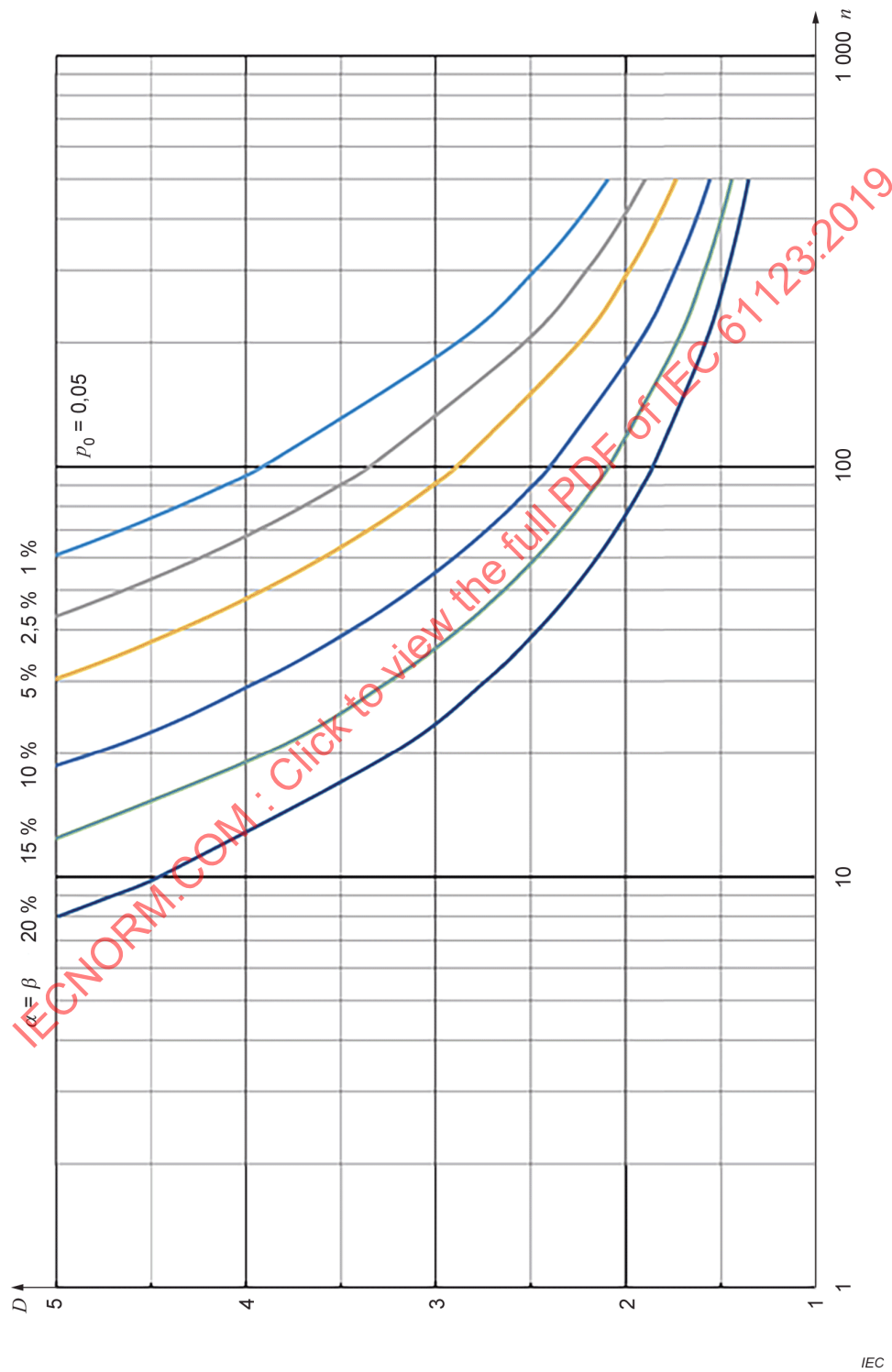


Figure E.1 – Discrimination ratio, D , versus number of events, n for $p_0 = 0,05$

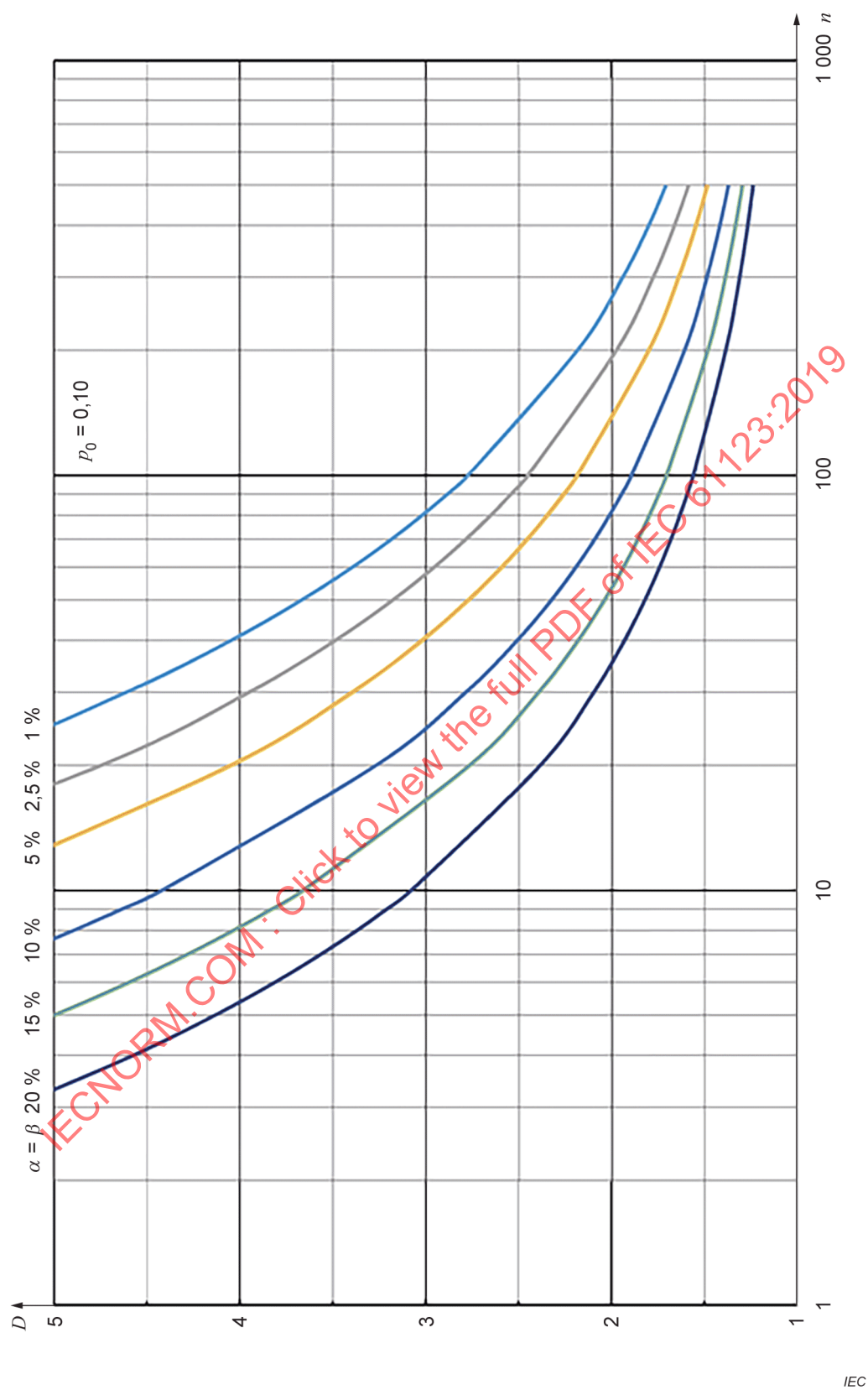


Figure E.2 – Discrimination ratio, D , versus number of events, n for $p_0 = 0,10$

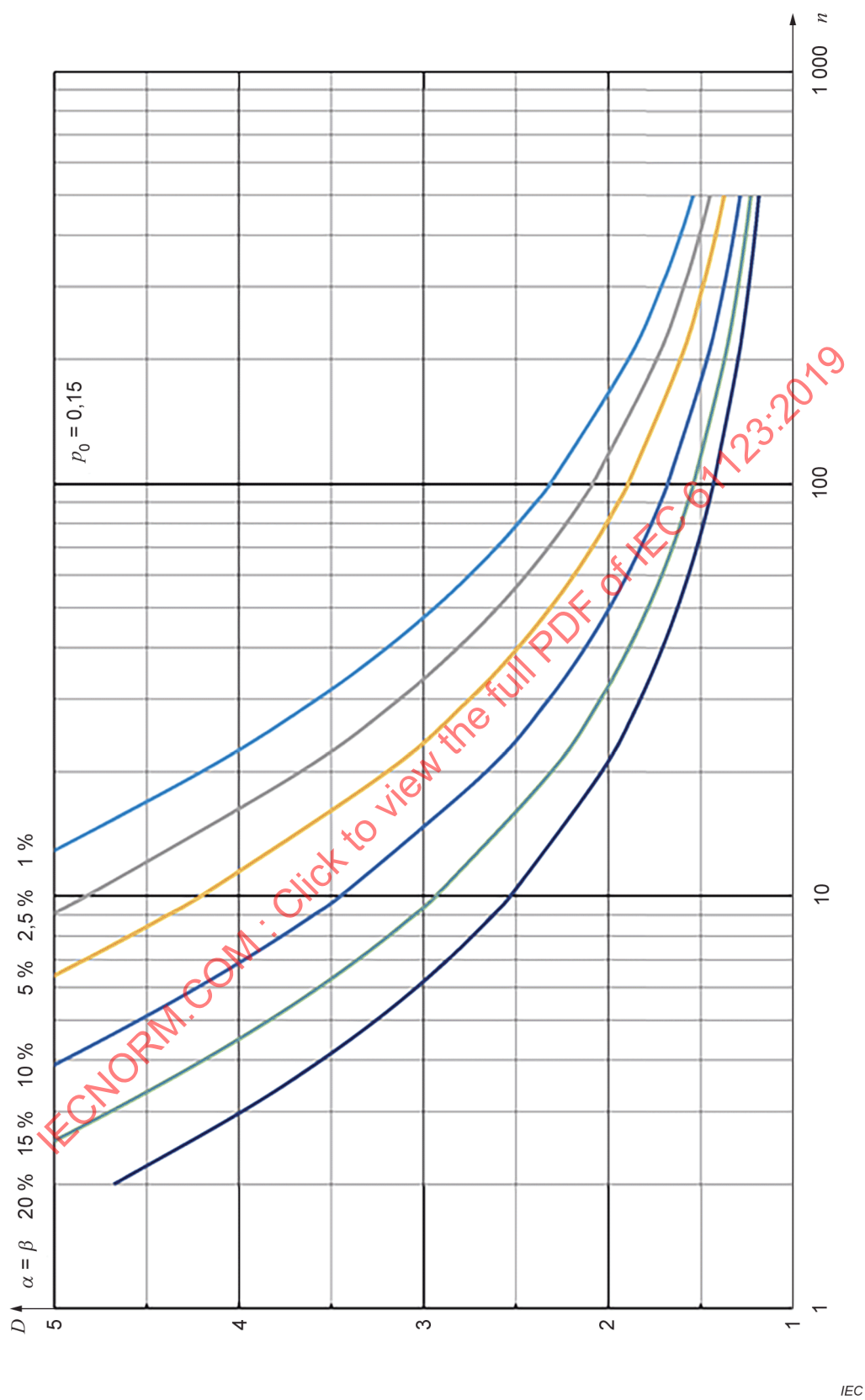


Figure E.3 – Discrimination ratio, D , versus number of events, n for $p_0 = 0,15$

Table E.1 – Acceptable number of failures, c , versus number of events, n for $p_0 = 0,05$ (1 of 2)

n	c					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
1	1	1	0	0	0	0
2	1	1	1	0	0	0
3	1	1	1	1	0	0
4	2	1	1	1	1	0
5	2	1	1	1	1	1
6	2	2	1	1	1	1
7	2	2	1	1	1	1
8	2	2	2	1	1	1
9	2	2	2	1	1	1
10	3	2	2	1	1	1
11	3	2	2	2	1	1
12	3	2	2	2	1	1
13	3	2	2	2	1	1
14	3	3	2	2	2	1
15	3	3	2	2	2	1
16	3	3	2	2	2	1
17	3	3	3	2	2	2
18	4	3	3	2	2	2
19	4	3	3	2	2	2
20	4	3	3	2	2	2
21	4	3	3	2	2	2
22	4	3	3	3	2	2
23	4	4	3	3	2	2
24	4	4	3	3	2	2
25	4	4	3	3	2	2
26	4	4	3	3	2	2
27	5	4	3	3	3	2
28	5	4	3	3	3	2
29	5	4	4	3	3	2
30	5	4	4	3	3	2
31	5	4	4	3	3	3
32	5	4	4	3	3	3
33	5	4	4	3	3	3
34	5	5	4	3	3	3
35	5	5	4	4	3	3
36	5	5	4	4	3	3
37	5	5	4	4	3	3
38	6	5	4	4	3	3
39	6	5	4	4	3	3
40	6	5	4	4	3	3
41	6	5	5	4	3	3
42	6	5	5	4	4	3
43	6	5	5	4	4	3
44	6	5	5	4	4	3
45	6	5	5	4	4	3
46	6	6	5	4	4	3
47	6	6	5	4	4	4
48	6	6	5	4	4	4
49	7	6	5	4	4	4
50	7	6	5	5	4	4

n	c					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
51	7	6	5	5	4	4
52	7	6	5	5	4	4
53	7	6	5	5	4	4
54	7	6	6	5	4	4
55	7	6	6	5	4	4
56	7	6	6	5	4	4
57	7	6	6	5	5	4
58	7	7	6	5	5	4
59	7	7	6	5	5	4
60	7	7	6	5	5	4
61	8	7	6	5	5	4
62	8	7	6	5	5	4
63	8	7	6	5	5	5
64	8	7	6	6	5	5
65	8	7	6	6	5	5
66	8	7	6	6	5	5
67	8	7	6	6	5	5
68	8	7	7	6	5	5
69	8	7	7	6	5	5
70	8	7	7	6	5	5
71	8	8	7	6	5	5
72	8	8	7	6	6	5
73	9	8	7	6	6	5
74	9	8	7	6	6	5
75	9	8	7	6	6	5
76	9	8	7	6	6	5
77	9	8	7	6	6	5
78	9	8	7	6	6	5
79	9	8	7	7	6	6
80	9	8	7	7	6	6
81	9	8	7	7	6	6
82	9	8	8	7	6	6
83	9	8	8	7	6	6
84	9	8	8	7	6	6
85	9	9	8	7	6	6
86	10	9	8	7	6	6
87	10	9	8	7	6	6
88	10	9	8	7	7	6
89	10	9	8	7	7	6
90	10	9	8	7	7	6
91	10	9	8	7	7	6
92	10	9	8	7	7	6
93	10	9	8	7	7	6
94	10	9	8	7	7	6
95	10	9	8	8	7	6
96	10	9	9	8	7	7
97	10	9	9	8	7	7
98	10	9	9	8	7	7
99	11	10	9	8	7	7
100	11	10	9	8	7	7

n	c					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
101	11	10	9	8	7	7
102	11	10	9	8	7	7
103	11	10	9	8	7	7
104	11	10	9	8	7	7
105	11	10	9	8	8	7
106	11	10	9	8	8	7
107	11	10	9	8	8	7
108	11	10	9	8	8	7
109	11	10	9	8	8	7
110	11	10	9	9	8	7
111	11	10	10	9	8	7
112	12	10	10	9	8	7
113	12	11	10	9	8	8
114	12	11	10	9	8	8
115	12	11	10	9	8	8
116	12	11	10	9	8	8
117	12	11	10	9	8	8
118	12	11	10	9	8	8
119	12	11	10	9	8	8
120	12	11	10	9	8	8
121	12	11	10	9	9	8
122	12	11	10	9	9	8
123	12	11	10	9	9	8
124	12	11	10	9	9	8
125	13	11	10	9	9	8
126	13	11	11	10	9	8
127	13	12	11	10	9	8
128	13	12	11	10	9	8
129	13	12	11	10	9	8
130	13	12	11	10	9	9
131	13	12	11	10	9	9
132	13	12	11	10	9	9
133	13	12	11	10	9	9
134	13	12	11	10	9	9
135	13	12	11	10	9	9
136	13	12	11	10	9	9
137	13	12	11	10	9	9
138	13	12	11	10	10	9
139	14	12	11	10	10	9
140	14	12	11	10	10	9
141	14	12	12	10	10	9
142	14	13	12	11	10	9
143	14	13	12	11	10	9
144	14	13	12	11	10	9
145	14	13	12	11	10	9
146	14	13	12	11	10	9
147	14	13	12	11	10	10
148	14	13	12	11	10	10
149	14	13	12	11	10	10
150	14	13	12	11	10	10

 $D > 5$ $3 \leq D \leq 5$ $D < 3$ $3 \leq D \leq 5$ $D < 3$ $3 \leq D \leq 5$ $D < 3$

Table E.1 (2 of 2)

n	c					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
151	14	13	12	11	10	10
152	14	13	12	11	10	10
153	15	13	12	11	10	10
154	15	13	12	11	11	10
155	15	13	12	11	11	10
156	15	13	12	11	11	10
157	15	13	12	11	11	10
158	15	13	12	11	11	10
159	15	14	13	12	11	10
160	15	14	13	12	11	10
161	15	14	13	12	11	10
162	15	14	13	12	11	10
163	15	14	13	12	11	10
164	15	14	13	12	11	10
165	15	14	13	12	11	11
166	15	14	13	12	11	11
167	15	14	13	12	11	11
168	16	14	13	12	11	11
169	16	14	13	12	11	11
170	16	14	13	12	11	11
171	16	15	13	12	12	11
172	16	15	14	12	12	11
173	16	15	14	12	12	11
174	16	15	14	12	12	11
175	16	15	14	13	12	11
176	16	15	14	13	12	11
177	16	15	14	13	12	11
178	16	15	14	13	12	11
179	16	15	14	13	12	11
180	16	15	14	13	12	11
181	16	15	14	13	12	11
182	17	15	14	13	12	12
183	17	15	14	13	12	12
184	17	15	14	13	12	12
185	17	15	14	13	12	12
186	17	16	14	13	12	12
187	17	16	14	13	12	12
188	17	16	15	13	12	12
189	17	16	15	13	13	12
190	17	16	15	13	13	12
191	17	16	15	13	13	12
192	17	16	15	14	13	12
193	17	16	15	14	13	12
194	17	16	15	14	13	12
195	17	16	15	14	13	12
196	17	16	15	14	13	12
197	18	16	15	14	13	12
198	18	16	15	14	13	12
199	18	16	15	14	13	12
200	18	16	15	14	13	13
201	18	16	15	14	13	13
202	18	17	15	14	13	13
203	18	17	15	14	13	13
204	18	17	16	14	13	13
205	18	17	16	14	13	13
206	18	17	16	14	14	13
207	18	17	16	14	14	13
208	18	17	16	15	14	13
209	18	17	16	15	14	13
210	18	17	16	15	14	13
211	19	17	16	15	14	13
212	19	17	16	15	14	13
213	19	17	16	15	14	13
214	19	17	16	15	14	13
215	19	17	16	15	14	13
216	19	17	16	15	14	13
217	19	18	16	15	14	13
218	19	18	16	15	14	14
219	19	18	16	15	14	14
220	19	18	17	15	14	14
221	19	18	17	15	14	14
222	19	18	17	15	14	14
223	19	18	17	15	15	14
224	19	18	17	15	15	14
225	19	18	17	16	15	14
226	20	18	17	16	15	14
227	20	18	17	16	15	14
228	20	18	17	16	15	14
229	20	18	17	16	15	14
230	20	18	17	16	15	14
231	20	18	17	16	15	14
232	20	18	17	16	15	14
233	20	19	17	16	15	14
234	20	19	17	16	15	14
235	20	19	17	16	15	15
236	20	19	18	16	15	15
237	20	19	18	16	15	15
238	20	19	18	16	15	15
239	20	19	18	16	15	15
240	20	19	18	16	15	15
241	21	19	18	16	16	15
242	21	19	18	17	16	15
243	21	19	18	17	16	15
244	21	19	18	17	16	15
245	21	19	18	17	16	15
246	21	19	18	17	16	15
247	21	19	18	17	16	15
248	21	20	18	17	16	15
249	21	20	18	17	16	15
250	21	20	18	17	16	15
251	21	20	18	17	16	15
252	21	20	19	17	16	15
253	21	20	19	17	16	16
254	21	20	19	17	16	16
255	21	20	19	17	16	16
256	22	20	19	17	16	16
257	22	20	19	17	16	16
258	22	20	19	17	17	16
259	22	20	19	18	17	16
260	22	20	19	18	17	16
261	22	20	19	18	17	16
262	22	20	19	18	17	16
263	22	20	19	18	17	16
264	22	21	19	18	17	16
265	22	21	19	18	17	16
266	22	21	19	18	17	16
267	22	21	19	18	17	16
268	22	21	19	18	17	16
269	22	21	20	18	17	16
270	22	21	20	18	17	16
271	23	21	20	18	17	17
272	23	21	20	18	17	17
273	23	21	20	18	17	17
274	23	21	20	18	17	17
275	23	21	20	18	17	17
276	23	21	20	19	18	17
277	23	21	20	19	18	17
278	23	21	20	19	18	17
279	23	21	20	19	18	17
280	23	22	20	19	18	17
281	23	22	20	19	18	17
282	23	22	20	19	18	17
283	23	22	20	19	18	17
284	23	22	20	19	18	17
285	23	22	21	19	18	17
286	23	22	21	19	18	17
287	24	22	21	19	18	17
288	24	22	21	19	18	17
289	24	22	21	19	18	18
290	24	22	21	19	18	18
291	24	22	21	19	18	18
292	24	22	21	19	18	18
293	24	22	21	20	19	18
294	24	22	21	20	19	18
295	24	22	21	20	19	18
296	24	23	21	20	19	18
297	24	23	21	20	19	18
298	24	23	21	20	19	18
299	24	23	21	20	19	18
300	24	23	21	20	19	18

 $D < 3$ $D < 3$ $D < 3$ NOTE Number of events, n : 1 ... 300. Risk levels $\alpha = \beta$: 1 %, 2,5 %, 5 %, 10 %, 15 %, 20 %.

Table E.2 – Acceptable number of failures, c , versus number of events, n for $p_0 = 0,10$ (1 of 2)

n	c					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
1	1	1	1	0	0	0
2	2	1	1	1	1	0
3	2	2	1	1	1	1
4	2	2	2	1	1	1
5	2	2	2	1	1	1
6	3	2	2	2	1	1
7	3	3	2	2	1	1
8	3	3	2	2	2	1
9	3	3	3	2	2	2
10	4	3	3	3	2	2
11	4	3	3	3	2	2
12	4	4	3	3	2	2
13	4	4	3	3	2	2
14	4	4	3	3	3	2
15	5	4	4	3	3	2
16	5	4	4	3	3	3
17	5	4	4	3	3	3
18	5	5	4	3	3	3
19	5	5	4	4	3	3
20	6	5	4	4	3	3
21	6	5	5	4	4	3
22	6	5	5	4	4	3
23	6	5	5	4	4	3
24	6	6	5	4	4	4
25	6	6	5	4	4	4
26	7	6	5	5	4	4
27	7	6	5	5	4	4
28	7	6	6	5	4	4
29	7	6	6	5	5	4
30	7	7	6	5	5	4
31	7	7	6	5	5	4
32	8	7	6	5	5	5
33	8	7	6	6	5	5
34	8	7	6	6	5	5
35	8	7	7	6	5	5
36	8	7	7	6	5	5
37	8	8	7	6	6	5
38	9	8	7	6	6	5
39	9	8	7	6	6	5
40	9	8	7	6	6	6
41	9	8	7	7	6	6
42	9	8	8	7	6	6
43	9	8	8	7	6	6
44	10	9	8	7	6	6
45	10	9	8	7	7	6
46	10	9	8	7	7	6
47	10	9	8	7	7	6
48	10	9	8	8	7	7
49	10	9	9	8	7	7
50	10	9	9	8	7	7

$3 \leq D \leq 5$

$D < 3$

$D < 3$

$D < 3$

Table E.2 (2 of 2)

<i>n</i>	<i>c</i>					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
151	24	23	21	20	19	18
152	24	23	21	20	19	18
153	24	23	22	20	19	18
154	25	23	22	20	19	18
155	25	23	22	20	19	19
156	25	23	22	20	19	19
157	25	23	22	21	20	19
158	25	24	22	21	20	19
159	25	24	22	21	20	19
160	25	24	22	21	20	19
161	25	24	23	21	20	19
162	26	24	23	21	20	19
163	26	24	23	21	20	19
164	26	24	23	21	20	20
165	26	24	23	22	20	20
166	26	25	23	22	20	20
167	26	25	23	22	21	20
168	26	25	23	22	21	20
169	27	25	24	22	21	20
170	27	25	24	22	21	20
171	27	25	24	22	21	20
172	27	25	24	22	21	20
173	27	25	24	22	21	21
174	27	26	24	23	22	21
175	27	26	24	23	22	21
176	27	26	24	23	22	21
177	28	26	25	23	22	21
178	28	26	25	23	22	21
179	28	26	25	23	22	21
180	28	26	25	23	22	21
181	28	26	25	23	22	21
182	28	26	25	23	22	22
183	28	27	25	24	23	22
184	28	27	25	24	23	22
185	29	27	25	24	23	22
186	29	27	26	24	23	22
187	29	27	26	24	23	22
188	29	27	26	24	23	22
189	29	27	26	24	23	22
190	29	27	26	24	23	22
191	29	28	26	24	23	23
192	29	28	26	25	24	23
193	30	28	26	25	24	23
194	30	28	26	25	24	23
195	30	28	27	25	24	23
196	30	28	27	25	24	23
197	30	28	27	25	24	23
198	30	28	27	25	24	23
199	30	29	27	25	24	23
200	30	29	27	26	24	24
201	31	29	27	26	25	24
202	31	29	27	26	25	24
203	31	29	28	26	25	24
204	31	29	28	26	25	24
205	31	29	28	26	25	24
206	31	29	28	26	25	24
207	31	30	28	26	25	24
208	31	30	28	26	25	24
209	32	30	28	27	25	25
210	32	30	28	27	26	25
211	32	30	28	27	26	25
212	32	30	29	27	26	25
213	32	30	29	27	26	25
214	32	30	29	27	26	25
215	32	30	29	27	26	25
216	32	31	29	27	26	25
217	33	31	29	27	26	25
218	33	31	29	28	26	25
219	33	31	29	28	27	26
220	33	31	30	28	27	26
221	33	31	30	28	27	26
222	33	31	30	28	27	26
223	33	31	30	28	27	26
224	33	32	30	28	27	26
225	34	32	30	28	27	26
226	34	32	30	28	27	26
227	34	32	30	29	27	26
228	34	32	30	29	27	27
229	34	32	31	29	28	27
230	34	32	31	29	28	27
231	34	32	31	29	28	27
232	34	33	31	29	28	27
233	34	33	31	29	28	27
234	35	33	31	29	28	27
235	35	33	31	29	28	27
236	35	33	31	30	28	27
237	35	33	32	30	28	28
238	35	33	32	30	29	28
239	35	33	32	30	29	28
240	35	33	32	30	29	28
241	35	34	32	30	29	28
242	36	34	32	30	29	28
243	36	34	32	30	29	28
244	36	34	32	30	29	28
245	36	34	32	31	29	28
246	36	34	33	31	29	29
247	36	34	33	31	30	29
248	36	34	33	31	30	29
249	36	35	33	31	30	29
250	37	35	33	31	30	29
251	37	35	33	31	30	29
252	37	35	33	31	30	29
253	37	35	33	31	30	29
254	37	35	33	32	30	29
255	37	35	34	32	30	29
256	37	35	34	32	31	30
257	37	35	34	32	31	30
258	38	36	34	32	31	30
259	38	36	34	32	31	30
260	38	36	34	32	31	30
261	38	36	34	32	31	30
262	38	36	34	32	31	30
263	38	36	35	33	31	30
264	38	36	35	33	31	30
265	38	36	35	33	32	31
266	39	37	35	33	32	31
267	39	37	35	33	32	31
268	39	37	35	33	32	31
269	39	37	35	33	32	31
270	39	37	35	33	32	31
271	39	37	35	34	32	31
272	39	37	36	34	32	31
273	39	37	36	34	32	31
274	39	37	36	34	33	32
275	40	38	36	34	33	32
276	40	38	36	34	33	32
277	40	38	36	34	33	32
278	40	38	36	34	33	32
279	40	38	36	34	33	32
280	40	38	36	35	33	32
281	40	38	37	35	33	32
282	40	38	37	35	33	32
283	41	39	37	35	34	33
284	41	39	37	35	34	33
285	41	39	37	35	34	33
286	41	39	37	35	34	33
287	41	39	37	35	34	33
288	41	39	37	35	34	33
289	41	39	37	36	34	33
290	41	39	38	36	34	33
291	42	39	38	36	34	33
292	42	40	38	36	35	33
293	42	40	38	36	35	34
294	42	40	38	36	35	34
295	42	40	38	36	35	34
296	42	40	38	36	35	34
297	42	40	38	36	35	34
298	42	40	39	37	35	34
299	43	40	39	37	35	34
300	43	41	39	37	35	34

D < 3

D < 3

D < 3

NOTE Number of events, *n*: 1 ... 300. Risk levels $\alpha = \beta$: 1 %, 2,5 %, 5 %, 10 %, 15 %, 20 %.

Table E.3 – Acceptable number of failures, c , versus number of events, n for $p_0 = 0,15$ (1 of 2)

n	c					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
1	1	1	1	1	0	0
2	2	1	1	1	1	1
3	2	2	2	1	1	1
4	3	2	2	2	1	1
5	3	3	2	2	2	1
6	3	3	2	2	2	2
7	4	3	3	2	2	2
8	4	3	3	3	2	2
9	4	4	3	3	2	2
10	4	4	3	3	3	2
11	5	4	4	3	3	3
12	5	4	4	3	3	3
13	5	5	4	4	3	3
14	6	5	4	4	3	3
15	6	5	5	4	4	3
16	6	5	5	4	4	4
17	6	6	5	4	4	4
18	7	6	5	5	4	4
19	7	6	6	5	4	4
20	7	6	6	5	5	4
21	7	7	6	5	5	4
22	8	7	6	5	5	5
23	8	7	6	6	5	5
24	8	7	7	6	5	5
25	8	8	7	6	6	5
26	9	8	7	6	6	5
27	9	8	7	6	6	6
28	9	8	7	7	6	6
29	9	8	8	7	6	6
30	9	9	8	7	7	6
31	10	9	8	7	7	6
32	10	9	8	7	7	6
33	10	9	8	8	7	7
34	10	9	9	8	7	7
35	11	10	9	8	7	7
36	11	10	9	8	8	7
37	11	10	9	8	8	7
38	11	10	9	9	8	8
39	11	10	10	9	8	8
40	12	11	10	9	8	8
41	12	11	10	9	9	8
42	12	11	10	9	9	8
43	12	11	10	10	9	8
44	13	12	11	10	9	9
45	13	12	11	10	9	9
46	13	12	11	10	9	9
47	13	12	11	10	10	9
48	13	12	11	10	10	9
49	14	13	12	11	10	9
50	14	13	12	11	10	10

D < 3

n	c					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
51	14	13	12	11	10	10
52	14	13	12	11	10	10
53	14	13	12	11	11	10
54	15	14	13	12	11	10
55	15	14	13	12	11	10
56	15	14	13	12	11	11
57	15	14	13	12	11	11
58	15	14	13	12	12	11
59	16	15	14	12	12	11
60	16	15	14	13	12	11
61	16	15	14	13	12	11
62	16	15	14	13	12	12
63	16	15	14	13	12	12
64	17	15	14	13	13	12
65	17	16	15	14	13	12
66	17	16	15	14	13	12
67	17	16	15	14	13	12
68	17	16	15	14	13	13
69	18	16	15	14	13	13
70	18	17	16	14	14	13
71	18	17	16	15	14	13
72	18	17	16	15	14	13
73	18	17	16	15	14	13
74	19	17	16	15	14	14
75	19	18	17	15	14	14
76	19	18	17	15	15	14
77	19	18	17	16	15	14
78	19	18	17	16	15	14
79	20	18	17	16	15	14
80	20	19	17	16	15	15
81	20	19	18	16	15	15
82	20	19	18	17	16	15
83	20	19	18	17	16	15
84	21	19	18	17	16	15
85	21	19	18	17	16	15
86	21	20	19	17	16	16
87	21	20	19	17	17	16
88	21	20	19	18	17	16
89	22	20	19	18	17	16
90	22	20	19	18	17	16
91	22	21	19	18	17	16
92	22	21	20	18	17	17
93	22	21	20	18	18	17
94	23	21	20	19	18	17
95	23	21	20	19	18	17
96	23	22	20	19	18	17
97	23	22	21	19	18	17
98	23	22	21	19	18	18
99	24	22	21	19	19	18
100	24	22	21	20	19	18

D < 3

n	c					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
101	24	22	21	20	19	18
102	24	23	21	20	19	18
103	24	23	22	20	19	18
104	25	23	22	20	19	19
105	25	23	22	21	20	19
106	25	23	22	21	20	19
107	25	24	22	21	20	19
108	25	24	22	21	20	19
109	25	24	23	21	20	19
110	26	24	23	21	20	20
111	26	24	23	22	21	20
112	26	25	23	22	21	20
113	26	25	23	22	21	20
114	26	25	24	22	21	20
115	27	25	24	22	21	20
116	27	25	24	22	21	21
117	27	25	24	23	22	21
118	27	26	24	23	22	21
119	27	26	24	23	22	21
120	28	26	25	23	22	21
121	28	26	25	23	22	21
122	28	26	25	23	22	22
123	28	27	25	24	23	22
124	28	27	25	24	23	22
125	29	27	25	24	23	22
126	29	27	26	24	23	22
127	29	27	26	24	23	22
128	29	27	26	24	23	23
129	29	28	26	25	24	23
130	29	28	26	25	24	23
131	30	28	27	25	24	23
132	30	28	27	25	24	23
133	30	28	27	25	24	23
134	30	29	27	25	24	24
135	30	29	27	26	25	24
136	31	29	27	26	25	24
137	31	29	28	26	25	24
138	31	29	28	26	25	24
139	31	29	28	26	25	24
140	31	30	28	26	25	25
141	31	30	28	27	26	25
142	32	30	28	27	26	25
143	32	30	29	27	26	25
144	32	30	29	27	26	25
145	32	30	29	27	26	25
146	32	31	29	27	26	25
147	33	31	29	28	27	26
148	33	31	30	28	27	26
149	33	31	30	28	27	26
150	33	31	30	28	27	26

D < 3

Table E.3 (2 of 2)

<i>n</i>	<i>c</i>					
	α (%)					
	1	2,5	5	10	15	20
151	33	32	30	28	27	26
152	34	32	30	29	27	26
153	34	32	30	29	28	27
154	34	32	31	29	28	27
155	34	32	31	29	28	27
156	34	32	31	29	28	27
157	34	33	31	29	28	27
158	35	33	31	30	28	27
159	35	33	31	30	29	28
160	35	33	32	30	29	28
161	35	33	32	30	29	28
162	35	34	32	30	29	28
163	36	34	32	30	29	28
164	36	34	32	31	29	28
165	36	34	32	31	30	29
166	36	34	33	31	30	29
167	36	34	33	31	30	29
168	36	35	33	31	30	29
169	37	35	33	31	30	29
170	37	35	33	32	30	29
171	37	35	34	32	30	30
172	37	35	34	32	31	30
173	37	35	34	32	31	30
174	38	36	34	32	31	30
175	38	36	34	32	31	30
176	38	36	34	33	31	30
177	38	36	35	33	31	31
178	38	36	35	33	32	31
179	38	37	35	33	32	31
180	39	37	35	33	32	31
181	39	37	35	33	32	31
182	39	37	35	34	32	31
183	39	37	36	34	32	31
184	39	37	36	34	33	32
185	40	38	36	34	33	32
186	40	38	36	34	33	32
187	40	38	36	34	33	32
188	40	38	36	35	33	32
189	40	38	37	35	33	32
190	40	38	37	35	34	33
191	41	39	37	35	34	33
192	41	39	37	35	34	33
193	41	39	37	35	34	33
194	41	39	37	36	34	33
195	41	39	38	36	34	33
196	42	40	38	36	35	34
197	42	40	38	36	35	34
198	42	40	38	36	35	34
199	42	40	38	36	35	34
200	42	40	38	37	35	34
201	42	40	39	37	35	34
202	43	41	39	37	36	35
203	43	41	39	37	36	35
204	43	41	39	37	36	35
205	43	41	39	37	36	35
206	43	41	40	38	36	35
207	43	41	40	38	36	35
208	44	42	40	38	37	35
209	44	42	40	38	37	36
210	44	42	40	38	37	36
211	44	42	40	38	37	36
212	44	42	41	39	37	36
213	45	42	41	39	37	36
214	45	43	41	39	38	36
215	45	43	41	39	38	37
216	45	43	41	39	38	37
217	45	43	41	39	38	37
218	45	43	42	40	38	37
219	46	44	42	40	38	37
220	46	44	42	40	38	37
221	46	44	42	40	39	38
222	46	44	42	40	39	38
223	46	44	42	40	39	38
224	47	44	43	41	39	38
225	47	45	43	41	39	38
226	47	45	43	41	39	38
227	47	45	43	41	40	39
228	47	45	43	41	40	39
229	47	45	43	41	40	39
230	48	45	44	42	40	39
231	48	46	44	42	40	39
232	48	46	44	42	40	39
233	48	46	44	42	41	40
234	48	46	44	42	41	40
235	48	46	44	42	41	40
236	49	46	45	42	41	40
237	49	47	45	43	41	40
238	49	47	45	43	41	40
239	49	47	45	43	42	40
240	49	47	45	43	42	41
241	50	47	45	43	42	41
242	50	47	46	43	42	41
243	50	48	46	44	42	41
244	50	48	46	44	42	41
245	50	48	46	44	43	41
246	50	48	46	44	43	42
247	51	48	46	44	43	42
248	51	49	47	44	43	42
249	51	49	47	45	43	42
250	51	49	47	45	43	42
251	51	49	47	45	44	42
252	51	49	47	45	44	43
253	52	49	47	45	44	43
254	52	50	48	45	44	43
255	52	50	48	46	44	43
256	52	50	48	46	44	43
257	52	50	48	46	44	43
258	53	50	48	46	45	43
259	53	50	48	46	45	44
260	53	51	49	46	45	44
261	53	51	49	47	45	44
262	53	51	49	47	45	44
263	53	51	49	47	45	44
264	54	51	49	47	46	44
265	54	51	49	47	46	45
266	54	52	50	47	46	45
267	54	52	50	48	46	45
268	54	52	50	48	46	45
269	54	52	50	48	46	45
270	55	52	50	48	47	45
271	55	52	51	48	47	46
272	55	53	51	48	47	46
273	55	53	51	49	47	46
274	55	53	51	49	47	46
275	56	53	51	49	47	46
276	56	53	51	49	48	46
277	56	54	52	49	48	47
278	56	54	52	49	48	47
279	56	54	52	50	48	47
280	56	54	52	50	48	47
281	57	54	52	50	48	47
282	57	54	52	50	49	47
283	57	55	53	50	49	47
284	57	55	53	50	49	48
285	57	55	53	51	49	48
286	57	55	53	51	49	48
287	58	55	53	51	49	48
288	58	55	53	51	49	48
289	58	56	54	51	50	48
290	58	56	54	51	50	49
291	58	56	54	52	50	49
292	58	56	54	52	50	49
293	59	56	54	52	50	49
294	59	56	54	52	50	49
295	59	57	55	52	51	49
296	59	57	55	52	51	50
297	59	57	55	53	51	50
298	60	57	55	53	51	50
299	60	57	55	53	51	50
300	60	57	55	53	51	50

 $D < 3$ $D < 3$ $D < 3$ NOTE Number of events, n : 1 ... 300. Risk levels $\alpha = \beta$: 1 %, 2,5 %, 5 %, 10 %, 15 %, 20 %.

Bibliography

- [1] WALD, A. *Sequential Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1947. Reprinted by Dover Publications, Inc. Mineola, NY, 2013
 - [2] AROIAN, L. A. *Sequential Analysis-Direct Method*. Technometrics 1968; 10: 125–132
 - [3] MICHLIN Y. H., SHAHAM O. *Planning of Truncated Sequential Binomial Test via Relative Efficiency*. Quality and Reliability Engineering Int. 2013; 29: 369–383
 - [4] MICHLIN Y. H., SHAHAM O. *Planning of Sequential Binomial Test for Various Risks Ratio*. Quality and Reliability Engineering Int. 2018; 34, 161–174
 - [5] MICHLIN Y. H., GRABARNIK G. *Search Boundaries of Truncated Discrete Sequential Test*. Journal of Applied Statistics 2010; 37(5): 707–724
 - [6] IEC 61124, *Reliability testing – Compliance tests for constant failure rate and constant failure intensity*
 - [7] ISO 3534-2, *Statistics – Vocabulary and symbols – Part 2: Applied statistics*
 - [8] ABRAMOVITZ, M. and STEGUN, I.A., *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1964. Dover Publications Inc. New York 1974
-

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS	52
INTRODUCTION.....	54
1 Domaine d'application	56
2 Références normatives	56
3 Termes, définitions, termes abrégés et symboles	56
3.1 Termes et définitions	56
3.2 Termes abrégés et symboles	57
3.2.1 Termes abrégés.....	57
3.2.2 Symboles.....	57
4 Exigences générales et domaine d'application.....	58
4.1 Exigence de fiabilité.....	58
4.2 Réparation et remplacement	58
4.3 Types de plans d'essai.....	58
4.3.1 Généralités.....	58
4.3.2 Caractéristiques des types de plans d'essai.....	59
4.4 Méthode générale d'essai	60
4.5 Critères généraux de décision.....	60
5 Plans d'essai de rapport de probabilité progressif tronqué (SPRT).....	61
5.1 Caractéristiques.....	61
5.2 Critères de décision	62
5.3 Courbe d'efficacité (OC).....	63
5.4 Nombre prévu d'épreuves pour décision (ENT)	64
6 Plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances (FTFT)	65
6.1 Caractéristiques.....	65
6.2 Critères de décision	65
7 Conception des plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances	66
7.1 Caractéristiques.....	66
7.2 Approche	66
7.3 Cas typique.....	67
7.4 Autres cas	67
7.5 Exemple d'application	67
7.6 Procédure pour déterminer D et c ou n et c	67
7.6.1 Lecture des figures et des tableaux	67
7.6.2 Utilisation des figures et des tableaux.....	68
7.7 Critères de décision	68
Annexe A (informative) Informations supplémentaires sur les plans d'essai progressifs	69
A.1 Exemple.....	69
A.2 Extension de la série d'essais (par interpolation et extrapolation)	70
A.2.1 Généralités	70
A.2.2 Extrapolation pour $p_0 < 0,001$	70
A.2.3 Interpolation	70
Annexe B (informative) Plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances – Exemples.....	73
B.1 Utilisation des figures et des tableaux.....	73
B.2 Nombre d'événements n , où n est inconnu mais prévisible	73

Annexe C (informative) Plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances – Procédures mathématiques et formules	75
C.1 Généralités	75
C.2 Symboles	75
C.3 Calculs	75
C.3.1 Détermination de D en fonction de n	75
C.3.2 Détermination de n et de c en fonction de p_0 , D , α , β	76
C.3.3 Essai sans défaillances – Détermination de n et de D en fonction de p_0 , α , β	77
C.3.4 Détermination des courbes d'efficacité	77
C.3.5 Détermination des courbes d'efficacité inverses	77
C.4 Précision	78
C.5 Tableaux de la distribution normale cumulée et de son inverse	79
Annexe D (normative) Plans d'essai progressifs tronqués	80
Annexe E (informative) Plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances – Figures et tableaux pour déterminer D et c ou n et c	89
Bibliographie	98
Figure 1 – Nombre prévu et nombre maximal d'épreuves pour un SPRT et un FTFT avec les mêmes risques	59
Figure 2 – Diagramme SPRT	63
Figure 3 – Courbe d'efficacité	64
Figure 4 – SPRT – Courbe du nombre prévu d'épreuves pour décision (ENT)	64
Figure 5 – Présentation principale des Tableaux E.1 à E.3	68
Figure A.1 – Exemple d'essai progressif tronqué	69
Figure E.1 – Rapport de discrimination, D , en fonction du nombre d'événements, n pour $p_0 = 0,05$	89
Figure E.2 – Rapport de discrimination, D , en fonction du nombre d'événements, n pour $p_0 = 0,10$	90
Figure E.3 – Rapport de discrimination, D , en fonction du nombre d'événements, n pour $p_0 = 0,15$	91
Tableau 1 – Vue d'ensemble – Nombre maximal d'épreuves et nombre prévu d'épreuves à p_0 pour le SPRT et le FTFT	61
Tableau 2 – Plage des paramètres d'essai	62
Tableau 3 – Courbe d'efficacité	63
Tableau 4 – ENT (n_e) en fonction du rapport vrai de défaillances (p)	64
Tableau 5 – Plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances	65
Tableau A.1 – Exemple d'interpolation par α et β	72
Tableau C.1 – Distribution normale cumulée pour des valeurs fixées de u_γ	79
Tableau C.2 – Distribution normale cumulée inverse pour des valeurs fixées de $1 - \gamma$	79
Tableau D.1 – Plans d'essai progressifs tronqués	80
Tableau E.1 – Nombre acceptable de défaillances, c , en fonction du nombre d'événements, n pour $p_0 = 0,05$	92
Tableau E.2 – Nombre acceptable de défaillances, c , en fonction du nombre d'événements, n pour $p_0 = 0,10$	94
Tableau E.3 – Nombre acceptable de défaillances, c , en fonction du nombre d'événements, n pour $p_0 = 0,15$	96

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

ESSAIS DE FIABILITÉ – PLANS D'ESSAI DE CONFORMITÉ POUR UNE PROPORTION DE SUCCÈS AVANT-PROPOS

- 1) La Commission Electrotechnique Internationale (IEC) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de l'IEC). L'IEC a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, l'IEC – entre autres activités – publie des Normes internationales, des Spécifications techniques, des Rapports techniques, des Spécifications accessibles au public (PAS) et des Guides (ci-après dénommés "Publication(s) de l'IEC"). Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'IEC, participent également aux travaux. L'IEC collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de l'IEC concernant les questions techniques représentent, dans la mesure du possible, un accord international sur les sujets étudiés, étant donné que les Comités nationaux de l'IEC intéressés sont représentés dans chaque comité d'études.
- 3) Les Publications de l'IEC se présentent sous la forme de recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux de l'IEC. Tous les efforts raisonnables sont entrepris afin que l'IEC s'assure de l'exactitude du contenu technique de ses publications; l'IEC ne peut pas être tenue responsable de l'éventuelle mauvaise utilisation ou interprétation qui en est faite par un quelconque utilisateur final.
- 4) Dans le but d'encourager l'uniformité internationale, les Comités nationaux de l'IEC s'engagent, dans toute la mesure possible, à appliquer de façon transparente les Publications de l'IEC dans leurs publications nationales et régionales. Toutes divergences entre toutes Publications de l'IEC et toutes publications nationales ou régionales correspondantes doivent être indiquées en termes clairs dans ces dernières.
- 5) L'IEC elle-même ne fournit aucune attestation de conformité. Des organismes de certification indépendants fournissent des services d'évaluation de conformité et, dans certains secteurs, accèdent aux marques de conformité de l'IEC. L'IEC n'est responsable d'aucun des services effectués par les organismes de certification indépendants.
- 6) Tous les utilisateurs doivent s'assurer qu'ils sont en possession de la dernière édition de cette publication.
- 7) Aucune responsabilité ne doit être imputée à l'IEC, à ses administrateurs, employés, auxiliaires ou mandataires, y compris ses experts particuliers, et les membres de ses comités d'études et des Comités nationaux de l'IEC, pour tout préjudice causé en cas de dommages corporels et matériels, ou de tout autre dommage de quelque nature que ce soit, directe ou indirecte, ou pour supporter les coûts (y compris les frais de justice) et les dépenses découlant de la publication ou de l'utilisation de cette Publication de l'IEC ou de toute autre Publication de l'IEC, ou au crédit qui lui est accordé.
- 8) L'attention est attirée sur les références normatives citées dans cette publication. L'utilisation de publications référencées est obligatoire pour une application correcte de la présente publication.
- 9) L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments de la présente Publication de l'IEC peuvent faire l'objet de droits de brevet. L'IEC ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de brevets et de ne pas avoir signalé leur existence.

La Norme internationale IEC 61123 a été établie par le comité d'études 56 de l'IEC, Sécurité de fonctionnement.

Cette deuxième édition annule et remplace la première édition parue en 1991. Cette édition constitue une révision technique.

Cette édition inclut les modifications techniques majeures suivantes par rapport à l'édition précédente:

- a) l'essai de rapport de probabilité progressif (SPRT – sequential probability ratio test) [1, 2]¹ a été considérablement développé au cours des dernières années [3, 4, 5]. La présente édition décrit des essais plus courts et précis, un large éventail de plans d'essai, ainsi que des données caractéristiques supplémentaires importantes, comme suit:
- les essais sont considérablement tronqués (le nombre maximal d'épreuves est faible) sans pour autant augmenter substantiellement le nombre prévu d'épreuves pour décision (ENT – expected number of trials);
 - les risques vrais du fournisseur et du client (α' , β') sont connus et très proches des valeurs nominales (α , β);
 - la plage des paramètres d'essai est étendue (proportion de défaillance, risques et rapport de discrimination);
 - les plans d'essai intègrent différents rapports de risque (qui ne se limitent pas uniquement à des risques égaux);
 - les valeurs de l'ENT sont précises et données dans la région pertinente (à des fins d'utilisation pratique);
 - des lignes directrices sont fournies en vue d'étendre les séries d'essais (interpolation et extrapolation);
- b) en Annexe C, l'utilisation de la fonction de distribution binomiale cumulative d'Excel pour simplifier la procédure de calcul a été ajoutée (Article C.3).

Le texte de cette Norme internationale est issu des documents suivants:

FDIS	Rapport de vote
56/1852/FDIS	56/1873/RVD

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette Norme internationale.

Ce document a été rédigé selon les Directives ISO/IEC, Partie 2.

Le comité a décidé que le contenu de ce document ne sera pas modifié avant la date de stabilité indiquée sur le site web de l'IEC sous "<http://webstore.iec.ch>" dans les données relatives au document recherché. A cette date, le document sera

- reconduit,
- supprimé,
- remplacé par une édition révisée, ou
- amendé.

IMPORTANT – Le logo "colour inside" qui se trouve sur la page de couverture de cette publication indique qu'elle contient des couleurs qui sont considérées comme utiles à une bonne compréhension de son contenu. Les utilisateurs devraient, par conséquent, imprimer cette publication en utilisant une imprimante couleur.

¹ Les chiffres entre crochets se réfèrent à la bibliographie.

INTRODUCTION

Un essai de conformité constitue une partie essentielle du système d'assurance de la fiabilité. La fiabilité étant affectée par de nombreux facteurs aléatoires, l'exactitude de sa prévision se révèle limitée. La mise en œuvre d'un essai de conformité est un moyen direct de vérifier si l'entité/le système est conforme à ses spécifications de fiabilité.

L'essai permet de vérifier qu'une entité fonctionne conformément aux exigences selon la probabilité spécifiée. Chaque épreuve de l'essai se solde soit par un succès, soit par une défaillance.

La probabilité de prendre la bonne décision au cours de l'essai dépend de la taille de l'échantillon (nombre d'épreuves). Les essais nécessitent une taille d'échantillon importante, ce qui implique de mobiliser des ressources conséquentes en temps et en argent. Cela se vérifie tout particulièrement dans le cas des essais de fiabilité. Aussi, les plans d'échantillonnage des essais doivent être soigneusement planifiés afin de réduire la taille de l'échantillon.

Le présent document concerne les plans d'échantillonnage aux fins des essais.

Les procédures sont fondées sur l'hypothèse que les épreuves de l'essai sont statistiquement indépendantes et que la probabilité de succès, q , qui leur est associée demeure constante. Le présent document s'applique également à la probabilité de défaillance $p = 1 - q$.

Les essais sont caractérisés par la notion d'efficacité (OC – operating characteristic) et par un nombre d'épreuves pour décision.

L'OC désigne la probabilité d'accepter une entité comme satisfaisant aux exigences. Dans le présent document, l'OC est représentée par les coordonnées de ses deux points (selon ISO 3534-2):

- $(p_0, 1 - \alpha)$ sont les coordonnées du point de risque du fournisseur (PRP – producer's risk point);
- (p_1, β) sont les coordonnées du point de risque du client (CRP – consumer's risk point).

Le nombre d'épreuves à effectuer avant de prendre une décision concernant l'essai est une valeur aléatoire et, dans le présent document, il est caractérisé de manière générale par ses valeurs prévue (ENT) et maximale (MaxNT).

Le présent document décrit deux types d'essais:

- l'essai de rapport de probabilité progressif (SPRT) tronqué;
- l'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances (FTFT – fixed trial/failure terminated test).

Le FTFT est caractérisé par des règles de décision d'acceptation ou de rejet de conformité lorsque le nombre maximal d'épreuves n_f (MaxNT) a été atteint ou que le nombre acceptable de défaillances c a été dépassé. La valeur de n_f pour cet essai est la plus faible parmi tous les essais à PRP et CRP spécifiés. Lors de l'essai d'objets pour lesquels $p \leq p_0$, l'ENT est proche de n_f , et il diminue de manière significative lorsque $p > p_0$. Un FTFT présente également l'avantage de permettre une réalisation simultanée de toutes les épreuves; toutefois, l'ENT augmente jusqu'à devenir égal à n_f .

Pour le SPRT, la décision d'accepter ou rejeter la conformité ou de poursuivre l'essai est prise après chaque épreuve. Le présent document décrit un SPRT tronqué avec $\text{MaxNT} = n_t$. Cette valeur n_t est de 1,1 à 1,2 fois supérieure à la valeur n_f du FTFT, avec un PRP et un CRP identiques. Toutefois, l'ENT du SPRT est beaucoup plus faible que celui du FTFT correspondant; pour $p \leq p_0$, il peut être de 1,4 à 1,8 fois inférieur. Il s'agit là d'un des avantages importants du SPRT. S'il est nécessaire de raccourcir la durée calendaire du SPRT, il est possible de réaliser les épreuves par faibles portions de n_t , sans que l'OC et l'ENT ne varient de manière significative.

La planification du SPRT étant assez complexe, le présent document inclut des tableaux complets décrivant des plans d'essai prêts à l'emploi et leurs caractéristiques associées. Les essais sont indiqués pour $\alpha = \beta$ ainsi que pour $\alpha \neq \beta$. Les tableaux permettent également de concevoir des essais supplémentaires par simple interpolation ou, dans le cas de faibles valeurs de p_0 , par extrapolation.

Certains des essais spécifient une taille d'échantillon très importante, qui sera probablement rarement utilisée. Cependant, les données permettent à l'utilisateur du présent document d'évaluer l'avantage économique des exigences d'essai d'OC et, de manière générale, d'évaluer la pertinence de la conduite de l'essai.

L'essai est utilisé dans le cadre des essais de fiabilité, par exemple, pour vérifier la conformité d'une entité non réparable aux exigences de fiabilité pendant une durée spécifiée (période de garantie ou durée de vie prévue). L'essai ne formule aucune hypothèse quant au caractère constant ou non du taux de défaillance. L'IEC 61124 prend pour hypothèse un taux de défaillance constant et est plus efficace d'un point de vue statistique, car elle tient compte du temps de fonctionnement cumulé.

L'Article 4 présente les types d'essais et les recommandations relatives à leur choix. Il traite également de la possibilité de réutiliser les entités au cours de l'essai. L'Article 5 décrit les paramètres des limites d'arrêt ainsi que les caractéristiques du SPRT (leurs valeurs sont données en Annexe D). L'Article 6, consacré au FTFT, contient un tableau spécifiant les paramètres des limites d'arrêt et les caractéristiques de cet essai. L'Annexe A concerne le SPRT. Elle présente des exemples de choix d'un essai en fonction du rapport coût-avantage et étend par interpolation et par extrapolation la série d'essais de l'Article 5.

ESSAIS DE FIABILITÉ – PLANS D'ESSAI DE CONFORMITÉ POUR UNE PROPORTION DE SUCCÈS

1 Domaine d'application

La présente norme internationale vise à définir une procédure pour vérifier si la fiabilité d'une entité/d'un système satisfait aux exigences spécifiées. L'exigence est admise comme étant spécifiée sous forme de pourcentage de succès (proportion de succès) ou de pourcentage de défaillances (proportion de défaillances).

Le présent document peut être utilisé lorsqu'un certain nombre d'entités sont soumises à l'essai (nombre d'épreuves réalisées) et classées comme ayant satisfait ou échoué à l'essai. Il peut également être utilisé lorsqu'une ou plusieurs entités sont soumises à l'essai de façon répétée. Les procédures sont fondées sur l'hypothèse que la probabilité de succès ou de défaillance est identique d'une épreuve à l'autre (événements statistiquement indépendants). Le présent document inclut des plans d'essais à nombre fixé d'épreuves et de défaillances, ainsi que des essais de rapport de probabilité progressifs (SPRT). Il contient des tableaux complets décrivant des plans de SPRT prêts à l'emploi et leurs caractéristiques associées, les risques pour le fournisseur et le client étant égaux ou non.

Dans le cas d'essais de conformité de fiabilité relatifs à un taux/une intensité constant(e) de défaillance, l'IEC 61124 s'applique.

2 Références normatives

Les documents suivants sont cités dans le texte de sorte qu'ils constituent, pour tout ou partie de leur contenu, des exigences du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

IEC 60050-192:2015, *Vocabulaire électrotechnique international – Partie 192: Sûreté de fonctionnement* (disponible à l'adresse <http://www.electropedia.org>)

IEC 60300-3-5:2001, *Gestion de la sûreté de fonctionnement – Partie 3-5: Guide d'application – Conditions des essais de fiabilité et principes des essais statistiques*

3 Termes, définitions, termes abrégés et symboles

3.1 Termes et définitions

Pour les besoins du présent document, les termes et définitions suivants s'appliquent.

L'ISO et l'IEC tiennent à jour des bases de données terminologiques destinées à être utilisées en normalisation, consultables aux adresses suivantes:

- IEC Electropedia: disponible à l'adresse <http://www.electropedia.org/>
- ISO Online browsing platform: disponible à l'adresse <http://www.iso.org/obp>

3.1.1

proportion (rapport) de succès

probabilité de non-défaillance d'une entité ou de succès d'une épreuve réalisée dans certaines conditions déterminées

Note 1 à l'article Une proportion de succès observée est le rapport entre le nombre d'entités non défectueuses ou le nombre d'épreuves satisfaisantes, et le nombre total d'entités soumises à l'essai ou les occasions de défaillance pendant l'essai.

3.1.2

proportion (rapport) de défaillances

probabilité de défaillance d'une entité ou d'échec d'une épreuve réalisée dans certaines conditions déterminées

Note 1 à l'article Une proportion de défaillances observée est le rapport entre le nombre d'entités défectueuses ou le nombre d'épreuves non satisfaisantes, et le nombre total d'entités soumises à l'essai ou les occasions de défaillance pendant l'essai.

3.2 Termes abrégés et symboles

3.2.1 Termes abrégés

NQA	niveau de qualité acceptable
CRP	consumer's risk point (point de risque du client)
ENT	expected number of trials to decision (nombre prévu d'épreuves pour décision)
FTFT	fixed trial/failure terminated test (essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances)
NQT	niveau de qualité toléré
MaxNT	maximal number of trials to decision (nombre maximal d'épreuves pour décision)
OC	operating characteristic (efficacité)
PRP	producer's risk point (point de risque du fournisseur)
SPRT	(truncated) sequential probability ratio test (essai de rapport de probabilité progressif (tronqué)) (dans certaines publications, également appelé essai progressif du rapport des probabilités (PRST – probability ratio sequential test))

3.2.2 Symboles

α	risque nominal du fournisseur (risque de type I)
α'	risque vrai du fournisseur (risque de type I)
β	risque nominal du client (risque de type II)
β'	risque vrai du client (risque de type II)
c	nombre acceptable de défaillances ou d'événements d'échec pendant l'essai
D	rapport nominal de discrimination, $D = p_1 / p_0 = (1 - q_1) / (1 - q_0)$
D'	rapport vrai de discrimination
h_a	valeur de l'intersection de la ligne d'acceptation sur l'axe vertical du diagramme SPRT (Figure 2)
h_r	valeur de l'intersection de la ligne de rejet sur l'axe vertical du diagramme SPRT (Figure 2)
n	nombre d'entités, nombre d'épreuves, nombre d'événements, taille de l'échantillon
n_e	ENT
$n_{e,j}$	n_e indexé, où $j = L, 0, M, 1, H$ (lesquels sont corrélés à cinq valeurs de p , comme indiqué à la Figure 4)
n_f	nombre d'entités, nombre d'épreuves, nombre d'événements, taille de l'échantillon nécessaire pour l'acceptation dans le cadre d'un FTFT
n_s	nombre cumulé d'épreuves dans un plan d'essai progressif
n_t	nombre d'entités, nombre d'épreuves, nombre d'événements, taille de l'échantillon à la troncature dans le cadre d'un SPRT
p	rapport vrai de défaillances, $p = 1 - q$

p_0	rapport acceptable spécifié de défaillances, correspondant à un niveau de qualité acceptable (NQA)
p_1	rapport inacceptable de défaillances, correspondant à un niveau de qualité toléré (NQT), $p_1 = p_0 D$
P_a	probabilité d'acceptation
q	rapport vrai de succès, $q = 1 - p$
q_0	rapport acceptable spécifié de succès, $q_0 = 1 - p_0$
q_1	rapport inacceptable de succès, $q_1 = 1 - p_1$
r	nombre de défaillances à prendre en compte ou d'événements d'échec à prendre en compte
r_t	nombre de défaillances à prendre en compte ou d'événements d'échec à prendre en compte à la troncature
s	pente des lignes d'acceptation et de rejet dans le diagramme d'essai progressif (voir Figure 2)

4 Exigences générales et domaine d'application

4.1 Exigence de fiabilité

Il est admis que l'exigence est spécifiée comme suit:

- rapport acceptable de défaillance, q_0 ; ou
- rapport acceptable de succès, p_0 ($p_0 = 1 - q_0$).

Un intervalle de temps fixe (voir 3.1.1) ainsi que la définition de la fiabilité dans l'IEC 60050-192:2015, 192-05-05) doit également être spécifié.

Ces plans d'essai sont fondés sur l'hypothèse que chaque épreuve est statistiquement indépendante et que la probabilité de succès (ou de défaillance) est constante (elle ne varie pas d'une épreuve à l'autre), c'est-à-dire sur les hypothèses de la distribution binomiale. Les risques vrais du fournisseur et du client pour les plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances (Tableaux E.1 à E.3) diffèrent des caractéristiques nominales, α et β , en raison des approximations nécessaires des nombres entiers. Pour le SPRT (Tableau D.1), les risques vrais équivalent aux risques nominaux (sauf cas exceptionnel; voir Note 1 du Tableau 2).

4.2 Réparation et remplacement

Les plans d'essai donnés dans le présent document sont applicables aux entités réutilisées aussi bien qu'à celles qui ne le sont pas (ne fonctionnant qu'une fois). Les entités réutilisées peuvent être réparées entre les épreuves successives, à condition que l'état et le fonctionnement soient les mêmes au début de chaque épreuve. Pour des entités non réutilisées, une entité d'essai distincte (présentant le même fonctionnement) est utilisée pour chaque épreuve.

4.3 Types de plans d'essai

4.3.1 Généralités

Les plans d'essai sont donnés pour deux types d'essais:

- l'essai de rapport de probabilité progressif (SPRT) tronqué;
- l'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances (FTFT – fixed trial/failure terminated test).

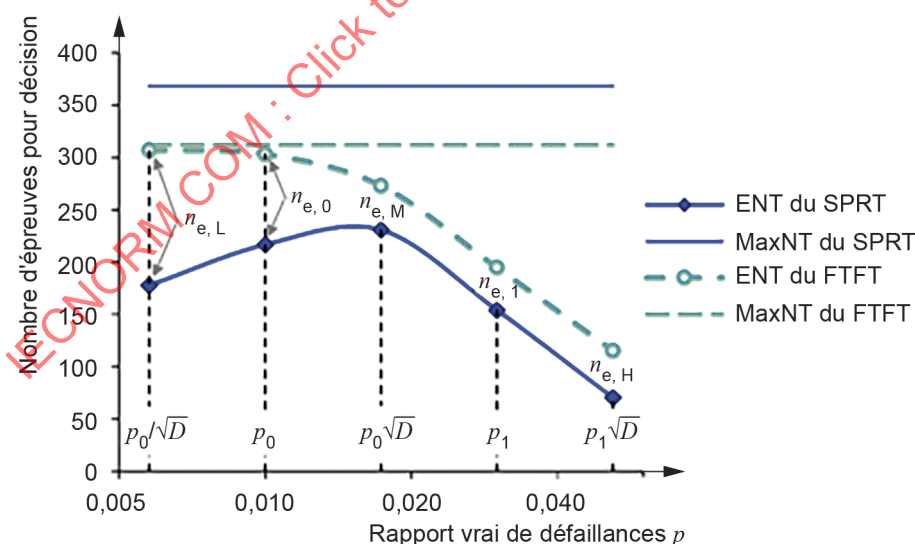
Pour le SPRT, voir Article 5. L'Article 6 inclut des plans de FTFT prêts à l'emploi. L'Article 7 fournit des lignes directrices pour la planification de FTFT supplémentaires qui ne sont pas couverts par l'Article 6.

La spécification particulière de l'essai de fiabilité doit établir le type et le plan d'essai à utiliser. Les recommandations relatives au choix du type d'essai sont semblables à celles données dans l'IEC 60300-3-5 pour les SPRT et les FTFT lorsque le taux/l'intensité de défaillance est une fonction de temps.

4.3.2 Caractéristiques des types de plans d'essai

Afin de choisir entre les deux types d'essais pour une OC spécifiée, il est nécessaire d'effectuer une comparaison entre leurs MaxNT et leurs ENT. Une comparaison qualitative entre le SPRT et le FTFT est donnée dans l'introduction. La Figure 1 et le Tableau 1 fournissent des données en vue d'une comparaison quantitative. Le Tableau 1 répertorie quelques plans d'essai prêts à l'emploi décrits dans le présent document. Deux paramètres du nombre d'épreuves pour décision sont indiqués pour chaque essai: le MaxNT (n_t pour le SPRT ou n_e pour le FTFT) et le point $n_{e,0}$ de l'ENT (voir Figure 1). Dans le cas du SPRT, pour $p \leq p_0$ ou $p \geq p_1$, il existe une très faible probabilité que le nombre d'épreuves pour décision atteigne n_t . L'ENT du FTFT, représenté à la Figure 1, est obtenu en réalisant le FTFT de manière séquentielle et une décision d'arrêter ou de poursuivre l'essai est prise après chaque essai. Lorsque toutes les épreuves du FTFT sont réalisées simultanément, le temps d'essai est réduit, mais le nombre d'épreuves augmente jusqu'à devenir égal à MaxNT.

En plus d'aider l'utilisateur à choisir entre un SPRT ou un FTFT, le Tableau 1 permet de choisir l'étendue applicable des caractéristiques d'essai souhaitées (OC et nombre d'épreuves). Le Tableau 1 contient seulement une partie des plans d'essai prêts à l'emploi décrits dans le présent document. Des informations relatives à l'ensemble de ces plans sont données à l'Article 5 (pour le SPRT) et à l'Article 6 (pour le FTFT).



IEC

NOTE Cette figure s'applique à des valeurs de $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha' = \beta' = 0,094$.

Figure 1 – Nombre prévu et nombre maximal d'épreuves pour un SPRT et un FTFT avec les mêmes risques

4.4 Méthode générale d'essai

Il convient de soumettre les entités d'essai au nombre d'épreuves prévu par le plan d'essai correspondant. Pour des entités réutilisées, remplacées ou réparées, il convient que les spécifications particulières d'essai de fiabilité définissent préférentiellement le nombre d'entités d'essai ainsi que le nombre maximal d'épreuves pour chaque entité d'essai.

Une épreuve est définie comme l'opération ou le cycle décrit dans la spécification particulière d'essai de fiabilité.

4.5 Critères généraux de décision

Tous les plans d'essai et les critères de décision sont fondés sur:

- un nombre acceptable de défaillances à prendre en compte pour un nombre d'épreuves spécifié; ou
- un nombre acceptable d'épreuves pour un nombre spécifié de défaillances à prendre en compte.

Le nombre d'épreuves et de défaillances à prendre en compte (voir l'IEC 60300-3-5) est compté et comparé au critère de décision du plan d'essai.

Les détails des critères de décision pour les deux types de plans d'essai sont énoncés respectivement en 5.2, 6.2 et 7.7.

Tableau 1 – Vue d'ensemble – Nombre maximal d'épreuves et nombre prévu d'épreuves à p_0 pour le SPRT et le FTFT

α	β	Type d'essai	Para-mètre	$p_0 = 0,001$				$p_0 = 0,01$				$p_0 = 0,1$		
				$D = 1,5$	$D = 2$	$D = 3$	$D = 5$	$D = 1,5$	$D = 2$	$D = 3$	$D = 5$	$D = 1,5$	$D = 2$	$D = 3$
0,05	0,05	SPRT	n_t	63 969	18 687	6 015	2 407	6 316	1 866	601	199	558	158	51
			$n_{e,0}$	30 397	9 268	3 106	1 129	3 004	910	303	112	264	78	25
		FTFT	n_f	53 998	15 703	5 232	–	5 320	1 567	521	–	474	135	41
			$n_{e,0}$	53 848	15 624	5 197	–	5 293	1 553	513	–	460	127	36
0,1	0,1	SPRT	n_t	38 019	11 007	3 814	1 590	3 719	1 103	382	116	331	96	33
			$n_{e,0}$	20 464	6 266	2 038	744	2 035	612	199	75	179	52	18
		FTFT	n_f	32 922	10 061	3 090	–	3 215	945	308	–	288	86	25
			$n_{e,0}$	32 675	9 948	3 029	–	3 183	928	299	–	277	80	22
0,2	0,2	SPRT	n_t	16 092	4 790	1 611	782	1 610	479	162	53	146	43	18*
			$n_{e,0}$	9 786	2 936	963	353	961	288	94	39	83	27	8*
		FTFT	n_f	14 291	4 537	1 426	–	1 428	453	142	–	134	39	14
			$n_{e,0}$	13 927	4 374	1 348	–	1 389	435	133	–	127	35	12
0,3	0,3	SPRT	n_t	6 449	2 050	1 075	388*	643	203	105	34*	31*	13	–
			$n_{e,0}$	3 906	1 159	383	234*	383	114	38	23*	23*	9	–
		FTFT	n_f	5 407	1 807	813	–	540	180	81	–	53	18	8
			$n_{e,0}$	5 041	1 645	751	–	502	163	74	–	48	15	6
0,05	0,1	SPRT	n_t	48 380	13 979	4 667	1 864	4 758	1 401	465	188	461	119	40
			$n_{e,0}$	23 649	7 238	2 356	853	2 344	705	231	82	197	61	18
0,1	0,05	SPRT	n_t	48 776	14 295	4 599	1 727	4 803	1 428	461	169	430	121	38
			$n_{e,0}$	27 707	6 225	2 826	1 026	2 732	829	275	99	239	71	22
0,05	0,2	SPRT	n_t	36 138	10 819	3 321	1 345	3 545	1 015	335	139	316	89	28
			$n_{e,0}$	15 876	4 740	1 602	574	1 565	476	155	55	137	40	12
0,2	0,05	SPRT	n_t	36 660	11 232	3 714	1 437	3 655	1 126	364	150	322	97	40
			$n_{e,0}$	21 997	6 642	2 220	820	2 173	650	218	79	192	56	17

NOTE Pour un FTFT, les valeurs de α et de β sont des approximations. Pour un SPRT, les valeurs de α et de β ne sont pas significativement différentes des valeurs nominales, à l'exception de celles marquées d'un astérisque, pour lesquelles les valeurs exactes sont indiquées dans le Tableau D.1.

5 Plans d'essai de rapport de probabilité progressif tronqué (SPRT)

5.1 Caractéristiques

Les plans d'essai progressifs sont caractérisés par des critères de décision d'acceptation ou de rejet de conformité, ou de poursuite de l'essai, quel que soit le nombre d'épreuves. Ils sont déterminés par des valeurs de risques et un rapport de discrimination choisis. Pour choisir un plan d'essai, la proportion de défaillances acceptable p_0 doit être spécifiée (ou calculée).

Les courbes d'efficacité associées et le nombre prévu d'épreuves à prendre en compte pour la décision sont inclus.

Le Tableau D.1 présente les plans d'essai correspondant aux différentes valeurs de p_0 , D , α' et β' . Le tableau contient les valeurs de paramètres de h_a , h_r , s , n_t , r_t (Figure 2) et n_e (sur 5 points, Figure 4) pour chacun des plans d'essai.

NOTE Les valeurs n_t et r_t (qui déterminent la troncature) les plus faibles possible sans augmentation significative de l'ENT ont été choisies [3, 4].

La plage des paramètres d'essai du Tableau D.1 est celle indiquée dans le Tableau 2:

Tableau 2 – Plage des paramètres d'essai

p_0	0,001 0,002 0,005 0,01 0,02 0,05 0,1 0,2																
D	1,5 1,75 2 3 5																
α	0,025			0,05				0,1					0,2		0,3	0,4	
β	0,025	0,05	0,1	0,025	0,05	0,1	0,2	0,025	0,05	0,1	0,2	0,4	0,05	0,1	0,2	0,3	0,1
NOTE 1 Pour quelques brefs essais, principalement pour $D = 5$ et α et $\beta = 0,3$, l'écart par rapport aux risques nominaux est important du fait de la discrétion des essais et de l'absence d'essai approprié.																	
NOTE 2 Une extension des séries d'essais est disponible; voir Article A.2 et [3, 4, 5].																	

5.2 Critères de décision

Les critères de décision sont les suivants:

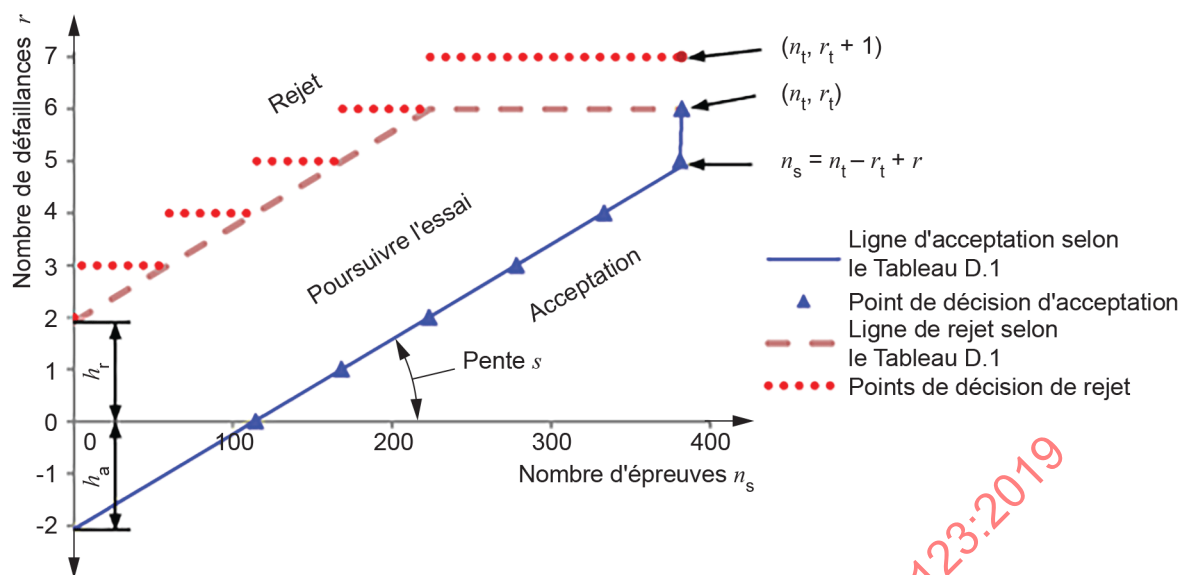
- acceptation si $sn_s - h_a \geq r$;
- poursuite si $sn_s - h_a < r < sn_s + h_r$;
- rejet si $r \geq sn_s + h_r$.

Les SPRT doivent être tronqués en des lignes correspondant aux valeurs n_t , r_t données dans le Tableau D.1.

Les critères d'acceptation ou de rejet sont alors complétés par les conditions supplémentaires suivantes:

- acceptation si $n_s = n_t - r_t + r$ et $r < r_t$;
- rejet si $r > r_t$.

Les résultats cumulés sont comparés aux critères après chaque épreuve et une décision est prise concernant l'acceptation, la poursuite ou le rejet.



IEC

NOTE Cette figure s'applique à des valeurs de $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha' = \beta' = 0,100$.

Figure 2 – Diagramme SPRT

5.3 Courbe d'efficacité (OC)

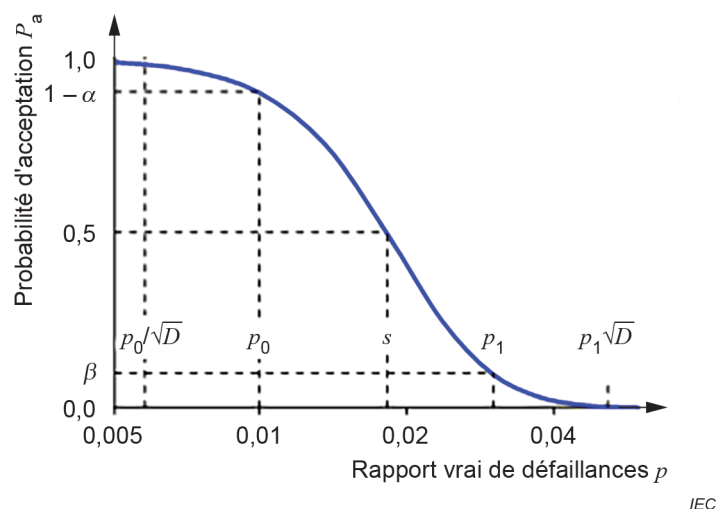
Pour tous les essais progressifs tronqués, les points suivants d'approximation sur la courbe d'efficacité sont donnés dans le Tableau 3 et à la Figure 3:

Tableau 3 – Courbe d'efficacité

p	P_a
$p_0/\sqrt{D}$	~ 1
p_0	$1 - \alpha$
s	$\frac{\ln(1 - \beta) - \ln \alpha}{\ln(1 - \beta) - \ln \alpha - \ln \beta + \ln(1 - \alpha)}$
p_1	β
$p_1\sqrt{D}$	~ 0

NOTE Pour le cas $\alpha = \beta$, $P_a(s) = 0,5$.

En outre, la méthodologie de calcul précis de l'efficacité proposée par Wald [1] est décrite en [3, 2.2] et en [4, Annexe A].



NOTE Cette figure s'applique à des valeurs de $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha' = \beta' = 0,100$.

Figure 3 – Courbe d'efficacité

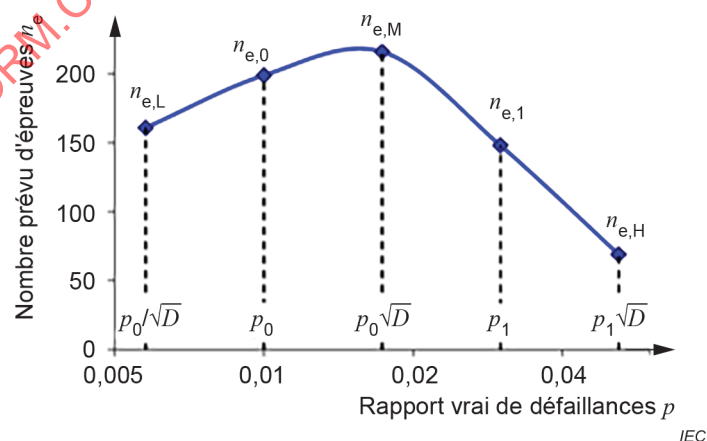
5.4 Nombre prévu d'épreuves pour décision (ENT)

Pour tous les plans d'essai progressifs tronqués du Tableau D.1, la courbe de l'ENT est définie par 5 points ($n_{e,j}$) en fonction du rapport vrai de défaillances (p) et conformément au Tableau 4 et à la Figure 4:

Tableau 4 – ENT (n_e) en fonction du rapport vrai de défaillances (p)

p	$p_0/\sqrt{D}$	p_0	$p_0\sqrt{D}$	$p_1 = p_0D$	$p_1\sqrt{D}$
$n_{e,j}$	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$

NOTE $j = L, 0, M, 1, H$ (voir Figure 4).



NOTE Cette figure s'applique à des valeurs de $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha' = \beta' = 0,100$.

Figure 4 – SPRT – Courbe du nombre prévu d'épreuves pour décision (ENT)

6 Plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances (FTFT)

6.1 Caractéristiques

Les plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances sont caractérisés par des critères de décision d'acceptation ou de rejet de conformité lorsque le nombre maximal d'épreuves a été atteint ou que le nombre acceptable de défaillances à prendre en compte a été dépassé. Les plans d'essai sont déterminés par des valeurs de risques et un rapport de discrimination choisis. Pour mettre en œuvre un plan d'essai, la proportion de défaillances acceptable p_0 doit être spécifiée (ou calculée).

Le Tableau 5 présente les plans d'essai correspondant aux différentes valeurs spécifiées de p_0 , D , α et β .

Les courbes d'efficacité associées et les valeurs exactes de α' et β' peuvent être calculées à l'aide de la méthodologie donnée en C.3.4.

6.2 Critères de décision

Les critères de décision sont les suivants:

- acceptation si $r \leq c$ pour $n = n_f$;
- rejet si $r > c$ pour $n \leq n_f$.

EXEMPLE:

$p_0 = 0,01$; $D = 3,0$ ($p_1 = 0,03$); $\alpha = \beta = 10\%$. A partir du Tableau 5, un nombre d'épreuves $n_f = 308$ serait nécessaire et une décision d'acceptation est prise lorsque $r \leq 5$.

NOTE Les courbes de l'Annexe E (Figures E.1 à E.3) présentent les caractéristiques générales des différents plans d'essai.

Tableau 5 – Plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances

q_0	p_0	D	$\alpha = \beta = 5\%$		$\alpha = \beta = 10\%$		$\alpha = \beta = 20\%$		$\alpha = \beta = 30\%$	
			n_f	c	n_f	c	n_f	c	n_f	c
0,999 5	0,000 5	1,5	108 002	66	65 849	40	28 584	17	10 814	6
		1,75	51 726	34	32 207	21	14 306	9	5 442	3
		2	31 410	22	20 125	14	9 074	6	3 615	2
		3	10 467	9	6 181	5	2 852	2	1 626	1
0,999	0,001	1,5	53 998	66	32 922	40	14 291	17	5 407	6
		1,75	25 861	34	16 102	21	7 152	9	2 721	3
		2	15 703	22	10 061	14	4 537	6	1 807	2
		3	5 232	9	3 090	5	1 426	2	813	1
0,995	0,005	1,5	10 647	65	6 581	40	2 857	17	1 081	6
		1,75	5 168	34	3 218	21	1 429	9	544	3
		2	3 137	22	1 893	13	906	6	361	2
		3	1 044	9	617	5	285	2	162	1
0,99	0,01	1,5	5 320	65	3 215	39	1 428	17	540	6
		1,75	2 581	34	1 607	21	714	9	272	3
		2	1 567	22	945	13	453	6	180	2
		3	521	9	308	5	142	2	81	1
0,98	0,02	1,5	2 620	64	1 605	39	713	17	270	6
		1,75	1 288	34	770	20	356	9	136	3
		2	781	22	471	13	226	6	90	2
		3	259	9	153	5	71	2	40	1
0,97	0,03	1,5	1 720	63	1 044	38	450	16	180	6
		1,75	835	33	512	20	237	9	90	3
		2	519	22	313	13	150	6	60	2
		3	158	8	101	5	47	2	27	1
0,96	0,04	1,5	1 288	63	782	38	337	16	135	6
		1,75	625	33	383	20	161	8	68	3
		2	374	21	234	13	98	5	45	2
		3	117	8	76	5	35	2	20	1

q_0	p_0	D	$\alpha = \beta = 5 \%$		$\alpha = \beta = 10 \%$		$\alpha = \beta = 20 \%$		$\alpha = \beta = 30 \%$	
			n_f	c	n_f	c	n_f	c	n_f	c
0,95	0,05	1,5	1 014	62	610	37	269	16	108	6
		1,75	486	32	306	20	129	8	54	3
		2	298	21	187	13	78	5	36	2
		3	93	8	60	5	28	2	16	1
0,94	0,06	1,5	832	61	508	37	224	16	90	6
		1,75	404	32	244	19	107	8	45	3
		2	248	21	155	13	65	5	30	2
		3	77	8	50	5	23	2	13	1
0,93	0,07	1,5	702	60	424	36	192	16	77	6
		1,75	336	31	208	19	92	8	38	3
		2	203	20	125	12	55	5	25	2
		3	66	8	42	5	20	2	11	1
0,92	0,08	1,5	613	60	371	36	168	16	67	6
		1,75	294	31	182	19	80	8	34	3
		2	177	20	109	12	48	5	22	2
		3	57	8	37	5	17	2	10	1
0,91	0,09	1,5	536	59	329	36	149	16	60	6
		1,75	253	30	154	18	71	8	30	3
		2	157	20	96	12	43	5	20	2
		3	51	8	33	5	15	2	9	1
0,9	0,1	1,5	474	58	288	35	134	16	53	6
		1,75	227	30	138	18	64	8	27	3
		2	135	19	86	12	39	5	18	2
		3	41	7	25	4	14	2	8	1
0,85	0,15	1,5	294	54	181	33	79	14	35	6
		1,75	141	28	87	17	42	8	18	3
		2	85	18	53	11	21	4	12	2
		3	26	7	16	4	9	2	5	1
0,8	0,2	1,5	204	50	127	31	55	13	26	6
		1,75	98	26	61	16	28	7	13	3
		2	60	17	36	10	19	5	9	2
		3	17	6	9	3	4	1	4	1

7 Conception des plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances

7.1 Caractéristiques

Les plans d'essai à nombre fixé d'épreuves ou de défaillances sont caractérisés par des critères de décision d'acceptation ou de rejet de conformité lorsque le nombre d'épreuves déterminé a été atteint ou que le nombre acceptable de défaillances à prendre en compte a été dépassé. Les plans d'essai spécifiques sont déterminés par des valeurs de risques et un nombre d'épreuves choisis. Le rapport de discrimination obtenu est utilisé pour évaluer le plan d'essai.

Les procédures du présent article peuvent également être utilisées lorsqu'un temps d'essai prédéterminé est adopté et que le nombre total d'événements est prévu.

7.2 Approche

Les procédures décrites dans le présent article permettent à l'utilisateur de choisir le temps d'essai ou d'observation durant lequel le nombre total d'événements ou d'épreuves a lieu, afin de répondre à des besoins précis, par exemple d'ordre économique, administratif, de ressources ou de planification.

Il est admis par hypothèse que le nombre total d'événements et d'épreuves est proportionnel au temps d'essai total et qu'il est prévisible. Ainsi, il convient que le présent article permette à l'utilisateur de réaliser des plans d'essai flexibles, utilisant toutes les informations disponibles lors du temps d'essai, à l'aide des opérations suivantes:

- conception et évaluation d'un plan d'essai préliminaire fondé sur un nombre d'événements prévu;

- adaptation et évaluation du plan d'essai final à l'issue de l'essai;
- estimation d'un nombre d'événements exigé pour répondre à certains points du plan d'essai (rapport de discrimination et risques, par exemple).

Le plan d'essai final est fonction du nombre d'événements, n . Toutefois, le plan d'essai est fondé sur l'hypothèse que la valeur de n est fixée ("échantillonnage inverse").

7.3 Cas typique

En règle générale, les paramètres du plan d'essai sont spécifiés comme suit:

- nombre d'entités d'essai ou d'événements, n ;
- risque nominal du fournisseur, α ;
- risque nominal du client, β ($= \alpha$) (pour $\alpha \neq \beta$, voir C.3.2);
- si nécessaire, une valeur maximale du rapport de discrimination, D .

Sur la base de ces paramètres, les paramètres inconnus suivants:

- rapport réel de discrimination, D ;
- nombre acceptable de défaillances, c ;

sont déduits en utilisant la procédure donnée en 7.6.

7.4 Autres cas

Dans beaucoup de cas pratiques, le nombre d'événements n est inconnu. Dans ces cas, un plan d'essai préliminaire est conçu avec un n prévisionnel (ou admis). A partir de ce plan, il est déterminé si un D raisonnable peut être obtenu et si le plan est convenable par ailleurs.

Si le plan n'est pas convenable, par exemple si $D > 5$, le nombre d'événements n doit être suffisamment augmenté. Cela peut être réalisé en augmentant la période d'observation, ce qui conduira à une augmentation du nombre d'événements. Les calculs sont alors répétés, éventuellement après avoir modifié d'autres paramètres du plan d'essai et porté un nouveau jugement, jusqu'à ce que les conditions soient remplies.

7.5 Exemple d'application

Des applications types de l'Article 7 sont les évaluations du rapport de succès/rapport de défaillances/pourcentage de systèmes défectueux (non conformes) lorsque les plans d'essai de l'Article 5 ou de l'Article 6 ne sont pas applicables pour des raisons quelconques.

Dans les cas où d'autres combinaisons des paramètres du plan d'essai ont été essentiellement spécifiées, la procédure est modifiée en conséquence. Ces cas sont traités en 7.6 et des exemples sont présentés en Annexe B.

Les procédures mathématiques et les formules pour les figures et les tableaux sont données en Annexe C.

7.6 Procédure pour déterminer D et c ou n et c

7.6.1 Lecture des figures et des tableaux

Les figures et les tableaux sont donnés en Annexe E. La Figure 5 représente la présentation principale des Tableaux E.1 à E.3.

Les figures et les tableaux se fondent sur les valeurs fixées suivantes des paramètres:

Figure E.1 $p_0 = 0,05$ ($q_0 = 0,95$)

Figure E.2 $p_0 = 0,10$ ($q_0 = 0,90$)

Figure E.3 $p_0 = 0,15$ ($q_0 = 0,85$)

Pour tous les tableaux et figures:

$\alpha = \beta$: 1 %, 2,5 %, 5 %, 10 %, 15 %, 20 %

NOTE 1 Les valeurs des risques sont nominales.

Les figures indiquent des valeurs approximatives de D , dans la plage 1 ... 5 en fonction de n , dans la plage 1 ... 500 (échelle logarithmique).

NOTE 2 Pour $n > 20$, l'approximation se situe entre assez bonne et bonne. La précision est traitée en Annexe C.

Les tableaux indiquent les valeurs exactes de c en fonction de n , dans la plage 1 ... 300.

NOTE 3 Les risques α' et β' peuvent être déduits en utilisant la Formule (C.1) ou la Formule (C.2).

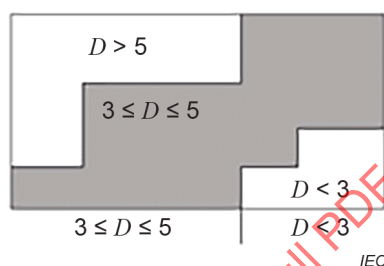


Figure 5 – Présentation principale des Tableaux E.1 à E.3

7.6.2 Utilisation des figures et des tableaux

Pour une valeur spécifiée de p_0 , les figures peuvent être utilisées de deux façons:

a) lire D pour n donné et $\alpha = \beta$.

Objectif: évaluer, en utilisant D , si le plan d'essai est acceptable et satisfait à toutes les exigences;

b) lire n pour D donné et $\alpha = \beta$.

Objectif: estimer la taille de l'échantillon, comme le nombre d'entités d'essai ou le temps d'observation (si n est proportionnel à ce temps).

Les tableaux sont utilisés exclusivement pour obtenir le nombre acceptable de défaillances c pour n donné ou calculé et pour $\alpha = \beta$ donnés dans le plan d'essai de conformité.

7.7 Critères de décision

Le nombre acceptable de défaillances, c , tel qu'il a été déterminé, est comparé avec le nombre de défaillances à prendre en compte (ou d'événements d'échec), r , observé pendant l'essai.

Les critères de décision sont les suivants:

- acceptation si $r \leq c$ pour $n = n_f$;
- rejet si $r > c$ pour $n \leq n_f$.

Annexe A (informative)

Informations supplémentaires sur les plans d'essai progressifs

A.1 Exemple

Afin de limiter les coûts de l'essai, il est nécessaire de réduire autant que possible à la fois le nombre d'épreuves à la troncature (n_t) et l'ENT (n_e). Le Tableau D.1 fournit toutes les données nécessaires pour choisir un essai en fonction du rapport coût-avantage (p_0 , D , s , α , β , n_t , $n_{e,j}$).

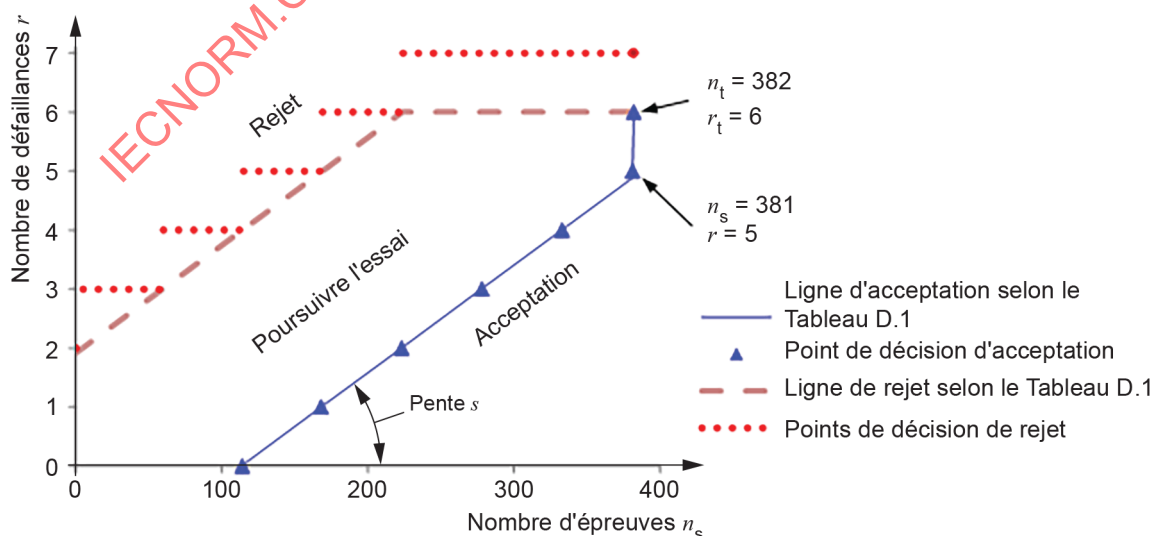
Les spécifications de fiabilité déterminent le paramètre d'essai souhaité, comme dans l'exemple suivant:

$p_0 = 0,01$, $D = 2$ ($p_1 = 0,02$), $\alpha = \beta = 0,05$. Des valeurs de $n_t = 1\,866$ et $n_{e,0} = 910$ sont exigées pour cet essai (voir Tableau D.1), ce qui est à la fois coûteux et chronophage pour l'utilisateur. Il est possible d'établir un compromis entre le rapport de discrimination de l'essai et les risques associés et de privilégier un essai plus court et plus "économique".

$p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha = \beta = 0,1$. Des valeurs de $n_t = 382$ et $n_{e,0} = 199$ sont exigées pour cet essai (voir Tableau D.1).

L'essai plus économique nécessite moins d'épreuves au maximum ($n_t = 382$ contre $1\,866$) et en moyenne (voir $n_{e,j}$ dans le Tableau D.1 et à la Figure 4). Pour cet essai, le produit associé à un pourcentage plus élevé d'entités non conformes peut être accepté ($p_1 = 0,03$). Cet essai implique également des valeurs α et β plus élevées (avec le risque qu'un produit conforme soit rejeté et qu'un produit non conforme soit accepté).

Le Tableau D.1 fournit toutes les données nécessaires pour établir les limites de l'essai (h_a , h_r , s , n_t , r_t). Les limites de l'essai (Figure 2) sont conformes aux critères de décision (voir 8.2). Les limites obtenues pour cet exemple sont représentées à la Figure A.1. Les résultats cumulés sont vérifiés après chaque épreuve et une décision est prise dès lors que l'une des limites est franchie.



IEC

NOTE $p_0 = 0,01$, $D = 3$ ($p_1 = 0,03$), $\alpha = \beta = 0,100$.

Figure A.1 – Exemple d'essai progressif tronqué

A.2 Extension de la série d'essais (par interpolation et extrapolation)

A.2.1 Généralités

Si un plan d'essai ne figurant pas dans le Tableau D.1 est nécessaire, il est possible de le planifier en tenant compte de ce qui suit.

A.2.2 Extrapolation pour $p_0 < 0,001$

Dans de tels cas, les paramètres d'essai peuvent être évalués par le plan d'essai de référence de $p_0 = 0,001$ (dans le Tableau D.1), en utilisant les mêmes valeurs de D , α et β , conformément à ce qui suit:

$$k = (0,001/p_0)$$

$$h_a, h_r, r_t \text{ (non modifié)}$$

$$s = s_{0,001}/k, \text{ ou par calcul direct:}$$

$$s = \frac{\ln((1-p_0D)/(1-p_0))}{\ln((1-p_0)/(1-p_0D)) + \ln D} \quad (\text{A.1})$$

$$n_t = (n_{t, 0,001} - r_t) \times k + r_t$$

$$n_{e,j} = n_{e,j, 0,001} \times k$$

où l'indice $_{0,001}$ signifie que les paramètres sont dérivés du Tableau D.1 pour $p_0 = 0,001$.

La haute précision de cette méthode, exprimée en tant qu'erreur relative de α' et de β' , est inférieure à 1,5 %; dans le cas de n_e , elle est inférieure à 0,2 %.

A.2.3 Interpolation

A.2.3.1 Généralités

Formule générale d'interpolation linéaire:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 \quad (\text{A.2})$$

A.2.3.2 Interpolation par α et β

Pour chaque valeur de p_0 , D et du rapport α/β donnée dans le Tableau D.1, il est possible de calculer l'essai pour toutes les valeurs de α et β . Ce calcul est effectué par interpolation linéaire des paramètres exigés de $\ln \alpha$. La valeur de s n'est pas modifiée.

Les paramètres h_a , h_r , n_t , r_t et $n_{e,j}$ sont calculés à l'aide de la Formule (A.2):

où: $x_1 = \ln \alpha_1$, $x_2 = \ln \alpha_2$, $x = \ln \alpha_x$;

α_1 , α_2 sont les valeurs de α de la paire d'essais de référence d'après le Tableau D.1;

α_x est la valeur de α de l'essai déterminé;

y , y_1 , y_2 sont respectivement les valeurs de paramètres de l'essai déterminé et de la paire d'essais de référence.

Exemple de calcul d'un essai: $p_0 = 0,01$, $D = 2$, $\alpha = 0,15$, $\alpha/\beta = 2$ (valeurs nominales):

$$h_{a,x} = \frac{h_{a,2} - h_{a,1}}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + h_{a,1}$$

$$h_{a,x} = \frac{-3,418 - (-4,563)}{\ln 0,2 - \ln 0,1} (\ln 0,15 - \ln 0,1) + (-4,563) = -3,893$$

$$r_{t,x} = \frac{r_{t,2} - r_{t,1}}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + r_{t,1}$$

$$r_{t,x} = \frac{9 - 19}{\ln 0,2 - \ln 0,1} (\ln 0,15 - \ln 0,1) + 19 = 13,15 \cong 13$$

Il convient de calculer tous les autres paramètres et caractéristiques d'essai en suivant la même méthode. Le Tableau A.1 contient tous les essais en question et démontre la haute précision de la méthode.

A.2.3.3 Interpolation par p_0

Pour chaque valeur de D , α , β donnée dans le Tableau D.1, il est possible de calculer l'essai pour $0,001 < p_0 < 0,1$. Ce calcul est effectué par interpolation des paramètres exigés: h_a , h_r , n_t , r_t et $n_{e,j}$. La valeur de s est calculée à l'aide de la Formule (A.1).

Les paramètres r_t , h_a , h_r sont calculés à l'aide de la Formule (A.2):

où: $x_1 = p_{0,1}$, $x_2 = p_{0,2}$, $x = p_{0,x}$;

$p_{0,1}$, $p_{0,2}$ sont les valeurs de p_0 de la paire d'essais de référence, d'après le Tableau D.1, les plus proches de l'essai déterminé;

$p_{0,x}$ est la valeur de p_0 de l'essai déterminé;

y , y_1 , y_2 sont respectivement les valeurs de paramètres de l'essai déterminé et de la paire d'essais de référence.

Les paramètres n_t et $n_{e,j}$ sont calculés à l'aide de la Formule (A.2):

où: $x_1 = \ln p_{0,1}$, $x_2 = \ln p_{0,2}$, $x = \ln p_{0,x}$;

y , y_1 , y_2 correspondent respectivement à la valeur de $\ln n_t$ ou $\ln n_{e,j}$ de l'essai déterminé et des essais référence (par exemple, le paramètre pour le calcul de n_t est:

$$y_1 = \ln n_{t,1}, y_2 = \ln n_{t,2}, y = \ln n_{t,x}).$$

Cette méthode permet de calculer les séries d'essais avec une précision suffisante pour répondre à des besoins pratiques.

A.2.3.4 Interpolation à partir de paramètres mixtes

Une méthode de planification des essais fondée sur une interpolation à partir de paramètres mixtes (pour d'autres combinaisons de p_0 , D , α/β) est proposée en [3, 4].

Tableau A.1 – Exemple d'interpolation par α et β

p_0	D, s	α'	β'	h_a	h_r	n_t	r_t	$n_{e,L}$	$n_{e,0}$	$n_{e,M}$	$n_{e,1}$	$n_{e,H}$	
0,01	$D = 2,0 \quad s = 0,01444$	0,100	0,050	-4,563	3,607	1 428	19	609	829	925	593	286	Premier essai de référence
		0,200	0,100	-3,418	2,574	724	9	422	489	482	354	205	Deuxième essai de référence
		0,150*	0,075*	-3,893	3,003	1 016	13	500	630	666	453	239	Essai déterminé par interpolation
		0,154	0,072	-3,893	3,003	1 016	13	505	633	657	455	240	Valeur exacte
		-2,6	4,2	---	---	---	---	-1	-0,5	1	-0,4	-0,4	Erreur relative de l'essai interpolé, en %
NOTE * désigne la valeur cible.													

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61123:2019

Annexe B (informative)

Plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances – Exemples

NOTE L'Annexe B renvoie à l'Article 7.

B.1 Utilisation des figures et des tableaux

Paramètres spécifiés: $p_0 = 0,05$; $\alpha = \beta = 20 \%$;

$n = 77$ entités disponibles.

Paramètre à obtenir: D et c .

Sur la Figure E.1, pour $n = 77$ et $\alpha = \beta = 20 \%$, $D = 2,0$ est obtenu et, dans le Tableau E.1, $c = 5$ est obtenu en conséquence.

B.2 Nombre d'événements n , où n est inconnu mais prévisible

L'exigence spécifiée est que le fractile de 90 % des temps de réparation ne doit pas dépasser 3 h. Le fournisseur souhaite que $\alpha = 10 \%$. Le client souhaite que le fractile inacceptable des temps de réparation soit supérieur à 75 % et que $\beta = 10 \%$. Le nombre prévisible de réparations est de 50 par an. Le temps d'essai préliminaire est de 0,5 année. La notation suivante peut être utilisée:

Spécifiés: $q_0 = 0,90$; $q_1 = 0,75$; $\alpha = \beta = 10 \%$;

d'où: $p_0 = 1 - q_0 = 0,10$; $D \leq (1 - 0,75) / (1 - 0,90) = 2,5$;

n préliminaire = $0,5 \times 50 = 25$.

A obtenir: D nominal réel, évaluation d'un plan d'essai préliminaire et d'un nouveau plan.

Etape 1:

Sur la Figure E.2, pour $n = 25$ et $\alpha = \beta = 10 \%$, $D = 3$ est obtenu, ce qui est une valeur trop élevée. Conclusion: il convient d'augmenter n en allongeant le temps d'essai.

Etape 2:

A titre d'essai, D est mis à sa valeur maximale, c'est-à-dire $D = 2,5$, et une valeur de $n = 40$ apparaît sur la Figure E.2. Cela peut être obtenu en augmentant le temps d'essai à $40/50 = 0,8$ an, arrondi à 1 année pour plus de sûreté.

Etape 3:

Il faut décider si l'essai doit être arrêté lorsqu'un nombre de 40 réparations est atteint ou bien si le temps d'essai doit être fixé à 1 an. Poursuivre avec l'Etape 4a ou l'Etape 4b, respectivement.

Etape 4a:

Si une valeur de $n = 40$ est choisie, c prend, selon le Tableau E.2, la valeur $c = 6$ avec $D = 2,5$. Il s'agit du plan d'essai final, il n'est donc pas nécessaire de suivre les étapes suivantes.

Etape 4b:

Toutefois, en règle générale, d'autres caractéristiques de fiabilité doivent être évaluées au cours du même temps d'essai. En conséquence, il est généralement judicieux d'adopter un temps d'essai fixé, en l'occurrence 1 an. Poursuivre avec les Etapes 5 et 6.

Etape 5:

L'essai est réalisé avec un temps d'essai égal à 1 an, pendant lequel $n = 44$ réparations ont été observées.

Etape 6:

Spécifications actuelles: $p_0 = 0,1$; $\alpha = \beta = 10 \%$, comme avant; $n = 44$.

A obtenir: D et c réels.

Sur la Figure E.2, pour $n = 44$ et $\alpha = \beta = 10 \%$, $D = 2,4$ est obtenu et, dans le Tableau E.2, $c = 7$ est obtenu en conséquence. Il s'agit du plan d'essai final. Toutes les données disponibles ont été utilisées.

Il convient d'utiliser cette méthode uniquement si la durée de chaque réparation n'est pas disponible. Un calcul fondé sur les temps de réparation est plus efficace sur le plan statistique.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61123:2019

Annexe C (informative)

Plans d'essai à nombre fixé d'épreuves et de défaillances – Procédures mathématiques et formules

C.1 Généralités

Les procédures et les formules de l'Annexe C peuvent être utilisées pour calculer les paramètres du plan d'essai, au lieu de passer par la lecture des valeurs des figures et des tableaux.

De plus, des paramètres du plan d'essai pour d'autres valeurs de p_0 et $\alpha = \beta$ que celles indiquées peuvent être calculés. Des formules, exactes et approximées, sont également données pour calculer des courbes d'efficacité.

C.2 Symboles

Tous les symboles de l'Article 3 sont valables pour la présente annexe. Les symboles supplémentaires suivants sont également utilisés:

$\Phi(u)$	distribution normale cumulée;
u_γ	fractile γ de la distribution normale cumulée, $\gamma = \Phi(u_\gamma)$;
$f(i, n, p)$	fonction de densité de probabilité de la distribution binomiale (probabilité d'observer exactement i défaillances);
$F(c, n, p)$	distribution binomiale cumulée (probabilité d'observer c défaillances ou moins).

$$f(i, n, p) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}, \quad \binom{n}{i} = n! / [(n-i)! i!],$$

$$F(c, n, p) = \sum_{i=0}^c f(i, n, p) = \sum_{i=0}^c \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (\text{C.1})$$

NOTE Dans la présente annexe, les probabilités ne sont pas, en règle générale, données en tant que pourcentages.

La Formule (C.1) peut être facilement calculée dans Excel par la fonction BINOM.DIST, comme suit:

$$F(c, n, p) = \text{BINOM.DIST}(c, n, p, \text{TRUE}). \quad (\text{C.2})$$

C.3 Calculs

C.3.1 Détermination de D en fonction de n

Ce cas est en rapport avec les Figures E.1 à E.3.

Paramètres spécifiés: $p_0, n, \alpha = \beta$.

Paramètre à obtenir: D .

Procédure:

Calculer la valeur de D en utilisant la formule approximée:

$$D = D(p_0, \alpha, n) = \left\{ \sin^2 \left[\arcsin(\sqrt{p_0}) + u/\sqrt{n} \right] \right\} / p_0 \quad (\text{C.3})$$

où la valeur de $u = u_{1-\alpha}$ peut être prise dans le Tableau C.1 ou le Tableau C.2 ou calculée dans Excel à l'aide de la fonction NORM.S.INV($1 - \alpha$).

NOTE Les valeurs ayant servi à tracer les courbes des Figures E.1 à E.3 sont calculées à l'aide de la Formule (C.3).

C.3.2 Détermination de n et de c en fonction de p_0 , D , α , β

Dans ce cas, α et β peuvent être différents.

Paramètres spécifiés: p_0, D, α, β .

Paramètre à obtenir: n, c .

Procédure:

Etape 1:

Si n est donné, passer à l'Etape 2. Sinon, calculer la valeur initiale de n en utilisant la formule approximée:

$$n = \left[\frac{u_\alpha + u_\beta}{2 \arcsin(\sqrt{1-p_0}) - 2 \arcsin(\sqrt{1-p_0 D})} \right]^2 \quad (\text{C.4})$$

Etape 2:

Rechercher la valeur initiale de c dans Excel à l'aide de la fonction suivante:

$$c = \text{BINOM.INV}(n, p_0, 1 - \alpha), \quad (\text{C.5})$$

ou calculer c en utilisant la formule approximée (pour $n > 20$):

$$c = c(p_0, \alpha, n) = n \sin^2 \left[\arcsin(\sqrt{p_0}) + u/(2\sqrt{n}) \right] - 0,5 \quad (\text{C.6})$$

où la valeur de $u = u_{1-\alpha}$ peut être prise dans le Tableau C.2 ou calculée dans Excel à l'aide de la fonction NORM.S.INV($1 - \alpha$).

c est arrondi à l'entier le plus proche.

Etape 3:

Utiliser la valeur de c , déterminée à l'Etape 2, pour obtenir un entier n qui donnera des valeurs de α' et β' raisonnablement en accord avec les valeurs de α et β spécifiées.

NOTE 1 Les risques vrais α' et β' peuvent être obtenus à partir de $\alpha' = 1 - F(c, n, p_0)$ et $\beta' = F(c, n, p_1)$ en utilisant la Formule (C.2) ou la Formule (C.1).

Etape 4:

Si les valeurs de α' et β' sont inférieures aux valeurs de α et β spécifiées, essayer $c = c - 1$ et revenir à l'Etape 3.

En l'absence de valeurs de α' et β' inférieures aux valeurs de α et β spécifiées, prendre $c = c + 1$ et revenir à l'Etape 3.

NOTE 2 Les chiffres des Tableaux E.1 à E.3 sont calculés selon le présent paragraphe.

C.3.3 Essai sans défaillances – Détermination de n et de D en fonction de p_0 , α , β

Dans ce cas, $c = 0$.

α et β peuvent être différents.

Paramètres spécifiés: $c = 0$, p_0 , α , β .

Paramètre à obtenir: n , D .

Procédure:

Etape 1:

Calculer la valeur de n en utilisant la formule suivante:

$$n = \ln(1 - \alpha) / \ln(1 - p_0), \quad (\text{C.7})$$

Etape 2:

Calculer la valeur de D en utilisant la formule suivante:

$$D = \left\{ 1 - \exp \left[\ln \beta \ln(1 - p_0) / \ln(1 - \alpha) \right] \right\} / p_0, \quad (\text{C.8})$$

ou calculer la valeur de D en utilisant la formule approximée:

$$D \approx \left(1 - \beta^{1/\alpha} \right) / p_0, \quad (\text{C.9})$$

NOTE Les risques vrais α' et β' peuvent être obtenus à partir de $\alpha' = 1 - F(c, n, p_0)$ et $\beta' = F(c, n, p_1)$ en utilisant la Formule (C.2) ou la Formule (C.1).

EXEMPLE

Spécifiés: $p_0 = 0,001$; $\alpha = \beta = 10\%$.

Obtenus: $n = (105,3)$ arrondi à 105 selon la Formule (C.7); $D = 21,6$ selon la Formule (C.8); ou $D = 22,7$ selon la Formule (C.9).

C.3.4 Détermination des courbes d'efficacité

Paramètres spécifiés: n , c , plage de p .

Paramètre à obtenir: probabilité d'acceptation P_a en fonction de p , où $P_a = F(c, n, p)$.

Procédure:

Calculer F pour une plage adéquate de valeurs de p (par exemple, de p_0/D à $p_1 \cdot D$) en utilisant la Formule (C.2) ou la Formule (C.1).

NOTE Les risques vrais α' et β' peuvent être obtenus à partir de $\alpha' = 1 - F(p_0)$ et $\beta' = F(p_1)$.

C.3.5 Détermination des courbes d'efficacité inverses

Paramètres spécifiés: n , c , plage de P_a .

Paramètre à obtenir: p en fonction de la probabilité d'acceptation P_a .

Procédure:

Etape 1:

Calculer les valeurs du tableau $P_a = F(c, n, p)$ en fonction de p pour une plage adéquate de valeurs de P_a

(par exemple $0,001 \leq P_a \leq 0,999$) selon C.3.4.

Etape 2:

A partir du tableau, tracer la courbe p en fonction de P_a (courbe d'efficacité inverse).

Etape 3:

Calculer les valeurs exactes de p_0 et p_1 comme étant égales aux racines des équations suivantes:

$$F(c, n, p_0) - (1 - \alpha) = 0 \quad \text{et} \quad F(c, n, p_1) - \beta = 0 \quad (\text{C.10})$$

NOTE Les racines peuvent être obtenues à partir des graphiques de la courbe d'efficacité (selon C.3.4 ou C.3.5) ou à l'aide du programme complémentaire Solveur d'Excel.

C.4 Précision

Pour $n > 20$, la précision des formules d'approximation se situe entre assez bonne et bonne. Dans les exemples suivants, les valeurs vraies et approximées peuvent être comparées. Pour les fonctions discrètes, telles que la distribution binomiale, il convient de remarquer qu'aucune valeur nominale n'est vraie en général, du fait que n et c doivent tous deux être entiers.

EXEMPLE 1

Tableau 5:

Spécifiés: $p_0 = 0,15$; $\alpha = \beta = 10 \%$; $D = 3$.

Obtenus: $n = 16$; $c = 4$; $\alpha' = 7,91 \%$ pour $p_0 = 0,15$; $\beta' = 8,53 \%$ pour $p_1 = 3 \times 0,15$.

Annexe B:

Spécifiés: $p_0 = 0,15$; $\alpha = \beta = 10 \%$; $n = 16$.

Obtenus: $c = (3,98)$ arrondi à 4 selon la Formule (C.6); $D = 2,89$ selon la Formule (C.3); $\alpha' = 7,91 \%$; $D' = 3,03$ pour $\beta' = \alpha'$.

EXEMPLE 2

Tableau 5:

Spécifiés: $p_0 = 0,10$; $\alpha = \beta = 10 \%$; $D = 3$.

Obtenus: $n = 25$; $c = 4$; $\alpha' = 9,80 \%$ pour $p_0 = 0,10$; $\beta' = 9,05 \%$ pour $p_1 = 3 \times 0,10$.

Annexe B:

Spécifiés: $p_0 = 0,10$; $\alpha = \beta = 10 \%$; $n = 25$.

Obtenus: $c = (4,23)$ arrondi à 4 selon la Formule (C.6); $D = 2,99$ selon la Formule (C.3); $\alpha' = 9,80 \%$; $D' = 2,96$ pour $\beta' = \alpha'$.

EXEMPLE 3

Tableau 5:

Spécifiés: $p_0 = 0,10$; $\alpha = \beta = 10 \%$; $D = 2,5$.

Obtenus: $n = 40$; $c = 6$; $\alpha' = 9,95 \%$ pour $p_0 = 0,10$; $\beta' = 9,62 \%$ pour $p_1 = 2,5 \times 0,10$.

Annexe B:

Spécifiés: $p_0 = 0,10$; $\alpha = \beta = 10 \%$; $n = 40$

Obtenus: $c = (6,24)$ arrondi à 6 selon la Formule (C.6); $D = 2,51$ selon la Formule (C.3); $\alpha' = 9,95 \%$; $D' = 2,49$ pour $\beta' = \alpha'$.

C.5 Tableaux de la distribution normale cumulée et de son inverse

Tableau C.1 – Distribution normale cumulée pour des valeurs fixées de u_γ

u_γ	2,5	2,0	1,5	1,25	1,0	0,5	0,0
$\Phi(u_\gamma) = \gamma$	0,993 8	0,977 3	0,933 2	0,894 4	0,841 3	0,691 5	0,500 0
$1 - \gamma$	0,006 2	0,022 7	0,066 8	0,105 6	0,158 7	0,308 6	0,500 0
Noter que $u_\gamma = -u_{1-\gamma}$.							

Tableau C.2 – Distribution normale cumulée inverse pour des valeurs fixées de $1 - \gamma$

$1 - \gamma$	0,01	0,025	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30
$\gamma = \Phi(u_\gamma)$	0,99	0,975	0,95	0,90	0,85	0,80	0,70
u_γ	2,326	1,960	1,645	1,282	1,036 4	0,841 6	0,524 4

Des données plus complètes concernant la distribution normale et son inverse peuvent être trouvées dans des outils numériques, notamment Excel, ainsi que dans des ouvrages de statistiques et des manuels, par exemple: "ABRAMOVITZ, M. and STEGUN, I.A., *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1964. Dover Publications Inc. New York 1974".