

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE



Reliability testing – Compliance tests for constant failure rate and constant failure intensity

Essais de fiabilité – Plans d'essai de conformité pour un taux de défaillance constant et une intensité de défaillance constante

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61124:2023



THIS PUBLICATION IS COPYRIGHT PROTECTED

Copyright © 2023 IEC, Geneva, Switzerland

All rights reserved. Unless otherwise specified, no part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from either IEC or IEC's member National Committee in the country of the requester. If you have any questions about IEC copyright or have an enquiry about obtaining additional rights to this publication, please contact the address below or your local IEC member National Committee for further information.

Droits de reproduction réservés. Sauf indication contraire, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'IEC ou du Comité national de l'IEC du pays du demandeur. Si vous avez des questions sur le copyright de l'IEC ou si vous désirez obtenir des droits supplémentaires sur cette publication, utilisez les coordonnées ci-après ou contactez le Comité national de l'IEC de votre pays de résidence.

IEC Secretariat
3, rue de Varembe
CH-1211 Geneva 20
Switzerland

Tel.: +41 22 919 02 11
info@iec.ch
www.iec.ch

About the IEC

The International Electrotechnical Commission (IEC) is the leading global organization that prepares and publishes International Standards for all electrical, electronic and related technologies.

About IEC publications

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC. Please make sure that you have the latest edition, a corrigendum or an amendment might have been published.

IEC publications search - webstore.iec.ch/advsearchform

The advanced search enables to find IEC publications by a variety of criteria (reference number, text, technical committee, ...). It also gives information on projects, replaced and withdrawn publications.

IEC Just Published - webstore.iec.ch/justpublished

Stay up to date on all new IEC publications. Just Published details all new publications released. Available online and once a month by email.

IEC Customer Service Centre - webstore.iec.ch/csc

If you wish to give us your feedback on this publication or need further assistance, please contact the Customer Service Centre: sales@iec.ch.

IEC Products & Services Portal - products.iec.ch

Discover our powerful search engine and read freely all the publications previews. With a subscription you will always have access to up to date content tailored to your needs.

Electropedia - www.electropedia.org

The world's leading online dictionary on electrotechnology, containing more than 22 300 terminological entries in English and French, with equivalent terms in 19 additional languages. Also known as the International Electrotechnical Vocabulary (IEV) online.

A propos de l'IEC

La Commission Electrotechnique Internationale (IEC) est la première organisation mondiale qui élabore et publie des Normes internationales pour tout ce qui a trait à l'électricité, à l'électronique et aux technologies apparentées.

A propos des publications IEC

Le contenu technique des publications IEC est constamment revu. Veuillez vous assurer que vous possédez l'édition la plus récente, un corrigendum ou amendement peut avoir été publié.

Recherche de publications IEC -

webstore.iec.ch/advsearchform

La recherche avancée permet de trouver des publications IEC en utilisant différents critères (numéro de référence, texte, comité d'études, ...). Elle donne aussi des informations sur les projets et les publications remplacées ou retirées.

IEC Just Published - webstore.iec.ch/justpublished

Restez informé sur les nouvelles publications IEC. Just Published détaille les nouvelles publications parues. Disponible en ligne et une fois par mois par email.

Service Clients - webstore.iec.ch/csc

Si vous désirez nous donner des commentaires sur cette publication ou si vous avez des questions contactez-nous: sales@iec.ch.

IEC Products & Services Portal - products.iec.ch

Découvrez notre puissant moteur de recherche et consultez gratuitement tous les aperçus des publications. Avec un abonnement, vous aurez toujours accès à un contenu à jour adapté à vos besoins.

Electropedia - www.electropedia.org

Le premier dictionnaire d'électrotechnologie en ligne au monde, avec plus de 22 300 articles terminologiques en anglais et en français, ainsi que les termes équivalents dans 19 langues additionnelles. Egalement appelé Vocabulaire Electrotechnique International (IEV) en ligne.

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE



Reliability testing – Compliance tests for constant failure rate and constant failure intensity

Essais de fiabilité – Plans d'essai de conformité pour un taux de défaillance constant et une intensité de défaillance constante

INTERNATIONAL
ELECTROTECHNICAL
COMMISSION

COMMISSION
ELECTROTECHNIQUE
INTERNATIONALE

ICS 03.120.30; 19.020; 21.020

ISBN 978-2-8322-6453-9

Warning! Make sure that you obtained this publication from an authorized distributor.
Attention! Veuillez vous assurer que vous avez obtenu cette publication via un distributeur agréé.

CONTENTS

FOREWORD.....	6
INTRODUCTION.....	8
1 Scope.....	10
2 Normative references	10
3 Terms, definitions, abbreviated terms and symbols.....	11
3.1 Terms and definitions.....	11
3.2 Abbreviated terms and symbols	11
3.2.1 Abbreviated terms	11
3.2.2 Symbols	11
4 General requirements and area of application.....	13
4.1 Requirements and characteristics	13
4.2 Applicability to replaced and repaired items	13
4.3 Types of test plans.....	14
4.3.1 General	14
4.3.2 Advantages and disadvantages of the different test plan types	14
5 General test procedure	16
5.1 Test conditions	16
5.2 General characteristics of the test plans	17
5.3 Data to be recorded	17
5.4 Calculation of accumulated test time, T^*	17
5.5 Number of failures	18
6 Truncated sequential probability ratio test (SPRT) plans.....	18
6.1 General.....	18
6.2 Common test procedure	19
6.3 Decision criteria	19
6.4 Operating characteristic (OC) curve	20
6.5 Expected accumulated test time to decision (ETT)	21
6.6 Overview of test plans.....	22
7 Fixed time/failure terminated test plans – Fixed duration (to acceptance) test plans	25
7.1 General.....	25
7.2 Common test procedure	26
7.3 Decision criteria	26
7.4 Test plans	26
8 Design of alternative time/failure terminated test plans (FTFT)	27
8.1 General.....	27
8.2 Design procedures	27
8.3 Common FTFT procedure	28
8.4 Decision criteria	28
9 Calendar time/failure terminated test plans (FTFT) for non-replaced items	28
9.1 General.....	28
9.2 Common test procedure	29
9.3 Decision criteria	29
9.4 Use of IEC 61123:2019, Table 5 for fixed calendar time tests	29
9.4.1 General	29
9.4.2 Procedure when the test time is given	30

9.4.3	Procedure when the number of items is given	30
10	Combined test plans	30
10.1	General	30
10.2	Common test procedure	30
10.3	Decision criteria	31
10.4	Test plans	31
11	Performing the test and presenting the results	32
Annex A	(normative) Tables for border lines of SPRT plans (types A and C)	33
A.1	Symbols	33
A.2	Border lines	33
A.3	Example of the SPRT plan from Clause 6	37
Annex B	(normative) Tables and graphs for combined test plans (type D)	39
B.1	General	39
B.2	Test plans D.3 and C.3 ($\alpha = \beta = 10\%$, $D = 1,7$)	41
Annex C	(informative) Extension of the set of SPRTs type A	44
C.1	Symbols	44
C.2	Extension of the set of type A tests (through interpolation by α and β)	44
Annex D	(informative) Approximation of operating characteristic for type A SPRTs by Wald's formula	47
D.1	Symbols	47
D.2	Approximations of OC in this document	47
D.3	Approximation of OC for type A SPRT by Wald's formula	47
D.4	Construction of the approximated OC curve using a spreadsheet	49
Annex E	(informative) Mathematical references and examples for fixed time/failure terminated test (FTFT) plans	51
E.1	Symbols	51
E.2	Mathematical references	51
E.2.1	General	51
E.2.2	Mathematical references	51
E.2.3	Design procedure {a}	54
E.2.4	Design procedure {b}	55
E.2.5	Design procedure {c}	55
E.2.6	Design procedure {d}	56
E.3	Examples of FTFT design using test plans B	56
E.3.1	Example 1	56
E.3.2	Example 2	57
E.4	Test OC approximation using formula for FTFT	58
Annex F	(informative) Examples of FTFT design using a spreadsheet program	59
F.1	General	59
F.2	Finding the test border lines using optimization on the example of the design procedure {b}	61
F.3	ETT and OC curves	63
F.4	Example of FTFT design by procedure {a}	65
F.5	Example of FTFT design by procedure {c}	67
F.6	Example of FTFT design by procedure {d}	69
F.7	Example of a test with replacement of failed items	72
F.8	Evaluation of an approximate OC for non-FTFT plans using a spreadsheet	73
Annex G	(informative) Examples and mathematical references for the calendar time terminated test plans	78

G.1	Examples	78
G.1.1	Example 1	78
G.1.2	Example 2	78
G.2	Mathematical background	79
Annex H (informative) Derivation and mathematical reference for the optimized test plans of GOST R 27 402 [12]		80
H.1	Symbols	80
H.2	Test plan types and terminology	81
H.3	Introductory remarks	81
H.4	Procedure used for developing the optimized test plans	82
Bibliography		89
Figure 1 – Relative ETT (T_e^*/m_0) and MaxTT (T_t^*/m_0) of various tests with the same risks		16
Figure 2 – SPRT diagram and test example		20
Figure 3 – OC curve, P_a		21
Figure 4 – SPRT – Curve of expected accumulated test time to decision (ETT)		22
Figure 5 – Example of a decision graph for combined test plan (type D) and for SPRT type C		31
Figure A.1 – Decision graph of SPRT plan		34
Figure B.1 – Expected accumulated test time to acceptance decision, $T_e^*(+)$ for D.3 and C.3 test plans		43
Figure B.2 – Operating characteristic P_a for D.3 and C.3 test plans		43
Figure D.1 – Approximation of OC for type A SPRT using Wald's formula		48
Figure E.1 – Example 1 – Expected accumulated test time to decision (ETT) of tests B.2 and A.25		57
Figure E.2 – Example 1 – Operating characteristic of tests B.2 and A.25		58
Figure F.1 – Using Solver to find T_t^*/m_0 – Accumulated test truncation time in terms of m_0		63
Figure F.2 – ETT plotted from the spreadsheet calculations		64
Figure F.3 – OC curve plotted from the spreadsheet calculations		64
Figure F.4 – Using Solver to find T_t^*/m_0 and c in Step {a1}		66
Figure F.5 – Using Solver to find T_t^*/m_0 in Step {a2}		67
Figure F.6 – Using Solver to find T_t^*/m_0 in Step {c2}		69
Figure F.7 – Using Solver to find D and c in Step {d1}		71
Figure F.8 – Using Solver to find D and T_t^* in Step {d2}		72
Figure F.9 – Using Solver to find c and T_t^*/m_0 from Clause F.8		75
Figure F.10 – OC approximated by formula for FTFT (example from Clause F.8)		77
Figure H.1 – Test plan types and terminology		81
Figure H.2 – Principle of test plans		83
Figure H.3 – Partitioning of the test plan graph		83
Figure H.4 – Interior nodes and border nodes		83
Figure H.5 – Paths to the accept line		84

Figure H.6 – Paths to the reject line	84
Figure H.7 – Probabilities of paths transfer between nodes	85
Figure H.8 – Recurrent element – Two cases	88
Table 1 – Advantages and disadvantages for the different test plan types	15
Table 2 – OC curve	20
Table 3 – Relative ETT versus m/m_0	21
Table 4 – Overview of type A SPRT plans	23
Table 5 – Overview of type C SPRT plans	25
Table 6 – Type B FTFT plans	27
Table 7 – Overview of type D combined plans	32
Table A.1 – Constants for border line formulae and their coordinates for type A SPRT plans	35
Table A.2 – Constants for border line formulae and their coordinates for type C SPRT plans	36
Table A.3 – Example for SPRT using test plan A.41 (with example data)	38
Table B.1 – Combined test plans in Annex B	39
Table B.2 – Type D test plans – Accept and reject lines	40
Table B.3 – Expected accumulated test time to acceptance decision, $T_e^*(+)$, for D and C test plans	41
Table B.4 – Accept and reject lines for D.3 and C.3 test plans	42
Table C.1 – Example for interpolation by α and β	46
Table D.1 – Spreadsheet set-up for construction of the OC curve by Wald	50
Table D.2 – Formulae embedded in the spreadsheet	50
Table E.1 – List of the typical FTFT design procedures	54
Table F.1 – Set-up of the spreadsheet with embedded formulae	60
Table F.2 – Formulae embedded in the spreadsheet	61
Table F.3 – Fragment from Table 6	62
Table F.4 – Set-up 1 of the spreadsheet for example by procedure {a}	65
Table F.5 – Set-up 2 of the spreadsheet for example by procedure {a}	66
Table F.6 – Set-up 3 (final solution) for example by procedure {a}	67
Table F.7 – Set-up 2 for example by procedure {c}	68
Table F.8 – Set-up 3 (final solution) for example by procedure {c}	69
Table F.9 – Set-up 1 of the spreadsheet for example by procedure {d}	70
Table F.10 – Set-up 2 of the spreadsheet for example by procedure {d}	71
Table F.11 – Set-up 3 (final solution) for example by procedure {d}	72
Table F.12 – Set-up of the spreadsheet with embedded formulae from Clause F.8	74
Table F.13 – Set-up 1 of the spreadsheet from Clause F.8	75
Table F.14 – Set-up 2 of the spreadsheet for example from Clause F.8	76

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

RELIABILITY TESTING – COMPLIANCE TESTS FOR CONSTANT FAILURE RATE AND CONSTANT FAILURE INTENSITY

FOREWORD

- 1) The International Electrotechnical Commission (IEC) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of IEC is to promote international co-operation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, IEC publishes International Standards, Technical Specifications, Technical Reports, Publicly Available Specifications (PAS) and Guides (hereafter referred to as "IEC Publication(s)"). Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of IEC on technical matters express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the relevant subjects since each technical committee has representation from all interested IEC National Committees.
- 3) IEC Publications have the form of recommendations for international use and are accepted by IEC National Committees in that sense. While all reasonable efforts are made to ensure that the technical content of IEC Publications is accurate, IEC cannot be held responsible for the way in which they are used or for any misinterpretation by any end user.
- 4) In order to promote international uniformity, IEC National Committees undertake to apply IEC Publications transparently to the maximum extent possible in their national and regional publications. Any divergence between any IEC Publication and the corresponding national or regional publication shall be clearly indicated in the latter.
- 5) IEC itself does not provide any attestation of conformity. Independent certification bodies provide conformity assessment services and, in some areas, access to IEC marks of conformity. IEC is not responsible for any services carried out by independent certification bodies.
- 6) All users should ensure that they have the latest edition of this publication.
- 7) No liability shall attach to IEC or its directors, employees, servants or agents including individual experts and members of its technical committees and IEC National Committees for any personal injury, property damage or other damage of any nature whatsoever, whether direct or indirect, or for costs (including legal fees) and expenses arising out of the publication, use of, or reliance upon, this IEC Publication or any other IEC Publications.
- 8) Attention is drawn to the Normative references cited in this publication. Use of the referenced publications is indispensable for the correct application of this publication.
- 9) Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this IEC Publication may be the subject of patent rights. IEC shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

IEC 61124 has been prepared by IEC technical committee 56: Dependability. It is an International Standard.

This fourth edition cancels and replaces the third edition published in 2012. This edition constitutes a technical revision.

This edition includes the following significant technical changes with respect to the previous edition:

- a) The truncated sequential probability ratio test (SPRT) [1], [2], [3]¹ has been significantly developed in recent years [4], [5], [6]. In this edition, type A test plans (optimally truncated SPRT) have been significantly changed, as follows:

¹ Numbers in square brackets refer to the Bibliography.

- the tests are significantly truncated (the maximal test time is low) without substantially increasing the expected accumulated test time to decision (ETT);
 - the true producer's and consumer's risks (α' , β') are given and are very close to the nominal values;
 - the range of the test parameters is wide (risks and discrimination ratio);
 - the test plans include various risk ratios (not restricted to equal risks only);
 - the values of the ETT are accurate and given in the relevant region (for practical use);
 - guidelines for extension of the tests set (using accurate interpolation) are included.
- b) Other ready-to-use test plans (types B, C, D) are not changed, only the form of presentation of the data on their border lines and the characteristics has been changed. This form is made unified for all types of test plans, which helps the comparison of different plans and, accordingly, to facilitate the selection of the most appropriate.
- c) FTFT design procedures, to extend the set of test plans B, are significantly changed and make the design accurate and simple. The implementation of this design is given on a spreadsheet program. A unified approach to the calculation of the operational characteristics of all types of test plans is introduced.

The text of this International Standard is based on the following documents:

Draft	Report on voting
56/1980/FDIS	56/1985/RVD

Full information on the voting for its approval can be found in the report on voting indicated in the above table.

The language used for the development of this International Standard is English.

This document was drafted in accordance with ISO/IEC Directives, Part 2, and developed in accordance with ISO/IEC Directives, Part 1 and ISO/IEC Directives, IEC Supplement, available at www.iec.ch/members_experts/refdocs. The main document types developed by IEC are described in greater detail at www.iec.ch/standardsdev/publications.

The committee has decided that the contents of this document will remain unchanged until the stability date indicated on the IEC website under webstore.iec.ch in the data related to the specific document. At this date, the document will be

- reconfirmed,
- withdrawn,
- replaced by a revised edition, or
- amended.

IMPORTANT – The "colour inside" logo on the cover page of this document indicates that it contains colours which are considered to be useful for the correct understanding of its contents. Users should therefore print this document using a colour printer.

INTRODUCTION

A compliance test is an essential part of the reliability assurance system [7], [8], [9]. Reliability is affected by many random factors, so its prediction is not accurate. The direct way to check if the item meets its reliability specifications is to perform a compliance test.

The tests described in this document can be applied to items that have a failure rate or failure intensity (denoted by λ) which can be considered as a constant. The procedures are based on the assumption that trials of the test are statistically independent. If it is necessary to test the constant failure rate and constant failure intensity assumption, the procedures given in IEC 60605-6 should be used.

The test serves to verify the compliance with a specified λ_0 , that is, to verify that $\lambda \leq \lambda_0$.

The probability of making the correct decision in the test depends on the test duration and on the sample size (number of failures). The tests usually require a large sample size and, accordingly, a large consumption of time and funds. The consumptions are especially high for reliability testing. For this reason, sampling plans of the tests should be carefully planned in order to reduce the consumption.

This document is dedicated to sampling plans for the tests.

The tests are characterized by the operating characteristic (OC) and test duration until the test stops with the accept/reject decision on the compliance.

OC is the probability of accepting an item as meeting the requirements. In this document, the OC is represented by the coordinates of its two points (see ISO 3534-2 [10]):

- $(\lambda_0, 1 - \alpha)$ are the coordinates of the producer's risk point (PRP);
- (λ_1, β) are the coordinates of the consumer's risk point (CRP);

where α and β are producer's and consumer's risks, and $\lambda_1 > \lambda_0$.

The test duration (test time) is a random value and in this document is usually characterized by its expected (ETT) and maximum (MaxTT) values.

This document contains the following types of tests:

- optimally truncated sequential probability ratio test (SPRT, type A);
- maximally truncated SPRT (type C);
- fixed time/failure terminated test (FTFT, type B);
- FTFT – calendar time terminated test without replacement;
- combined test plan (type D).

The tests can be used for testing equipment (repaired or non-repaired) as well as for components (replaced or not replaced when failing).

All the plans in this document are sequential, that is, every time an event occurs during the test, a decision is made to continue or stop the test. An event occurs in two cases: when a failure occurs, or when the acceptance boundary is crossed, which means that there is compliance with the requirements. The decision can be one of three types:

- accept the compliance and stop the test;
- reject the compliance and stop the test;
- continue the test, because there is not enough information to stop it.

The difference between the types of tests is in the shape of border lines.

The FTFT is characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance when the MaxTT has been reached, or the acceptable number of failures has been exceeded. This test has the smallest MaxTT among all tests with specified PRP and CRP. If, for a tested item $\lambda \leq \lambda_0$, then ETT is close to MaxTT; otherwise, if $\lambda > \lambda_0$, then ETT decreases. In fact, the only advantage of the FTFT over the SPRT is the simplicity of designing new test plans. A detailed procedure for the design is provided in this document.

The optimally truncated SPRT (type A) has a MaxTT of 1,1 to 1,2 times greater than the FTFT with the same PRP and CRP. However, the ETT of the SPRT is significantly smaller than that of the corresponding FTFT, and for $\lambda \leq \lambda_0$ it can be 1,4 to 1,8 times smaller. This is a great advantage of the SPRT. This document contains an extensive set of ready-to-use type A plans. The set also allows the design of additional tests by simple interpolation according to the procedure provided in this document.

The maximally truncated SPRT (type C) has a MaxTT, like the FTFT; however, its ETT is less than that of the FTFT, but greater than that of the type A SPRT.

In the combined test plan (type D), test items with early failures will not be rejected in the initial stages of the test.

Some of the ready-to-use tests listed in this document have a very large maximal acceptable number of failures, which is why they are likely to be rarely used. However, the data allows the user of this document to assess the economic benefit of the OC test requirements and, in general, to assess the advisability of performing the test.

Accumulated test time can be reduced by accelerated testing (see IEC 62506 [11]).

An example of objects covered by this document can be electronic equipment and its components, which usually have a failure rate or failure intensity that can be considered constant.

Clause 4 presents the requirements and area of application of the tests and recommendations for their selection. Clause 5 explains the general elements of the test procedure. Clause 6 explains the characteristics of the ready-to-use SPRT and the parameters of the border lines (their values are given in Annex A). Extension of the set of SPRT tests are given in Annex C. Clause 7 is devoted to the ready-to-use FTFT. Clause 8 presents the design of FTFT plans that are not covered in the tables of this document. Mathematical references and procedures of the design of FTFT plans are given in Annex E and in Annex F. Clause 9 is devoted to the calendar FTFT for non-replaced items (examples and mathematical references of their design are given in Annex G). Clause 10 is devoted to the combined test plans (parameters of their border lines are given in Annex B). Clause 11 explains how to perform the test and presentation of results. Annex D presents the approximation of OC by Wald's formula. Annex H is devoted to the mathematical reference for the test plans of GOST R 27.402 [12].

RELIABILITY TESTING – COMPLIANCE TESTS FOR CONSTANT FAILURE RATE AND CONSTANT FAILURE INTENSITY

1 Scope

This document gives a number of optimized test plans, the corresponding border lines and characteristics. In addition, the algorithms for designing test plans using a spreadsheet program are also given, together with guidance on how to choose test plans.

This document specifies procedures to test whether an observed value of

- failure rate,
- failure intensity,
- mean operating time to failure (MTTF),
- mean operating time between failures (MTBF),

conforms to a given requirement.

It is assumed, except where otherwise stated, that during the accumulated test time, the times to failure or the operating times between failures are independent and identically exponentially distributed. This assumption implies that the failure rate or failure intensity is assumed to be constant.

Four types of test plans are described as follows:

- truncated sequential probability ratio test (SPRT);
- fixed time/failure terminated test (FTFT);
- fixed calendar time terminated test without replacement;
- combined test.

This document does not cover guidance on how to plan, perform, analyse and report a test. This information can be found in IEC 60300-3-5.

This document does not describe test conditions. This information can be found in IEC 60605-2 and in IEC 60300-3-5.

2 Normative references

The following documents are referred to in the text in such a way that some or all of their content constitutes requirements of this document. For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments) applies.

IEC 60050-192, *International Electrotechnical Vocabulary (IEV) – Part 192: Dependability*, available at <http://www.electropedia.org>

IEC 60300-3-5:2001, *Dependability management – Part 3-5: Application guide – Reliability test conditions and statistical test principles*

IEC 60605-2, *Equipment reliability testing – Part 2: Design of test cycles*

IEC 60605-4:2001, *Equipment reliability testing – Part 4: Statistical procedures for exponential distribution – Point estimates, confidence intervals, prediction intervals and tolerance intervals*

IEC 60605-6, *Equipment reliability testing – Part 6: Tests for the validity and estimation of the constant failure rate and constant failure intensity*

IEC 61123:2019, *Reliability testing – Compliance test plans for success ratio*

3 Terms, definitions, abbreviated terms and symbols

3.1 Terms and definitions

For the purposes of this document the terms and definitions given in IEC 60050-192 apply.

ISO and IEC maintain terminology databases for use in standardization at the following addresses:

- IEC Electropedia: available at <https://www.electropedia.org/>
- ISO Online browsing platform: available at <https://www.iso.org/obp>

The terms "failure rate" and "failure intensity" are used as meaning constant failure rate and constant failure intensity.

3.2 Abbreviated terms and symbols

3.2.1 Abbreviated terms

ADT	accept decision time – time that the test was terminated with accept decision
CDF	cumulative distribution function
CRP	consumer's risk point
ETT	expected accumulated test time to accept/reject decision
FTFT	fixed time/failure terminated test
MaxTT	maximal accumulated test time and accumulated truncation time of the test
MTBF	mean operating time between failures
MTTF	mean operating time to failure
OC	operating characteristic
PDF	probability density function
PRP	producer's risk point
RDS	reject decision segment – segment of time/failure line when the test was terminated with reject (see Figure 2)
SPRT	truncated sequential probability ratio test (in some literature called probability ratio sequential test (PRST)).

3.2.2 Symbols

The generic symbol λ is used in this document for failure rate and failure intensity.

The symbol m is used to denote both the following reliability measures:

- mean operating time between failures, MTBF;
- mean operating time to failure, MTTF.

When used, the relationship between the above quantities, under the given assumptions, is:

$$\lambda = 1/m$$

Test plans are based on m as a reliability measure; thus in these cases:

$$m = 1/\lambda$$

c	acceptable number of failures during FTFT
D	discrimination ratio; $D = m_0/m_1$ or $D = \lambda_1/\lambda_0$
m	true MTBF or MTTF
m_j	indexed m , where $j = L, 1, M, 0, H$ (as in Figure 1 and in Table 3)
m_0	specified MTTF or MTBF, $m_0 = 1/\lambda_0$
m_1	lower limit for MTTF or MTBF, $m_1 = 1/\lambda_1$
n	number of test items at the beginning of the test
P_a	probability of acceptance
p_0	acceptable failure ratio
q_0	acceptable success ratio, $q_0 = 1 - p_0$
$R(t)$	reliability function
r	observed number of failures during the test
r_0	maximum number of failures where an "accept" decision is possible (see Figure 2)
r_e	expected number of failures to reach a decision
T^*	accumulated test time
T_a^*	accumulated test time stated as accept criterion (ADT)
$T_{a,min}^*$	minimum test time for $r = 0$ stated as accept criterion
T_e^*	expected accumulated test time to decision
$T_{e,j}^*$	indexed T_e^* , where $j = L, 1, M, 0, H$ (which are related to the five values of m_j as in Figure 1)
$T_e^*(+)$	expected accumulated test time to acceptance
T_r^*	accumulated test time stated as reject criterion
T_t^*	accumulated test time stated as termination criterion for FTFT and MaxTT for A, C and D tests
t	test time
t^*	test time for each tested item
t_e^*	expected test time to decision
t_t^*	test truncation time
t_i	test time of failed item i
$t_{cal,t}^*$	calendar test time stated as termination criterion
R_D	optimization criterion, Formula (E.11)
R_R	optimization criterion, Formula (E.12)

$P(r)$	probability of r failures
α	producer's risk (type I risk)
α'	true producer's risk (type I risk)
β	consumer's risk (type II risk)
β'	true consumer's risk (type II risk)
λ	true failure rate per item
λ_0	specified expected failure rate per item (design goal)
λ_1	upper limit for constant failure rate per item

4 General requirements and area of application

4.1 Requirements and characteristics

It is assumed, except where otherwise stated, that during the accumulated test time, the times to failure or the operating times between failures are independent, and identically exponentially distributed. This assumption implies that the failure rate or failure intensity is assumed to be constant. Under this assumption, there is no difference between failure rate and failure intensity. Therefore, they are both called λ and referred to in this document as failure rate.

It is assumed that the requirement is specified in one of the following terms: the acceptable constant failure rate or the acceptable mean number of failures per time unit, λ_0 , or the acceptable mean operating time to failure or mean operating time between failures, m_0 .

The tests are characterized by an operating characteristic (OC) and test time to decision.

The OC of a test is the probability of accepting an item as meeting the requirements (see example in Figure 3). The OC is a function of the true value of m , or of λ . In this document, the OC is represented by the coordinates of its two points (see ISO 3534-2):

- $(m_0, 1 - \alpha)$ are the coordinates of the producer's risk point (PRP), or $(\lambda_0, 1 - \alpha)$;
- (m_1, β) are the coordinates of the consumer's risk point (CRP), or (λ_1, β) .

The test time to reaching a decision regarding the test is a random value and in this document is usually characterized by its expected (ETT) and maximum (MaxTT) values (see example in Figure 1). ETT is a function of the true value of m , or λ .

It is possible that special treatments will be required to ensure the constant failure rate or failure intensity, for example, screening for the elimination of early life failure period.

If it is necessary to test the constant failure rate/constant failure intensity assumption, the procedures given in IEC 60605-6 shall be used.

4.2 Applicability to replaced and repaired items

The truncated sequential probability ratio test plans (see Clause 6), the time/failure terminated test plans (see Clause 7) and the combined test plans (see Clause 10) are applicable to the following:

- replacement of failed items;
- without replacement of failed items;

under the assumption that

- an item can be replaced by repair of the item itself;
- the accumulated test time is calculated as elapsed operating item-time, in accordance with 5.4;
- replaced items belong to the same population as the original items;
- repaired items can be considered to have the same failure intensity after repair as they had before they failed.

The calendar time/failure terminated test plans in Clause 9, however, are applicable to cases where failed items are not replaced and where a fixed number of items are placed on test for a fixed calendar time. This means that the test is running, even though the number of items under test will not remain constant because some items will not survive.

4.3 Types of test plans

4.3.1 General

Test plans are given for the following test types:

- optimally truncated SPRT (type A ready-to-use plans, see Clause 6);
- maximally truncated SPRT (type C ready-to-use plans, see Clause 6);
- FTFT (type B ready-to-use plans see Clause 7, and Clause 8 for design of alternative FTFT);
- FTFT – calendar time terminated tests without replacement (see Clause 9);
- combined test plans (see Clause 10).

All plans in this document are sequential, that is, every time an event occurs during the test, a decision is made to continue or stop the test. The event is: failure or crossing the acceptance boundary of the hypothesis compliance. The decision can be one of three:

- accept the compliance hypothesis and stop the test;
- reject the compliance hypothesis and stop the test;
- continue the test, because there is not enough information to stop it.

The difference between the test types is the shape of border lines, as shown in Table 1.

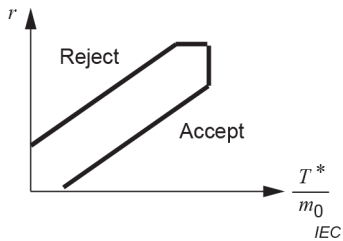
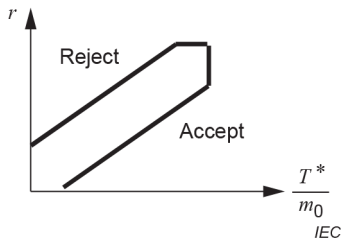
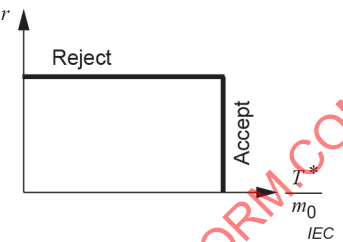
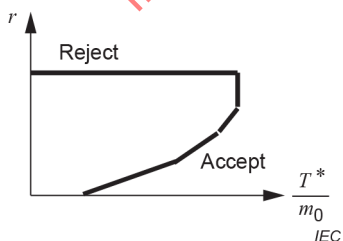
The duration of the tests is a bounded continuous random variable, which means that the test stops when MaxTT is reached, if it has not already been stopped. This random variable is conveniently characterized by ETT and MaxTT. ETT is a function of the true value of m (Figure 1).

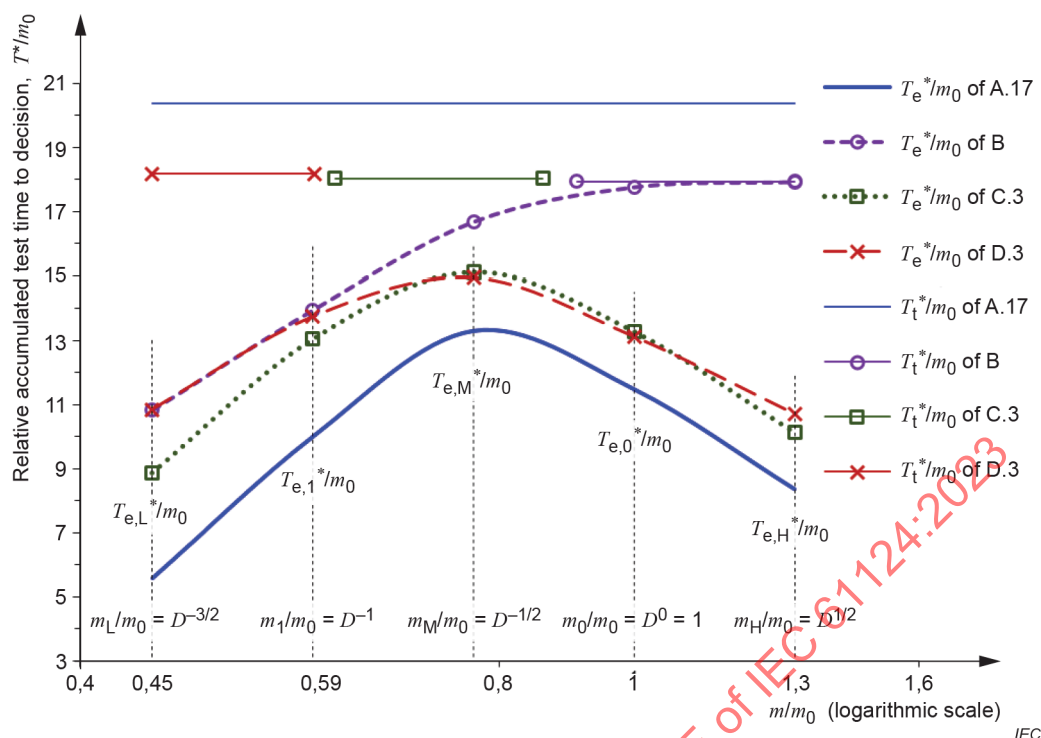
NOTE Ready-to-use plans are test plans for which this document specifies: border lines of the test, D , α' , β' , ETT and MaxTT.

4.3.2 Advantages and disadvantages of the different test plan types

The comparison between the different types of test plans are shown in Table 1. Figure 1 shows examples of MaxTT and function ETT of the different types of plans. For all plans in Figure 1, the OS curves are very close and coincide at two points (PRP and CRP) with the coordinates: $(m_0, 1 - \alpha')$ and (m_1, β') , respectively. See [5].

Table 1 – Advantages and disadvantages for the different test plan types

Test plan type	Advantages	Disadvantages
Optimally truncated SPRT (type A plans, see Clause 6) 	Ensures highest test efficiency (lowest ETT without significant increment of the MaxTT). This document contains a wide set of these test plans. The user can plan additional test plans using interpolation (Annex C). The ready-to-use A test plans includes true α, β (given in Table 4) which are very close to the nominal.	MaxTT is higher than in the other tests listed here (5 % to 20 %). This can affect the test (with a low probability) only when $m_1 < m < m_0$. For m outside this interval, MaxTT is practically not reached and, accordingly, does not have an effect.
Maximally truncated SPRT (type C plans, see Clause 6) 	MaxTT of C tests is lower than that of the A tests and is almost equal to the MaxTT of the FTFT. The ready-to-use C test plans include true α, β (given in Table 5) which are very close to the nominal.	ETT of the C tests is much longer than that of the A tests. A very limited set of ready-to-use C test plans (only for $D = 1,7$). For additional plan development, a time-consuming iterative process is required.
FTFT - ready-to-use test plans B in Clause 7, and additional tests that can be planned according to Clause 8. - calendar time terminated tests without replacement that can be planned according to Clause 9. 	The user can develop additional test plans using a spreadsheet program. MaxTT of FTFTs is lower than that of the A tests. Easy administration and known accumulated test time to accept decision.	ETT is much longer than that of the other tests listed here.
Combined Test plans in Clause 10. 	Very reliable test items will be accepted in less time than in C plans, while test items with early failures will not be rejected early in the test. MaxTT of type D tests is equal to that of type C tests.	A very limited set of ready-to-use D test plans (only for $D = 1,7$). For additional plan development, a time-consuming and complex iterative process is required.



NOTE 1 This Figure 1 is drawn for $D = 1,7$, $\alpha' = \beta' = 10\%$.

NOTE 2 A.17, C.3 and D.3 are tests from Table 4, Table 5 and Table 7, respectively.

NOTE 3 B is the virtual FTFT according to Clause 8 with characteristics given in NOTE 1. Its T_e^*/m_0 is calculated according to Annex F. The test is virtual because its acceptable number of failures is not an integer.

Figure 1 – Relative ETT (T_e^*/m_0) and MaxTT (T_t^*/m_0) of various tests with the same risks

5 General test procedure

5.1 Test conditions

A guide on how to plan, perform, analyse and report a test can be found in IEC 60300-3-5. Test conditions can be found in IEC 60605-2 and IEC 60300-3-5.

All of these test types can be accelerated to accommodate high reliability requirements and enable shorter time to market (see IEC 62506 [11]). Mission and life-cycle environment profiles and test conditions are provided as follows.

- The mission profiles should be used to determine the environmental specifications and should be derived from the operational life profile defined by the equipment or system requirements. If this information is not provided in the original contractual documentation, provision should be made to derive the mission profiles and the equipment environmental specifications. Here, the term "equipment" is used in place of the more appropriate general term "item" to match the terminology of the referenced standards.
- This derivation should make use of historical data on similar equipment applications and mounting platforms and the effect of equipment location in the platform should be accounted for. Each significant life-cycle event shall be considered including transportation, handling, installation and testing as well as for platform category and operational conditions.
- Environmental test conditions (for reliability growth, qualification, acceptance tests) should be used. All of the test types should be performed under the influence of the appropriate test conditions which are expected to be combined in the used environments.

- The test level for these test conditions should be derived from the equipment's mission and environment profiles:
 - When the equipment is designed for one application with a single mission or one type of repetitive mission, there is a simple relationship between the test profile, mission profile and life-cycle environmental profile. The test conditions should simulate the stress level during the mission.
 - If the equipment is designed for multi-missions and environmental conditions, the test profile should represent a composite of those missions, with the test levels and durations being rated according to the percentage of each mission type expected during the equipment's life-cycle. In order to derive realistic test conditions and levels, the actual environments (especially temperature and vibration) should be measured at the location where the equipment is to be mounted during the actual operation.
 - If design changes are made during the test, the accumulated test time shall start from 0 after the changes have been incorporated in the test items, unless specifically agreed between the parties and justified in the test report (see IEC 60300-3-5 and IEC 61014 [13]).

5.2 General characteristics of the test plans

All test plans and decision criteria are based on either of the two following characteristics:

- an acceptable number of failures in a specified test time;
- an acceptable test time for a specified number of failures.

The detailed criteria for test plans, with variants, are given in 6.3, 7.3, 8.4 and 9.3.

5.3 Data to be recorded

In order to apply the statistical procedures defined in this document, the following data shall be recorded:

- the observed number of failures;
- the accumulated test time.

If it is necessary to test the assumption stated in 4.1, the following data shall also be recorded:

- the time of occurrence of each failure.

5.4 Calculation of accumulated test time, T^*

Whenever the term "time" is used in this document it can be replaced by other similar measures of the duration of the operation for the item(s) under test, for example distance driven, operating cycles, start and stop cycles (see IEC 60605-2).

The accumulated test time T^* is calculated as the sum of the test time(s) accumulated by each item in the test. For more than one repaired item under test, the accumulated test time is the sum of all elapsed operational times (excluding all repair times and other down times).

When n items are put on test at the same time, the accumulated test time can be determined using the following formulae:

$$T^* = nt_t^* \quad \text{for tests with replacement of failed items;}$$

$$T^* = (n-r)t_t^* + \sum_{i=1}^r t_i \quad \text{for tests without replacement of failed items;}$$

where

n is the number of items at the beginning of the test;

t_t^* is the test truncation time;

t_i is the test time of failed items;

r is the number of failed items.

It is necessary to monitor the test items during the test in order to replace failed items, register accumulated test time and, where required, record time to failures (see 5.3).

Several items can be tested simultaneously or sequentially. The recommended sample size is $n \geq 1$ with replacement and $n \geq r_0 + 1$ (Clauses 6 and 10) and $n \geq c + 1$ (Clauses 7, 8 and 9) without replacement.

Calendar time is used to state the test time when more than one item is on test simultaneously (see Clause 9).

Calculation of accumulated test time when items enter the test after the test has started, or are removed from the test before the test ends (censoring) shall comply with IEC 60300-3-5 and IEC 60605-4:2001, Annex C. The accumulated test time is normally counted as the operating time. If the parties to the test wish to include other operational modes such as "idle" or "stand by" in the test time, for example in a test cycle, this shall be specified and agreed before the test is started (shall comply with IEC 60605-2).

5.5 Number of failures

In this document the test result is determined by the test time and the number of failures. However, in practice, failures can have very different consequences. Therefore, the user should consider if there are failures that are so critical that the test has failed even though the total number of failures are not exceeded. Alternatively, there can be failures where the consequences are so insignificant that they should not be considered as relevant failures. All failures are counted except when they can be classified as non-relevant, for example caused by factors not relevant for the reliability of the item in the field. Such classification rules should be agreed between the parties before the start of the test (see IEC 60300-3-5). Re-classification of failures requires agreement between the parties and shall be justified in the test report.

6 Truncated sequential probability ratio test (SPRT) plans

6.1 General

SPRTs are characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance or continuing the test at any test time. The rules are determined by selected values of risks and discrimination ratio. To implement a test plan, m_0 shall be specified. An overview of test plans is given in 6.6. The test plan's border lines and example are stated in Annex A. SPRTs type A (optimally truncated) are derived using a methodology based on [5], [6], [7].

The SPRT type C (maximally truncated) is derived by a different methodology based on GOST R 27.402 [12]. Descriptions of the iterative procedure for creating those test plans can be found in Annex H. An overview of test plans, type C, is given in 6.6. Comparison of C and D tests is given in Annex B.

6.2 Common test procedure

The test procedure should include the following steps.

- Decide the combined environmental conditions to be applied during the test based on analysis to determine appropriate test conditions (see 5.1 and IEC 60300-3-5).
- Specify m_0 , according to requirement or agreement.
- Choose risks, α and β , and discrimination ratio, D , considering that low values of α , β and D make a more powerful test, but require a longer test time or more items or both.
- Select an appropriate test plan from Table 4, Table 5 and Annex A.
- Note the test times, T_a^* for accept, and T_r^* for reject (Annex A).
- Perform the test and apply the decision criteria in accordance with 6.3.

6.3 Decision criteria

The accumulated test time and the number of failures shall be compared with the accept and reject criteria continuously during the test (Figure 2), or at intervals not greater than the length of the test cycle or the monitoring interval (see 5.1 and IEC 60300-3-5:2001, 7.1.3). The following criteria shall apply.

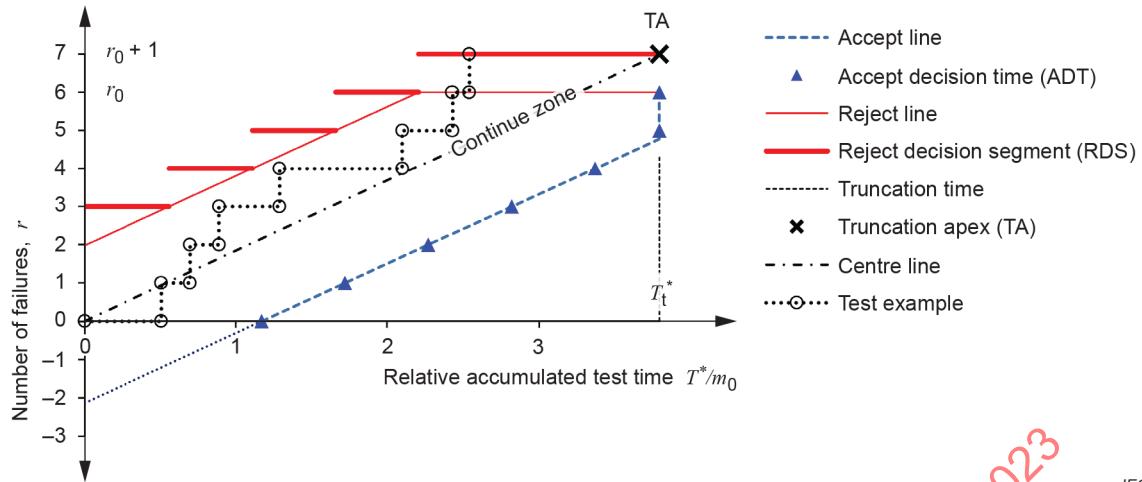
Accept the compliance hypothesis if the elapsed $T^* \geq T_a^*$ for the observed $r \leq r_0$.
The specified requirement is regarded as being complied with.

Continue testing if the elapsed T^* is between the limits $T_r^* < T^* < T_a^*$ for the observed $r \leq r_0$.
No decision can be taken.

Reject the compliance hypothesis if the elapsed $T^* \leq T_r^*$ for the observed $r \leq r_0$, or if $r \geq r_0 + 1$.
The specified requirement is regarded as not being complied with.

Below are explanations for the SPRT diagram and the test example as shown in Figure 2:

- accept line is the border line for acceptance;
- accept decision time (ADT) are points on the accept line for the test termination;
- reject line is the border line for reject when passing;
- reject decision segment (RDS) is the segment when the test was terminated with reject;
- centre line is a line parallel to accept and reject lines and starts at the origin;
- truncation time (T_t^*);
- test example is an example for a test course.



NOTE This Figure 2 is drawn for A.41 test plan (Table 4, $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10,0\%$).

Figure 2 – SPRT diagram and test example

6.4 Operating characteristic (OC) curve

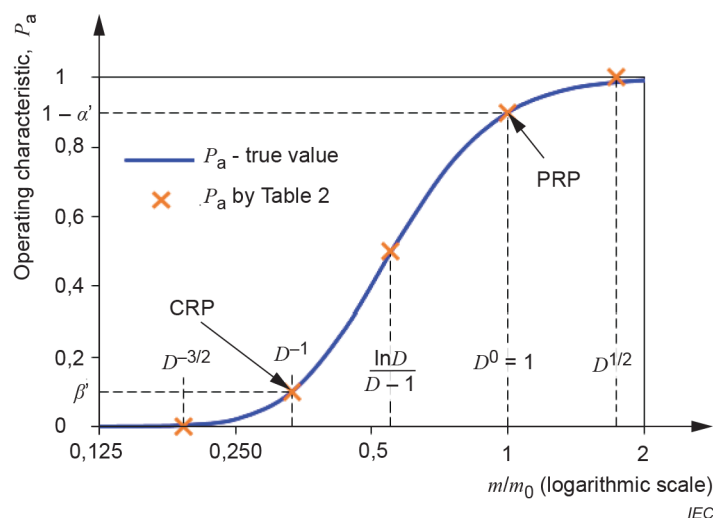
For all the tests that are described in this document (including the non-SPRTs), the following approximate points on the OC curve are given in Table 2 and Figure 3. The approximation is based on two given OC points: CRP and PRP. This approximation has sufficient accuracy for practical purposes.

Table 2 – OC curve

m		P_a
Designation	Value	
m_H	$m_0 D^{0,5}$	~ 1
m_0	m_0	$1 - \alpha'$
m_S	$m_0 \frac{\ln D}{D - 1}$	$\frac{\ln(1 - \beta') - \ln \alpha'}{\ln(1 - \beta') - \ln \alpha' - \ln \beta' + \ln(1 - \alpha')}$
m_1	$m_1 = m_0 D^{-1}$	β'
m_L	$m_0 D^{-1,5}$	~ 0

NOTE 1 For $\alpha' = \beta'$ case, $P_a(m_S) = 0,5$.

NOTE 2 The table is suitable for all the tests in this document.



NOTE This Figure 3 is drawn for $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10,0\%$ (Test plan A.41).

Figure 3 – OC curve, P_a

NOTE 1 The procedure for the exact calculation of the OC of a test plan at its border lines is given in [2]. Another procedure for the same purpose is given in Annex D. These procedures are quite difficult to implement with a spreadsheet program.

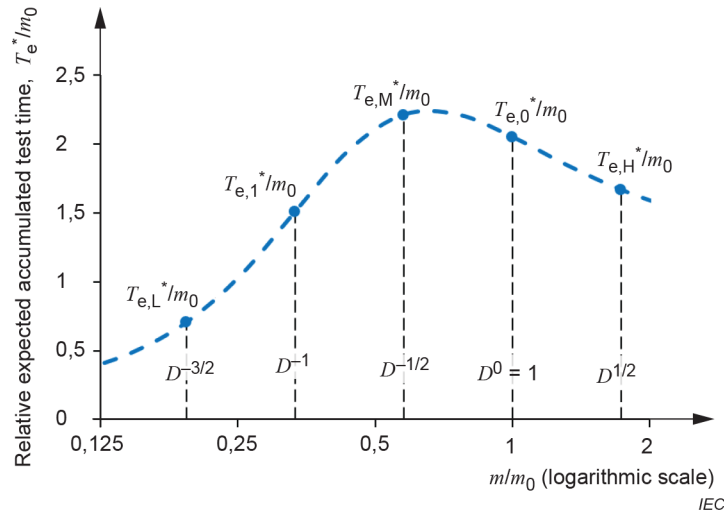
NOTE 2 It is possible to approximate the OC with high accuracy based on Wald's formula [1] or the formula for FTFTs. These approximations are based on the CRP and PRP; they do not require knowledge of the border lines of the test and can be performed using a spreadsheet program. One of the purposes of these approximations is to obtain more OC points than given in Table 2. The procedure for approximation by the Wald's formula (better suited for type A tests) is described in Annex D and the procedure based on the formula for FTFTs (better for type C and D tests) is described in Clauses E.4 and F.8. In addition, the detailed methodology for approximation of the OC is described in [4], Subsection 2.2 and in [5], Appendix A.

6.5 Expected accumulated test time to decision (ETT)

For any of the SPRTs in Table 4, the relative ETT curve is defined via five points $(T_{e,j}^*/m_0)$ versus the true ratio, m_j/m_0 (according to Table 3 and Figure 4).

Table 3 – Relative ETT versus m/m_0

m/m_0	$m_L/m_0 = D^{-3/2}$	$m_1/m_0 = D^{-1}$	$m_M/m_0 = D^{-1/2}$	$m_0/m_0 = D^0$	$m_H/m_0 = D^{1/2}$
$T_{e,j}^*/m_0$	$T_{e,L}^*/m_0$	$T_{e,1}^*/m_0$	$T_{e,M}^*/m_0$	$T_{e,0}^*/m_0$	$T_{e,H}^*/m_0$
NOTE $j = L, 0, M, 1, H$ (see Figure 4).					



NOTE This Figure 4 is drawn for $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10,0\%$.

Figure 4 – SPRT – Curve of expected accumulated test time to decision (ETT)

The expected number of failures to reach a decision is:

$$r_e = T_e^*/m \quad (1)$$

The expected test time to reach a decision in the test with replacement is:

$$t_e^* = T_e^*/n \quad (2)$$

When the test is without replacement, the expected test time to arrive at a decision for $n \geq r_0 + 1$ items under test is [2]:

$$t_e^* = m \ln \left(\frac{n}{n - r_e} \right) \quad (3)$$

where r_e is from Formula (1).

6.6 Overview of test plans

Table 4 and Table 5 show the parameters of the characteristics of SPRT plans of type A and C, respectively. These parameters are sufficient to choose a specific test plan. The parameters of the border lines for each of the tests are given in Annex A. An example of an SPRT plan is given in Clause A.3.

Table 4 – Overview of type A SPRT plans

Test plan No.	Characteristics of the plan			Minimum test time (Acceptance at 0 failures)	ETT in multiples of m_0 for various m					Test truncation time in multiples of m_0
	Discri- mination ratio	True risks			$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$	
		D	$\alpha' \%$	$\beta' \%$						$\frac{T_{a,min}^*}{m_0}$
A.1	1,5	5	5	6,54	13,6	27,0	40,8	30,5	19,3	63,93
A.2	1,5	5	10	5,24	13,8	24,8	31,8	23,7	15,4	48,37
A.3	1,5	5	20	3,61	12,5	19,5	21,5	15,8	10,5	36,22
A.4	1,5	10	5	6,60	11,1	21,3	32,1	27,9	19,2	48,69
A.5	1,5	10	10	5,03	10,4	18,3	24,2	20,6	14,5	37,96
A.6	1,5	10	20	3,63	9,8	14,5	16,4	13,8	10,3	24,97
A.7	1,5	10	40	1,99	6,3	7,6	7,7	6,6	5,3	13,70
A.8	1,5	20	5	6,09	7,6	14,2	21,8	21,9	17,0	37,39
A.9	1,5	20	10	4,71	7,5	12,4	16,4	16,0	12,8	25,92
A.10	1,5	20	20	3,23	6,3	8,8	10,2	9,8	8,3	16,09
A.11	1,5	30	30	1,88	3,0	3,5	3,9	3,9	3,7	6,44
A.12	1,5	40	10	3,97	4,0	6,0	7,9	8,8	8,6	14,26
A.13	1,7	5	5	4,65	7,1	14,6	22,3	16,9	11,1	34,80
A.14	1,7	5	10	3,70	7,1	13,3	17,3	13,1	8,8	26,50
A.15	1,7	5	20	2,55	6,4	10,4	11,7	8,7	6,0	19,87
A.16	1,7	10	5	4,70	5,9	11,6	17,6	15,6	11,1	26,38
A.17	1,7	10	10	3,59	5,6	10,0	13,3	11,5	8,4	20,38
A.18	1,7	10	20	2,54	5,1	7,7	8,9	7,6	5,8	13,70
A.19	1,7	10	40	1,45	3,4	4,2	4,2	3,7	3,1	7,11
A.20	1,7	20	5	4,35	4,1	7,7	12,0	12,2	9,8	20,18
A.21	1,7	20	10	3,41	3,9	6,6	8,9	8,9	7,4	14,10
A.22	1,7	20	20	2,22	3,2	4,7	5,5	5,4	4,6	9,03
A.23	1,7	30	30	1,29	1,5	1,9	2,1	2,1	2,1	3,76
A.24	1,7	40	10	2,81	2,1	3,3	4,4	4,9	4,9	7,75
A.25	2	5	5	3,24	3,6	7,7	11,9	9,3	6,3	18,65
A.26	2	5	10	2,59	3,7	7,1	9,3	7,2	5,0	14,00
A.27	2	5	20	1,75	3,2	5,4	6,2	4,7	3,4	10,82
A.28	2	10	5	3,24	3,0	6,1	9,4	8,5	6,2	14,29
A.29	2	10	10	2,49	2,8	5,2	7,1	6,3	4,7	11,00
A.30	2	10	20	1,69	2,4	3,9	4,6	4,0	3,2	7,81
A.31	2	10	40	0,95	1,7	2,1	2,2	2,0	1,7	3,98
A.32	2	20	5	2,97	2,0	4,0	6,4	6,6	5,5	11,28
A.33	2	20	10	2,29	1,9	3,4	4,7	4,8	4,1	7,95
A.34	2	20	20	1,54	1,7	2,5	3,0	2,9	2,6	4,79
A.35	2	30	30	0,88	0,8	1,0	1,1	1,2	1,2	2,05
A.36	2	40	10	1,85	1,0	1,6	2,2	2,6	2,6	4,82
A.37	3	5	5	1,59	0,9	2,3	3,8	3,1	2,3	6,01

Test plan No.	Characteristics of the plan			Minimum test time (Acceptance at 0 failures)	ETT in multiples of m_0 for various m					Test truncation time in multiples of m_0
	Discri- mination ratio	True risks			$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$	
		α' %	β' %							
A.38	3	5	10	1,24	0,9	2,1	2,9	2,4	1,8	4,65
A.39	3	5	20	0,87	0,9	1,6	2,0	1,6	1,2	3,34
A.40	3	10	5	1,60	0,8	1,8	3,0	2,8	2,3	4,58
A.41	3	10	10	1,17	0,7	1,5	2,2	2,0	1,7	3,80
A.42	3	10	20	0,82	0,7	1,2	1,5	1,3	1,1	2,48
A.43	3	10	40	0,47	0,5	0,6	0,7	0,7	0,6	1,19
A.44	3	20	5	1,47	0,5	1,2	2,0	2,2	2,0	3,67
A.45	3	20	10	1,17	0,6	1,1	1,6	1,7	1,5	2,32
A.46	3	20	20	0,73	0,4	0,7	0,9	1,0	0,9	1,61
A.47	3	30	30	0,42	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	1,08
A.48	3	40	10	0,95	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0	1,36
A.49	5	5	5	0,76	0,2	0,7	1,3	1,1	0,9	2,40
A.50	5	5	10	0,58	0,2	0,6	1,0	0,9	0,7	1,88
A.51	5	5	20	0,40	0,2	0,5	0,7	0,6	0,5	1,39
A.52	5	10	5	0,76	0,2	0,6	1,0	1,0	0,9	1,71
A.53	5	10	10	0,56	0,2	0,5	0,8	0,7	0,7	1,58
A.54	5	10	20	0,38	0,2	0,4	0,5	0,5	0,4	1,09
A.55	5	10	40	0,21	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,55
A.56	5	20	5	0,71	0,1	0,4	0,7	0,8	0,8	1,41
A.57	5	20	10	0,54	0,2	0,3	0,5	0,6	0,6	0,87
A.58	5	20	20	0,35	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,78
A.59	5	23,5	26,2	0,27	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,39
A.60	5	37,2	9,8	0,46	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,55

Table 5 – Overview of type C SPRT plans

Test plan No.	Characteristics of the plan			Minimum test time (Acceptance at 0 failures)	ETT in multiples of m_0 for various m					Test truncation time in multiples of m_0
	Discrimination ratio	True risks			$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$	
		D	$\alpha \%$		$\beta \%$	$\frac{T_{a,min}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,L}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*}{m_0}$	
C.1	1,7	5	5	7,58	10,3	18,9	26,0	23,9	17,3	29,30
C.2	1,7	10	5	5,03	10,1	16,3	19,8	16,6	11,8	24,24
C.3	1,7	10	10	4,43	8,9	13,0	15,1	13,3	10,1	18,03
C.4	1,7	15	5	5,84	9,9	14,2	17,2	16,4	13,1	19,90
C.5	1,7	20	10	4,02	5,5	8,2	10,1	10,0	8,6	12,60
C.6	1,7	20	20	2,34	3,8	5,1	5,8	5,6	4,8	8,30
C.7	1,7	30	20	2,10	2,6	3,3	3,9	4,0	3,7	5,50
C.8	1,7	30	30	1,28	1,5	1,8	2,0	2,1	2,0	3,80

7 Fixed time/failure terminated test plans – Fixed duration (to acceptance) test plans

7.1 General

Fixed time/failure terminated test (FTFT) plans are characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance when the test time for termination has been reached, or the acceptable number of failures has been exceeded. The test plans are determined by selected values of risks and discrimination ratio. To implement a test plan, m_0 shall be specified (or derived).

The FTFT plans have the advantage that they are easy to administer, and that the accumulated test time to accept decision is known before the test, which is important for planning and for booking of the test equipment.

There are four types of fixed duration tests:

- time terminated tests with replacement;
- time terminated tests without replacement;
- failure terminated tests with replacement;
- failure terminated tests without replacement.

The plans mentioned in (a) and (c) differ just by the representation on the graphs of the border lines of the test. In case (a), the x-axis is time, and the y-axis is the number of failures. In case (c), the x-axis is the number of failures, and the y-axis is time. This is also true for the pair (b) and (d).

In this document, Clauses 7 to 9 and Annex E, Annex F and Annex G are devoted to FTFTs.

Clause 7 contains 13 ready-to-use FTFTs (B plans, Table 6); no additional calculations are required to use them. Examples of application of the B plans are given in Clause E.3, and mathematical references are given in Annex E.

Clause 8 is devoted to the design of additional (alternative) FTFTs. Mathematical references and algorithms of the design are given in Annex E. Annex F describes the design of FTFTs using a spreadsheet program and illustrates the design on a comprehensive number of examples.

Clause 9 is dedicated to calendar FTFTs for non-replaced items. Examples and mathematical references for the plans are given in Annex G.

7.2 Common test procedure

The test procedure should include the following steps.

- Decide the combined environmental conditions to be applied during the test based on analysis to determine appropriate test conditions (see 5.1 and IEC 60300-3-5).
- Specify m_0 according to requirement or agreement.
- Select an appropriate test plan from Table 6, considering that low values of α , β and D make a more powerful test, but require a longer time or more items or both.
- Obtain from Table 6 the accumulated test time for termination, T_t^* , and the acceptable number of failures, c .
- Perform the test and apply the decision criteria according to 7.3.

7.3 Decision criteria

The following decision criteria shall apply.

Accept the test if $r \leq c$ at T_t^* .

The specified requirement is regarded as being complied with.

Reject the test if $r > c$ at or before T_t^* .

The specified requirement is regarded as not being complied with.

7.4 Test plans

Table 6 summarizes the recommended FTFT plans. The test time is accumulated until either a predetermined amount of test time has been reached (accept), or a predetermined number of failures has been exceeded (reject).

For any of the FTFTs in Table 6, the ETT curve is defined via five points ($T_{e,j}^*/m_0$ versus the true m) (also given in Table 6) according to Table 3 and Figure 1.

For any of the FTFTs, the five approximate points on the OC are given in Table 2 and the example is shown in Figure 3. The exact calculation of the OC using the spreadsheet program is given in Annex F.

Table 6 – Type B FTFT plans

Test plan No.	Characteristics of the plan			Test time for termination	Acceptable number of failures	ETT in multiples of m_0 for various m				
	True risks		Discrimination ratio			$m_L = m_0 D^{-1,5}$	$m_1 = m_0 D^{-1}$	$m_M = m_0 D^{-0,5}$	m_0	$m_H = m_0 D^{0,5}$
	$\alpha' \%$	$\beta' \%$	D	T_t^*/m_0	c	$T_{e,L}^*/m_0$	$T_{e,1}^*/m_0$	$T_{e,M}^*/m_0$	$T_{e,0}^*/m_0$	$T_{e,H}^*/m_0$
B.1	4,96	4,84	1,5	54,10	66	36,5	44,5	51,7	54,0	54,1
B.2	4,97	4,99	2	15,71	22	8,1	11,4	14,6	15,6	15,7
B.3	5,35	5,40	3	4,76	8	1,7	3,0	4,3	4,7	4,8
B.4	4,25	4,29	5	1,88	4	0,4	1,0	1,7	1,9	1,9
B.5	10,00	10,20	1,5	32,14	39	21,8	26,4	30,3	31,9	32,1
B.6	10,00	10,07	2	9,47	13	4,9	6,9	8,6	9,3	9,5
B.7	9,40	9,90	3	3,10	5	1,2	1,9	2,7	3,0	3,1
B.8	9,96	9,48	5	1,08	2	0,3	0,6	0,9	1,0	1,1
B.9	19,49	19,94	1,5	14,30	17	9,8	11,6	13,1	13,9	14,2
B.10	20,40	20,44	2	3,93	5	2,1	2,8	3,4	3,7	3,9
B.11	18,37	18,40	3	1,47	2	0,6	0,9	1,2	1,4	1,4
B.12	29,99	29,95	1,5	5,41	6	3,7	4,2	4,7	5,0	5,2
B.13	28,28	28,54	2	1,85	2	1,0	1,3	1,5	1,7	1,8

8 Design of alternative time/failure terminated test plans (FTFT)

8.1 General

The FTFT plans described in this Clause 8 are alternatives to the ready-to-use FTFT plans given in Clause 7.

Alternative FTFT plans are characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance when the fixed test time for termination has been reached or the fixed acceptable number of failures has been exceeded. The test plans are determined by selected values of risks and test time. The test time is chosen independently of λ_0 which enables test plans to be designed individually to meet particular needs including, for example, economy, resources or time scheduling.

In order to implement a test plan, λ_0 shall be specified (or derived). The transformation between λ_0 and m_0 is given in 3.2.2.

It is also possible to choose different test plan parameters and determine unknown parameters as described in Annex E and Annex F. Specifically, Annex E contains mathematical references for FTFT plans; Annex F describes the design of FTFTs using a spreadsheet program and illustrates the design on a comprehensive number of examples.

8.2 Design procedures

The procedures given in Annex E and Annex F can be applied directly to tests in which:

- replacement occurs, and replacement or repair times are negligible;
- replacement does not occur, and $\lambda_0 t_t^* < 0,1$ is valid.

In such cases, $T_t^* = n t_t^*$.

However, the procedures can also be applied to tests in which:

- replacement occurs, and replacement times are long (e.g. due to repair);
- replacement does not occur, and $\lambda_0 t_t^* > 0,1$.

In such cases, the formulae involving accumulated test time, T_t^* (see 5.4) shall be used, and in the formulae nt_t^* shall be replaced by T_t^* . This implies that n and t_t^* cannot be separated.

In each case, when applicable, the values of α and β equal to 5 %, 10 % or 20 % shall be considered as preferred values.

8.3 Common FTFT procedure

Input parameters for the test can be test's resources (maximum test time and number of test items available) or OC, or their combination.

The test procedure should include the following steps.

- a) Decide the combined environmental conditions to be applied during the test based on analysis to determine appropriate test conditions (see 5.1 and IEC 60300-3-5).
- b) Specify the acceptable λ_0 (or m_0), according to requirement or agreement.
- c) Choose risks, α and β , test time for each item, t_t^* , and number of test items, n , according to resources.
- d) Design the test plan according to Annex E and Annex F.
- e) Evaluate the test plan especially regarding the resources allocated to the test, and perhaps redesign with modified parameters to satisfy the requirement.
- f) Perform the test with the stated test time, $T_t^* = nt_t^*$ and the derived acceptable number of failures, c , and apply the decision criteria according to 8.4.

8.4 Decision criteria

The following decision criteria shall apply.

Accept the test if $r \leq c$ at T_t^* .

The specified requirement is regarded as being complied with.

Reject the test if $r > c$ at or before T_t^* .

The specified requirement is regarded as not being complied with.

9 Calendar time/failure terminated test plans (FTFT) for non-replaced items

9.1 General

Calendar FTFTs for non-replaced items are characterized by decision rules for accepting or rejecting compliance when the test time for termination has been reached, or the acceptable number of failures has been exceeded. The test plans are determined by selected values of risks and discrimination ratios. To implement a test plan, λ_0 shall be specified (or derived). The transformation between λ_0 and m_0 is described in 3.2.2.

Since no replacement takes place, the number of items being tested will generally not remain constant, and the accumulated time of operation is undetermined and, hence, is not relevant. Thus, the compliance test plans for success ratio specified in IEC 61123:2019, Table 5 shall be used. An alternative is to use IEC 61710 (Power law) [14] or IEC 61649 (Weibull analysis) [15].

However, if the number of items is large compared to the number of failures, the FTFT plans (see Clause 7) can be used.

Examples and a mathematical reference are given in Annex G.

9.2 Common test procedure

The test procedure should include the following steps.

- Decide the combined environmental conditions to be applied during the test based on analysis to determine appropriate test conditions (see 5.1 and IEC 60300-3-5).
- Specify λ_0 , according to requirement or agreement.
- Choose risks, α and β , and discrimination ratio, D , considering that low values of α , β and D make a more powerful test but require a longer time or more items or both.
- Choose test termination time, $t_{\text{cal},t}^*$, or number of items, n , and calculate according to 9.4.2 or 9.4.3, respectively.
- Select an appropriate test plan from IEC 61123:2019, Table 5, using the derived q_0 and the found n , to give the acceptable number of failures c .
- Perform the test and apply the decision criteria according to 9.3.

9.3 Decision criteria

The decision criteria include the following.

- Accept the test if $r \leq c$ at $t_{\text{cal},t}^*$
 The specified requirement is regarded as being complied with.
- Reject the test if $r > c$ at or before $t_{\text{cal},t}^*$
 The specified requirement is regarded as not being complied with.

9.4 Use of IEC 61123:2019, Table 5 for fixed calendar time tests

9.4.1 General

Two procedures can be used. The first one, given in 9.4.2, is used when the (maximum available) test time is given. The second one, given in 9.4.3, is used when the (maximum available) number of items is given.

The following formulae apply:

$$p_0 = 1 - q_0 = 1 - e^{-t/m_0} = 1 - e^{-\lambda_0 t} \quad (4)$$

where $t = t_{\text{cal},t}^*$

and the derived

$$t_{\text{cal},t}^* = -m_0 \cdot \ln(1 - p_0) = -m_0 \cdot \ln(q_0) \quad (5)$$

where

p_0 is the acceptable failure ratio;

q_0 is the acceptable success ratio, $q_0 = 1 - p_0$.

NOTE 1 According to the normal use of IEC 61123:2019, p_0 or q_0 is specified, but in this case p_0 is derived from the specified m_0 or λ_0 , according to Formula (4). For further information on p_0 and q_0 , see IEC 61123:2019.

NOTE 2 In this case, p_0 expresses the failure probability $1 - R(t)$ for $t = t_{\text{cal},t}^*$.

NOTE 3 The procedures can only determine the product nt^* .

9.4.2 Procedure when the test time is given

The test procedure should include the following steps.

- Choose $t_{\text{cal},t}^* \leq 0,223$ and $m_0 = 0,223/\lambda_0$ (so that p_0 is within the range of IEC 61123:2019, Table 5).
- Calculate p_0 using Formula (4).
- Adjust $t_{\text{cal},t}^*$ if necessary to fit a $q_0 = 1 - p_0$ stated in IEC 61123:2019, Table 5 using Formula (5).
- Select a relevant test plan from IEC 61123:2019, Table 5 fulfilling the required α , β and D , and thereby determine n and c .

9.4.3 Procedure when the number of items is given

The test procedure should include the following steps.

- Select a relevant test plan from IEC 61123:2019, Table 5 fulfilling the required α , β and D , and with n close to the indicated n , and thereby determine $q_0 = 1 - p_0$, n and c .
- Calculate $t_{\text{cal},t}^*$ using Formula (5).

10 Combined test plans

10.1 General

The combined test plans use a reject line with a constant number of failures, while the accept line is curved (see Figure 5 and Table 1). Therefore, test items with a high reliability will be accepted early while items with many early failures will not be rejected immediately. Test plans are also suitable for a test, analysis and fix program (TAAF) as more information is collected about the failure modes than for SPRTs. The test plans are derived using an iterative procedure that is described in Annex H.

Clause 10 contains characteristics of eight ready-to-use combined test plans (D plans, Table 7). The parameters of the border lines, for each of the tests, are given in Annex B. It also contains an example of the plotting of border lines for these parameters; no additional calculations are required to use them.

10.2 Common test procedure

The test procedure should include the following steps.

- Decide the combined environmental conditions to be applied during the test based on analysis to determine appropriate test conditions (see 5.1 and IEC 60300-3-5).
- Specify m_0 , according to requirement or agreement.
- Choose risks, α and β , and discrimination ratio, D , considering that low values of α , β and D make a more powerful test, but require a longer time or more items or both.
- Select an appropriate test plan from Table 7 and Annex B.
- Note the test times, T_a^* for accept and the number of failures for reject, $r_0 + 1$ (Table B.2).
- Perform the test and apply the decision criteria in accordance with 10.3.

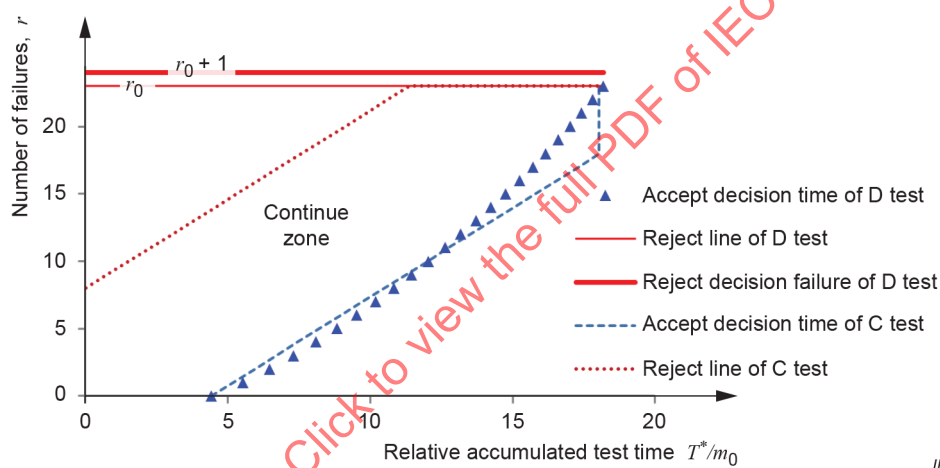
10.3 Decision criteria

The accumulated test time and number of failures shall be compared continuously with the accept and reject criteria during the test, or at intervals short enough to avoid substantially biasing the test results (see 5.1 and IEC 60300-3-5:2001, 7.1.3).

The following criteria shall apply.

- Accept the test if the elapsed $T^* \geq T_a^*$ for the observed $r \leq r_0$.
The specified requirement is regarded as being complied with.
- Continue testing if $T^* < T_a^*$ for the observed $r \leq r_0$.
No decision can be taken.
- Reject the test if the number of failures $r \geq r_0 + 1$ during the test.
The specified requirement is regarded as not being complied with.

Figure 5 shows an example of the border lines of the type D test in accordance with the above criteria. For comparison, the figure shows accept and reject lines for type C SPRT with the same OC. A comparison of the characteristics of these tests is given in 4.3.2.



NOTE 1 This Figure 5 is drawn for D.3 and C.3 test plans (Table 7 and Table 5 respectively, $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10\%$).

NOTE 2 "Reject the test" occurs when the observed test results rise higher than the reject line.

Figure 5 – Example of a decision graph for combined test plan (type D) and for SPRT type C

10.4 Test plans

Table 7 shows the parameters of the characteristics of combined test plans. These parameters are sufficient to choose a specific test plan. The parameters of the border lines, for each of the tests, are given in Annex B. It also contains examples of plotting the border lines and characteristics of these tests.

For any of the combined test plans in Table 7, the ETT curve is defined via five points given in Table 7 ($T_{e,j}^*/m_0$ versus the true m according to Table 3 and Figure 1).

For any of the combined test plans, the five approximate points on the OC are given in Table 2 and the example is shown in Figure 3. The tests in Table 7 have a maximal accumulated test time (MaxTT) close to MaxTT of the FTFT (with the same D , α' and β'). Therefore, the OC of these tests D will exactly coincide with the OC of the corresponding FTFT. Hence, for very accurate OC calculations, the procedure in Clause E.4 and the spreadsheet program in Clause F.8 can be used.

Table 7 – Overview of type D combined plans

Test plan No.	Characteristics of the plan			Minimum test time to acceptance (at 0 failures)	ETT in multiples of m_0 for various m					Maximal accumulated test time
	Discrimination ratio	True risks			$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$	
		D	$\alpha' \%$	$\beta' \%$	$\frac{T_{a,min}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,L}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,0}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,H}^*}{m_0}$
D.1	1,7	5	5	6,45	17,6	22,7	25,7	22,1	17,2	29,46
D.2	1,7	10	5	4,72	14,0	17,9	19,9	16,6	12,5	24,52
D.3	1,7	10	10	4,43	10,8	13,7	15,0	13,1	10,5	18,18
D.4	1,7	15	5	5,73	11,3	14,6	17,0	16,2	13,6	19,99
D.5	1,7	20	10	3,95	7,2	9,1	10,3	9,8	8,4	12,76
D.6	1,7	20	20	2,44	4,9	5,8	6,1	5,6	4,8	8,57
D.7	1,7	30	20	2,14	3,1	3,7	4,0	4,0	3,7	5,71
D.8	1,7	30	30	1,22	2,0	2,3	2,4	2,3	2,1	4,39

11 Performing the test and presenting the results

Guidance on test conditions and practical management of the test can be found in 5.1, in IEC 60300-3-5 and in IEC 60605-2.

When presenting the results, the following information shall be given:

- test conditions (see 5.1 and IEC 60300-3-5);
- identification of test items, number of items on test and possible replacement during test;
- the test plan used;
- specified acceptable λ_0 or m_0 ;
- test plan parameters given or derived, for example risk levels, discrimination ratio, accumulated test time for termination, acceptable number of failures;
- observed number of failures and justification for any failures classified as non-relevant;
- definition of accumulated test time especially if test cycles or several mission modes are used;
- accumulated test time when the test is stopped;
- result(s) of other analyses, if required;
- conclusions.

Annex A (normative)

Tables for border lines of SPRT plans (types A and C)

NOTE 1 See Clause 6.

NOTE 2 Table A.2 contains type C SPRT plans based on GOST R 27.402 [12].

A.1 Symbols

In addition to the symbols given in 3.2.2, the following symbols are used in this Annex A:

- a accept line's intersection with r axis (see Figure A.1)
- b slope of accept and reject lines
- b^* related slope (see Formula (A.3) and Figure A.1)
- c reject line's intersection with the r axis (see Figure A.1)
- r_a ordinate (number of failures) of the point belongs to the accept line
- r_r ordinate (number of failures) of the point belongs to the reject line
- r_0 the maximum number of failures possible for "accept" decision (see Figure A.1)
- T_t^* accumulated test time stated as termination criterion (see Figure A.1)
- t^* test time for each test item
- t_a^* test time for each test item, stated as acceptance criterion
- t_r^* test time for each test item, stated as reject criterion

A.2 Border lines

Table A.1 and Table A.2 shows the data of the border lines of SPRT plans of types A and C, respectively. The data contains the constants and the extreme coordinates of the border lines, including r_0 and T_t^* (see Figure A.1). Following are the border line formulae.

Accept border line:

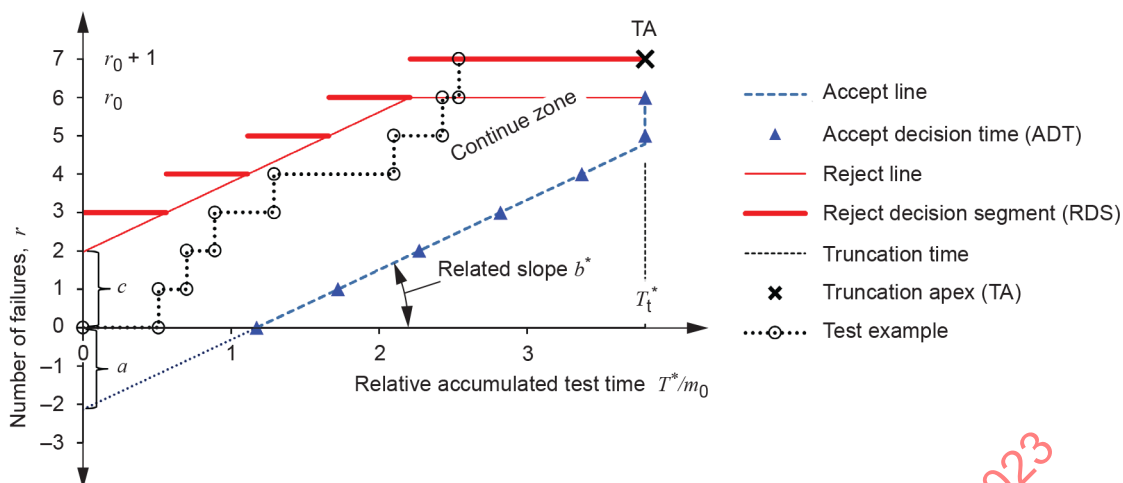
$$r_a = a + b^* \cdot T^* / m_0 \quad (\text{A.1})$$

Reject line:

$$r_r = c + b^* \cdot T^* / m_0 \quad (\text{A.2})$$

where

$$b^* = b \cdot m_0 = (D-1) / (\ln(D)) \quad (\text{A.3})$$



IEC

NOTE This Figure A.1 is drawn for A.41 test plan (Table 4, $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10,0\%$).

Figure A.1 – Decision graph of SPRT plan

Instead of plotting a diagram as in Figure A.1, Table A.3 can be used. The data in the three left columns in Table A.3 can be derived from the reject and accept lines, Formulae (A.1) and (A.2), written in the following form:

Accept border line:

$$T^*/m_0 = (r_a - a)/b^* \quad (\text{A.4})$$

Reject line:

$$T^*/m_0 = (r_r - c)/b^* \quad (\text{A.5})$$

Extreme coordinates of the border lines, including r_0 and T_t^* , are given in Table A.3.

**Table A.1 – Constants for border line formulae and their coordinates
for type A SPRT plans**

Test plan	Characteristics of the test plan			Constants for border line formulae			Coordinates for border lines $\{T^*/m_0; r\}$							
							Reject line				Accept line			
	D	α' %	β' %	a	b^*	c	From		To		From		To	
							T	$r = c$	T	r_0	$T_{a,min}^*$	r	T_t^*	r
A.1	1,5	5	5	-8,07	1,233 3	7,90	0	7,90	56,84	78	6,54	0	63,93	70,78
A.2	1,5	5	10	-6,47	1,233 3	8,05	0	8,05	42,12	60	5,24	0	48,37	53,19
A.3	1,5	5	20	-4,45	1,233 3	7,51	0	7,51	31,21	46	3,61	0	36,22	40,22
A.4	1,5	10	5	-8,14	1,233 3	6,40	0	6,40	41,84	58	6,60	0	48,69	51,91
A.5	1,5	10	10	-6,21	1,233 3	6,05	0	6,05	32,39	46	5,03	0	37,96	40,61
A.6	1,5	10	20	-4,48	1,233 3	5,96	0	5,96	20,30	31	3,63	0	24,97	26,32
A.7	1,5	10	40	-2,46	1,233 3	4,59	0	4,59	10,87	18	1,99	0	13,70	14,44
A.8	1,5	20	5	-7,52	1,233 3	4,30	0	4,30	31,38	43	6,09	0	37,39	38,60
A.9	1,5	20	10	-5,81	1,233 3	4,36	0	4,36	20,79	30	4,71	0	25,92	26,16
A.10	1,5	20	20	-3,98	1,233 3	3,92	0	3,92	12,23	19	3,23	0	16,09	15,87
A.11	1,5	30	30	-2,32	1,233 3	2,35	0	2,35	3,77	7	1,88	0	6,44	5,62
A.12	1,5	40	10	-4,90	1,233 3	2,26	0	2,26	10,83	15	3,97	0	14,26	12,69
A.13	1,7	5	5	-6,13	1,319 4	6,04	0	6,04	29,53	45	4,65	0	34,80	39,79
A.14	1,7	5	10	-4,89	1,319 4	6,11	0	6,11	21,90	35	3,70	0	26,50	30,08
A.15	1,7	5	20	-3,36	1,319 4	5,67	0	5,67	16,17	27	2,55	0	19,87	22,85
A.16	1,7	10	5	-6,21	1,319 4	4,94	0	4,94	21,27	33	4,70	0	26,38	28,60
A.17	1,7	10	10	-4,74	1,319 4	4,73	0	4,73	16,12	26	3,59	0	20,38	22,15
A.18	1,7	10	20	-3,36	1,319 4	4,52	0	4,52	10,22	18	2,54	0	13,70	14,71
A.19	1,7	10	40	-1,91	1,319 4	3,59	0	3,59	4,86	10	1,45	0	7,11	7,48
A.20	1,7	20	5	-5,74	1,319 4	3,31	0	3,31	15,68	24	4,35	0	20,18	20,89
A.21	1,7	20	10	-4,50	1,319 4	3,23	0	3,23	10,44	17	3,41	0	14,10	14,10
A.22	1,7	20	20	-2,93	1,319 4	2,91	0	2,91	6,13	11	2,22	0	9,03	8,98
A.23	1,7	30	30	-1,70	1,319 4	1,63	0	1,63	1,80	4	1,29	0	3,76	3,26
A.24	1,7	40	10	-3,70	1,319 4	1,74	0	1,74	4,75	8	2,81	0	7,75	6,52
A.25	2	5	5	-4,68	1,442 9	4,58	0	4,58	14,84	26	3,24	0	18,65	22,23
A.26	2	5	10	-3,74	1,442 9	4,76	0	4,76	10,56	20	2,59	0	14,00	16,46
A.27	2	5	20	-2,53	1,442 9	4,23	0	4,23	8,16	16	1,75	0	10,82	13,08
A.28	2	10	5	-4,67	1,442 9	3,74	0	3,74	10,57	19	3,24	0	14,29	15,95
A.29	2	10	10	-3,59	1,442 9	3,54	0	3,54	7,94	15	2,49	0	11,00	12,29
A.30	2	10	20	-2,44	1,442 9	3,17	0	3,17	5,42	11	1,69	0	7,81	8,83
A.31	2	10	40	-1,38	1,442 9	2,58	0	2,58	2,37	6	0,95	0	3,98	4,36
A.32	2	20	5	-4,28	1,442 9	2,41	0	2,41	8,03	14	2,97	0	11,28	11,99
A.33	2	20	10	-3,30	1,442 9	2,32	0	2,32	5,33	10	2,29	0	7,95	8,17
A.34	2	20	20	-2,23	1,442 9	2,25	0	2,25	2,60	6	1,54	0	4,79	4,68
A.35	2	30	30	-1,27	1,442 9	1,10	0	1,10	0,62	2	0,88	0	2,05	1,69
A.36	2	40	10	-2,67	1,442 9	1,01	0	1,01	2,76	5	1,85	0	4,82	4,29
A.37	3	5	5	-2,89	1,820 8	2,81	0	2,81	3,95	10	1,59	0	6,01	8,05
A.38	3	5	10	-2,25	1,820 8	2,77	0	2,77	2,87	8	1,24	0	4,65	6,22

Test plan	Characteristics of the test plan			Constants for border line formulae			Coordinates for border lines $\{T^*/m_0; r\}$							
							Reject line				Accept line			
	D	α' %	β' %	a	b^*	c	From		To		From		To	
							T	$r = c$	T	r_0	$T_{a,min}^*$	r	T_t^*	r
A.39	3	5	20	-1,58	1,820 8	2,64	0	2,64	1,84	6	0,87	0	3,34	4,51
A.40	3	10	5	-2,90	1,820 8	2,29	0	2,29	2,58	7	1,60	0	4,58	5,43
A.41	3	10	10	-2,14	1,820 8	1,98	0	1,98	2,21	6	1,17	0	3,80	4,78
A.42	3	10	20	-1,49	1,820 8	1,91	0	1,91	1,15	4	0,82	0	2,48	3,02
A.43	3	10	40	-0,85	1,820 8	1,60	0	1,60	0,22	2	0,47	0	1,19	1,32
A.44	3	20	5	-2,68	1,820 8	1,38	0	1,38	1,99	5	1,47	0	3,67	4,00
A.45	3	20	10	-2,14	1,820 8	1,73	0	1,73	0,70	3	1,17	0	2,32	2,09
A.46	3	20	20	-1,33	1,820 8	1,23	0	1,23	0,42	2	0,73	0	1,61	1,61
A.47	3	30	30	-0,77	1,820 8	0,45	0	0,45	0,30	1	0,42	0	1,08	1,19
A.48	3	40	10	-1,73	1,820 8	0,78	0	0,78	0,12	1	0,95	0	1,36	0,75
A.49	5	5	5	-1,88	2,486 1	1,67	0	1,67	1,34	5	0,76	0	2,40	4,07
A.50	5	5	10	-1,44	2,486 1	1,64	0	1,64	0,95	4	0,58	0	1,88	3,23
A.51	5	5	20	-1,00	2,486 1	1,57	0	1,57	0,58	3	0,40	0	1,39	2,45
A.52	5	10	5	-1,88	2,486 1	1,41	0	1,41	0,64	3	0,76	0	1,71	2,37
A.53	5	10	10	-1,39	2,486 1	1,06	0	1,06	0,78	3	0,56	0	1,58	2,53
A.54	5	10	20	-0,95	2,486 1	0,98	0	0,98	0,41	2	0,38	0	1,09	1,75
A.55	5	10	40	-0,52	2,486 1	0,86	0	0,86	0,06	1	0,21	0	0,55	0,84
A.56	5	20	5	-1,76	2,486 1	0,85	0	0,85	0,46	2	0,71	0	1,41	1,76
A.57	5	20	10	-1,34	2,486 1	0,95	0	0,95	0,02	1	0,54	0	0,87	0,83
A.58	5	20	20	-0,86	2,486 1	0,63	0	0,63	0,15	1	0,35	0	0,78	1,08
A.59	5	23,5	26,2	-0,67	2,486 1	0,46	0	0,46	-0,18	0	0,27	0	0,39	0,30
A.60	5	37,2	9,8	-1,16	2,486 1	0,49	0	0,49	-0,20	0	0,46	0	0,55	0,20

Table A.2 – Constants for border line formulae and their coordinates for type C SPRT plans

Test plan	Characteristics of the test plan			Constants for border line formulae			Coordinates for border lines $\{T^*/m_0; r\}$							
							Reject line				Accept line			
	D	α' %	β' %	a	b^*	c	From		To		From		To	
							T	$r = c$	T	r_0	$T_{a,min}^*$	r	T_t^*	r
C.1	1,7	5	5	-9,76	1,319 4	8,96	0	8,96	22,01	38	7,40	0	29,30	28,90
C.2	1,7	10	5	-6,63	1,319 4	8,99	0	8,99	15,92	30	5,02	0	24,24	25,35
C.3	1,7	10	10	-5,83	1,319 4	8,20	0	8,20	11,22	23	4,42	0	18,03	17,96
C.4	1,7	15	5	-7,66	1,319 4	9,56	0	9,56	10,95	24	5,80	0	19,90	18,60
C.5	1,7	20	10	-5,32	1,319 4	5,02	0	5,02	7,56	15	4,03	0	12,60	11,31
C.6	1,7	20	20	-3,08	1,319 4	3,76	0	3,76	4,73	10	2,33	0	8,30	7,87
C.7	1,7	30	20	-2,77	1,319 4	2,68	0	2,68	2,52	6	2,10	0	5,50	4,48
C.8	1,7	30	30	-1,67	1,319 4	1,62	0	1,62	1,81	4	1,26	0	3,80	3,35

A.3 Example of the SPRT plan from Clause 6

Specified: $n = 500$ items that are placed on test with replacement. Producer and consumer agree on $\lambda_0 = 9 \times 10^{-7} \text{ h}^{-1}$, $\alpha = \beta = 10 \%$ and $D = 3$.

To be derived: SPRT plan and simulated examples.

Procedure: $m_0 = 1/\lambda_0 = 1,11 \times 10^6 \text{ h}$ (= 126,7 years).

Since replacement is used, the accumulated test time for 500 components, T^* , is:

$$T^* = nt^* = 500t^*$$

where t^* is the test time per item.

Test plan A.41 satisfies the specified α , β and D , while T_a^* and T_r^* are the accumulated test times for accept and reject lines, respectively; they are stated as multiples of m_0 , that is, T_a^*/m_0 and T_r^*/m_0 .

Each time a failure occurs or accept border lines are reached, the point $(T^*/m_0, r) = (nt^*/m_0, r)$ should be plotted in the diagram and it should be noted whether it falls (see 6.3):

- above the reject border lines, reject;
- on or below the accept border lines, accept;
- otherwise, continue testing.

The border lines have the following formulae (by data from Table A.1).

Reject lines: $r = 1,98 + 1,820\,8(T^*/m_0)$, $0 \leq (T^*/m_0) < 2,21$ and $r = 6$, $2,21 \leq (T^*/m_0) < 3,80$.

Accept lines: $r = -2,14 + 1,820\,8(T^*/m_0)$, $1,17 \leq (T^*/m_0) < 3,80$ and $4,78 < r \leq 6$, $(T^*/m_0) = 3,80$.

The border lines are shown in Figure A.1. The OC of the test is shown in Figure 3, and the ETT in Figure 4.

The abscissa T^*/m_0 can be changed to t^* by multiplying by $m_0/n = 1,11 \times 10^6/500 = 2\,222 \text{ h}$.

Instead of plotting a diagram as in Figure A.1, Table A.3 can be used. The data in the three left columns in Table A.3 can be derived from the reject and accept lines formulae as above. The columns of t_a^* and t_r^* (in test hours) calculated by $t_a^* = [T_a^*/m_0] \cdot (m_0/n)$ and $t_r^* = [T_r^*/m_0] \cdot (m_0/n)$ where the quantities in the square brackets are the stated values.

An easy way to perform SPRT is to put the table into a spreadsheet program with graphics.

The results from an example with fictive (simulated) data are shown in Table A.3. In the second right column (t^* in hours), the time from the beginning of the test to the r -th failure is given. The same example is shown in Figure A.1.

Table A.3 – Example for SPRT using test plan A.41 (with example data)

$\alpha' = \beta' = 10 \text{ \%}, D = 3, m_0 = 1,11 \times 10^6 \text{ h}, t^* = 2\,222 \cdot T^*/m_0 \text{ h}$							
Test plan A.41					Test result		
r	T_r^*/m_0 Reject (equal or less)	T_a^*/m_0 Accept (equal or more)	t_r^* in hours Reject (equal or less)	t_a^* in hours Accept (equal or more)	T^*/m_0	t^* in hours	Decision
0	N/A	1,17	N/A	2 610	0	0	Continue
1	N/A	1,72	N/A	3 832	0,51	1 133	Continue
2	0,01	2,27	24	5 052	0,70	1 555	Continue
3	0,56	2,82	1 245	6 273	0,89	1 978	Continue
4	1,11	3,37	2 465	7 493	1,29	2 866	Continue
5	1,66	3,80	3 685	8 444	2,10	4 666	Continue
$r_0 = 6$	2,21	3,80	4 906	8 444	2,43	5 399	Continue
7	3,80	N/A	8 444	N/A	2,54	5 644	Reject

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61124:2023

Annex B (normative)

Tables and graphs for combined test plans (type D)

NOTE 1 This annex uses the symbols listed in 3.2.2.

NOTE 2 This Annex B contains combined test plans based on GOST R 27.402 [12].

B.1 General

The combined test plans bring together the advantages of time/failure terminated test plans (test plans B, Clause 7) with the advantages of the sequential test plans (test plans C, Clause 6). They reduce the test time for highly reliable test items, while they do not reject low reliability items early. They require about the same administrative work as the sequential test plans.

More test plans of these types can be found in GOST R 27.402 [12].

This Annex B contains the test plans listed in Table B.1.

Table B.1 – Combined test plans in Annex B

Combined test plans D $D = 1, 7$		α				
		5 %	10 %	15 %	20 %	30 %
β	5 %	D.1	D.2	D.4		
	10 %		D.3		D.5	
	20 %				D.6	D.7
	30 %					D.8

For each combined plan of Table B.1, there is a corresponding SPRT plan in Table 5 (that is, a plan C with the same D , α' and β').

For each test plan, the following data is provided in tables and figures:

- the accept and reject lines as the number of failures r versus the relative accumulated test time T^*/m_0 (Table B.2, the example in Figure 5 and in Table B.4);
- the expected accumulated test time T_e^* as a function of m/m_0 (Table 7 and the example in Figure 1);
- the expected accumulated test time to acceptance $T_e^*(+)$ as a function of m/m_0 (Table B.3 and the example in Figure B.1);
- the OC as a function of m/m_0 . Five approximate points on the OC are given in Table 2. To obtain more OC points, the procedure described in Clause E.4 and its implementation by the spreadsheet program (Clause F.8) can be used. See the example in Figure B.2.

In order to make it easy to compare the test plans of types C and D, it is recommended to plot their characteristics in the same figure or table, as shown in Figure 5, Figure 1, Figure B.1 and in Table B.3.

Table B.2 – Type D test plans – Accept and reject lines

Test plan No.	D.1	D.2	D.3	D.4	D.5	D.6	D.7	D.8
α' %	5	10	10	15	20	20	30	30
β' %	5	5	10	5	10	20	20	30
Reject failure, $r_0 + 1$	39	31	24	25	16	11	7	5
Failures, r	Accumulated test time of accept line, T^*/m_0							
0	6,454	4,722	4,426	5,732	3,95	2,436	2,144	1,219
1	7,769	5,896	5,531	6,946	4,966	3,257	2,888	1,931
2	8,878	6,899	6,466	7,960	5,818	3,973	3,533	2,689
3	9,875	7,813	7,310	8,866	6,580	4,633	4,126	3,509
4	10,799	8,667	8,092	9,697	7,280	5,258	4,682	4,388
5	11,668	9,479	8,829	10,473	7,932	5,854	5,210	N/A
6	12,494	10,256	9,528	11,204	8,545	6,430	5,715	
7	13,285	11,006	10,196	11,897	9,123	6,987	N/A	
8	14,046	11,732	10,837	12,558	9,670	7,528		
9	14,780	12,438	11,455	13,189	10,189	8,055		
10	15,491	13,127	12,050	13,794	10,681	8,568		
11	16,181	13,799	12,626	14,374	11,147	N/A		
12	16,851	14,456	13,182	14,931	11,588			
13	17,504	15,100	13,721	15,466	12,004			
14	18,140	15,732	14,242	15,980	12,394			
15	18,760	16,352	14,746	16,473	12,757			
16	19,365	16,961	15,234	16,946	N/A			
17	19,956	17,559	15,705	17,399				
18	20,534	18,148	16,160	17,832				
19	21,098	18,726	16,599	18,244				
20	21,649	19,296	17,021	18,637				
21	22,188	19,856	17,426	19,008				
22	22,714	20,408	17,814	19,358				
23	23,229	20,951	18,184	19,686				
24	23,731	21,485	N/A	19,99				
25	24,221	22,011		N/A				
26	24,700	22,529						
27	25,167	23,038						
28	25,621	23,539						
29	26,064	24,032						
30	26,494	24,517						
31	26,912	N/A						
32	27,318							
33	27,710							
34	28,090							
35	28,455							
36	28,806							
37	29,142							
38	29,463							
39	N/A							

NOTE For all the tests, the discrimination ratio $D = 1,7$

Table B.3 – Expected accumulated test time to acceptance decision, $T_e^*(+)$, for D and C test plans

Test plan No.	Characteristics of the plan			Expected accumulated time to acceptance decision in multiples of m_0 for various m				
	Discrimination ratio	True risks						
		$\alpha' \%$	$\beta' \%$	$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$
	D			$\frac{T_{e,L}^*(+)}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*(+)}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*(+)}{m_0}$	$\frac{T_{e,0}^*(+)}{m_0}$	$\frac{T_{e,H}^*(+)}{m_0}$
D.1	1,7	5	5	27,2	27,2	25,6	21,8	17,2
C.1				28,5	28,8	27,7	23,8	17,7
D.2	1,7	10	5	16,8	19,7	18,8	16,0	12,4
C.2				15,2	19,8	19,3	16,0	11,8
D.3	1,7	10	10	15,2	15,5	14,6	12,8	10,5
C.3				14,7	16,0	15,2	13,0	10,1
D.4	1,7	15	5	18,5	18,4	17,6	15,9	13,6
C.4				18,3	18,8	18,1	16,2	13,1
D.5	1,7	20	10	10,7	10,9	10,4	9,5	8,3
C.5				11,0	11,3	10,9	9,9	8,5
D.6	1,7	20	20	5,6	5,9	5,7	5,3	4,7
C.6				5,6	6,1	6,0	5,4	4,7
D.7	1,7	30	20	4,0	4,1	4,0	3,8	3,6
C.7				4,2	4,3	4,2	4,0	3,7
D.8	1,7	30	30	1,9	2,1	2,1	2,1	2,0
C.8				2,2	2,3	2,3	2,2	2,1

B.2 Test plans D.3 and C.3 ($\alpha = \beta = 10 \%$, $D = 1,7$)

In this Clause B.2, test plan D.3 is presented as an example of a combined test plan. SPRT plan C.3 is also presented for comparison.

Accept and reject lines of all combined tests are given in Table B.2. In Table B.4, this data is given for tests D.3 and C.3 in a more convenient decision-making form. The decision graphs of the tests are shown in Figure 5.

The expected accumulated test time T_e^* as a function of m/m_0 is given in Table 7 and Figure 1. Graphs clearly indicate that test C.3 has an advantage over D.3 for $m \leq m_0$.

The expected accumulated test time to acceptance $T_e^*(+)$ as a function of m/m_0 is given in Table B.3 and Figure B.1. It is seen that D.3 has no advantage over C.3.

The operating characteristic P_a as a function of m/m_0 is presented in Table 2 and Figure B.2. The graphs in Figure B.2 are the same for tests D.3 and C.3. The graph " P_a – true value" was calculated by the method given in Annex H. The P_a estimates in Table 2 agree well with the true values.

Table B.4 – Accept and reject lines for D.3 and C.3 test plans

Failures r	Accumulated test time T^*/m_0			
	Plan C.3		Plan D.3	
	Reject	Accept	Reject	Accept
0	N/A	4,429	N/A	4,426
1	N/A	5,187	N/A	5,531
2	N/A	5,946	N/A	6,466
3	N/A	6,704	N/A	7,310
4	N/A	7,462	N/A	8,092
5	N/A	8,220	N/A	8,829
6	N/A	8,978	N/A	9,528
7	N/A	9,736	N/A	10,196
8	0,015	10,494	N/A	10,837
9	0,773	11,252	N/A	11,455
10	1,531	12,010	N/A	12,050
11	2,289	12,768	N/A	12,626
12	3,047	13,526	N/A	13,182
13	3,805	14,284	N/A	13,721
14	4,563	15,042	N/A	14,242
15	5,321	15,800	N/A	14,746
16	6,079	16,558	N/A	15,234
17	6,838	17,316	N/A	15,705
18	7,596	18,030	N/A	16,160
19	8,354	18,030	N/A	16,599
20	9,112	18,030	N/A	17,021
21	9,870	18,030	N/A	17,426
22	10,628	18,030	N/A	17,814
$r_0 = 23$	11,386	18,030	N/A	18,184
24	18,030	N/A	Always	N/A
Always reject at 24 failures or more.				

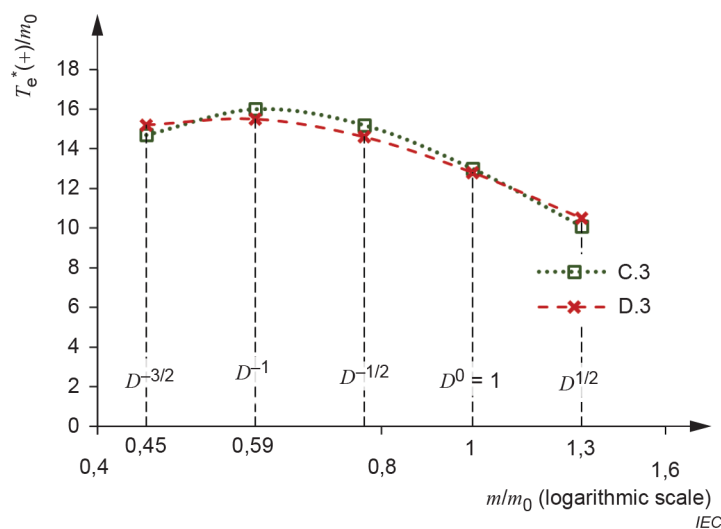
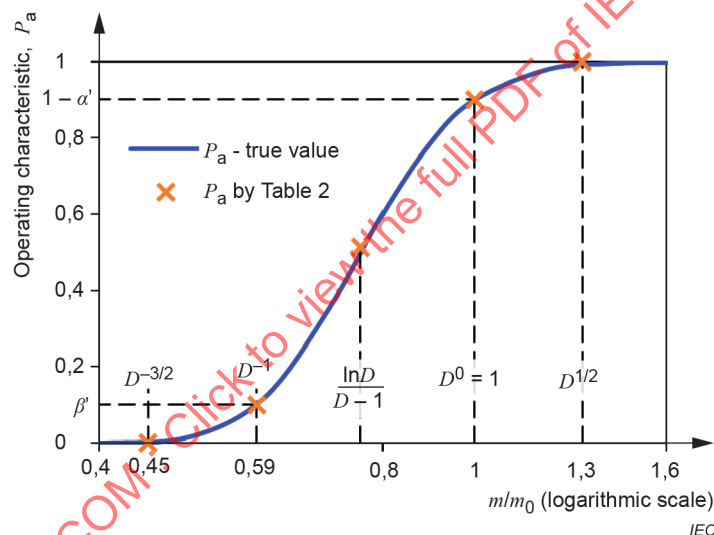


Figure B.1 – Expected accumulated test time to acceptance decision, $T_e^*(+)$ for D.3 and C.3 test plans



NOTE This Figure B.2 is drawn for $D = 1.7$, $\alpha' = \beta' = 10.0\%$.

Figure B.2 – Operating characteristic P_a for D.3 and C.3 test plans

Annex C (informative)

Extension of the set of SPRTs type A

C.1 Symbols

In addition to the symbols given in 3.2.2, the following symbols are used:

a	accept line's intersection with r axis (see Figure A.1)
b	slope of accept and reject lines
b^*	related slope (see Formula (A.3) and Figure A.1)
c	reject line's intersection with the r axis (see Figure A.1)
r_{0x}, r_{01}, r_{02}	maximum number of failures for which it is possible to make a decision "accept" (see Figure A.1) of the designed test and the referenced test pair from Table 4, respectively
y, y_1, y_2	parameter values of the designed test and the referenced test pair, respectively
$\alpha_x, \alpha_1, \alpha_2$	α values (type I risk) of the designed test and the referenced test pair from Table 4, respectively
β_x	β values (type II risk) of the designed test

C.2 Extension of the set of type A tests (through interpolation by α and β)

If a test plan is required, which is not included in, its planning is possible according to the following.

For every D , and α/β ratio available in Table 4 and in Table A.1, it is possible to interpolate the test parameters for any α and β . It is performed by linear interpolation of the required parameters in $\ln \alpha$.

The general formula for linear interpolation is:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + y_1 \quad (\text{C.1})$$

where

- α_1, α_2 are the α values (type I risk) of the referenced test pair from Table 4;
- α_x is the α value of the designed test;
- y, y_1, y_2 are the parameter values of the designed test and the referenced test pair, respectively.

The parameters $a, c, T_t^*/m_0, r_0$ and $T_{e,j}^*/m_0$ are calculated by Formula (C.1). The value of b^* is unchanged.

Below is the calculation procedure and example for the following parameter values:

$$D = 2, \alpha = 0,15, \alpha/\beta = 2 \text{ (nominal values)} \quad (\text{C.2})$$

Step 1: Calculation and rounding of r_{0x}

$$r_{0x} = \frac{r_{02} - r_{01}}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + r_{01} \quad (\text{C.3})$$

$$r_{0x} = \frac{10 - 19}{\ln 0,2 - \ln 0,1} (\ln 0,15 - \ln 0,1) + 19 = 13,7 \approx 14$$

Step 2: Calculation of α_x and β_x for integer r_{0x}

$$\alpha_x = \exp \left\{ \frac{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1}{r_{02} - r_{01}} (r_{0x} - r_{0,1}) + \ln \alpha_1 \right\} \quad (\text{C.4})$$

$$\alpha_x = \exp \left\{ \frac{\ln 0,2 - \ln 0,1}{10 - 19} (14 - 19) + \ln 0,1 \right\} = 0,147$$

β_x is calculated from α_x and the specified α/β value:

$$\beta_x = \alpha_x / (\alpha/\beta) \quad (\text{C.5})$$

$$\beta_x = 0,147 / 2 \approx 0,074$$

Step 3: Calculation of the parameters a , c , T_t^*/m_0 , and T_{ej}^*/m_0 by Formula (C.1), for example:

$$c_x = \frac{c_2 - c_1}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + c_1 \quad (\text{C.6})$$

$$c_x = \frac{2,32 - 3,74}{\ln 0,2 - \ln 0,1} (\ln 0,147 - \ln 0,1) + 3,74 = 2,95$$

All other test parameters and characteristics should be calculated according to the same method. Table C.1 contains all the tests in question and demonstrates the high accuracy of the method. Construction of five points of the OC curve for the test obtained by the interpolation is given in Table 2. This curve is sufficient for practical purposes. In addition, in Clause D.4 the procedure for calculating more OC points is provided (see Figure D.1).

Table C.1 – Example for interpolation by α and β

D, b^*	α' %	β' %	a	c	r_0	$\frac{T_t^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,L}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,0}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,H}^*}{m_0}$	
$D = 2,0 \quad b^* = 1,4429$	15	7,5										Target values
	10	5	-4,67	3,74	19	14,29	3,0	6,1	9,4	8,5	6,2	First referenced test: A.28
	20	10	-3,30	2,32	10	7,95	1,9	3,4	4,7	4,8	4,1	Second referenced test: A.33
	14,7	7,4	-3,91	2,95	14	10,77	2,4	4,6	6,8	6,4	4,9	Interpolated designed test
	14,6	7,4	-3,91	2,95	14	10,77	2,4	4,6	6,7	6,4	5,1	Exact value by designed border lines
	-0,7	0	---	---	---	---	0	0	1,4	0	4,1	Error of interpolated test relative to exact value, %

Annex D (informative)

Approximation of operating characteristic for type A SPRTs by Wald's formula

NOTE In this Annex D, probabilities are not given as percentages.

D.1 Symbols

In addition to the symbols given in 3.2.2, the following symbols are used.

A, B constants for the approximation

h independent variable

D.2 Approximations of OC in this document

The OC of all tests in this document is available in Table 2. The table shows the values for only five points of the operating system, which is sufficient from a practical point of view. However, this document provides the following calculation procedures for a larger number of OC points.

- For type A SPRTs, the procedure is given in Clauses D.3 and D.4. This procedure is based on the approximation of the OC by the Wald formula [1]. The formula has a high accuracy for optimally truncated tests, in particularly for A tests.
- For FTFTs, an accurate calculation procedure is given in E.2.2 and Clause F.3.
- For type C SPRTs and combined type D tests, the procedure is given in Clauses E.4 and F.8. This procedure is based on the approximation of the OC by Formula (E.6) for FTFTs, which has a high accuracy for highly truncated tests, which in turn include C and D tests.

The approximations by the Wald formula and the formula for FTFTs coincide with the true OC value for all tests at the CRP and PRP points. At other points, they are very close to each other and provide the upper and lower limits for estimating the OC of SPRTs.

D.3 Approximation of OC for type A SPRT by Wald's formula

The OC curve, $P_a(m)$, is approximated by the expression [1] given in a parametric form by Formulae (D.1) and (D.2).

$$P_a(h) = \frac{A^h - 1}{A^h - B^h} \quad (D.1)$$

$$m(h) = m_0 \cdot \frac{D^h - 1}{h \cdot (D - 1)} \quad (D.2)$$

where h is an independent variable.

The constants A and B are

$$A = (1 - \beta) / \alpha \quad (D.3)$$

$$B = \beta / (1 - \alpha) \quad (D.4)$$

Figure D.1 shows the approximated OC calculated using Formula (D.1) and Formula (D.2) for the test obtained by interpolation in Clause C.2. The test parameters are given in Table C.1, in the row "Interpolated designed test". Figure D.1 also shows the true OC of the tests calculated by the procedure described in [5]. Figure D.1 illustrates the high accuracy of the approximation.

The following principles can be applied to determine h in Formula (D.1) and Formula (D.2).

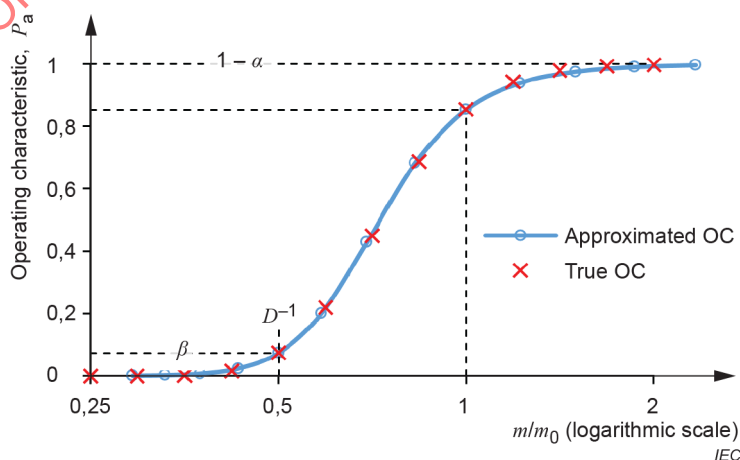
- a) It is recommended to assign h a value ranging from -3 to 3 with a constant step of $0,5$ (see, for example, graph "Approximated OC" in Figure D.1). In this case, $h = 0$ should be replaced by a small number, for example, $h = 10^{-5}$, in order to avoid uncertainty in the calculation. Otherwise, when $h = 0$, the following limits can be used:

$$\lim_{h \rightarrow 0} P_a(h) = \frac{\ln(1 - \beta) - \ln \alpha}{\ln(1 - \beta) - \ln \alpha - \ln \beta + \ln(1 - \alpha)}; \quad (D.5)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} m(h) = m_0 \cdot \frac{\ln D}{(D - 1)}. \quad (D.6)$$

- b) For a predetermined m (for example, as in Table 3) the value of h is derived from Formula (D.2). Another example is the "True OC" graph in Figure D.1, where the values of m form a geometric progression:

$$m_i = m_0 D^{(i-9)/4} \quad \text{for } i = 1 \dots 13 \quad (D.7)$$



NOTE This Figure D.1 is drawn for $D = 2$, $\alpha = 0,147$, $\beta = 0,074$.

Figure D.1 – Approximation of OC for type A SPRT using Wald's formula

D.4 Construction of the approximated OC curve using a spreadsheet

NOTE The spreadsheets in Table D.1 and Table D.2 and in this Annex D have been prepared using Microsoft Excel². However, other spreadsheet providers are available.

The approximated OC curve is based on the formulae in Clause D.3. As the OC curve represents a plot of $P_a(m)$, the spreadsheet includes assigning values to h , such that the resultant m values would be within the range (and exceeding that range) of the values of m_1 and m_0 (see paragraph a) in Clause D.3). $P_a(h)$ and $m(h)$ are then calculated from h , and $P_a(h)$ is plotted against $m(h)$.

The procedure is explained in the example with the following specified test data:

$$m_0 = 1; \alpha = 0,147; \beta = 0,074; D = 2. \quad (D.8)$$

This data fit the example in Clause C.2.

An example for calculating the OC for data (Formula (D.8)) using a spreadsheet is given in Table D.1 and Table D.2. The latter lists the formulae embedded in the spreadsheet.

- Row 2 contains the specified data (Formula (D.8)) of the test.
- Row 5 calculates the parameters A and B using Formula (D.3) and Formula (D.4).
- Cell C8 is set to an initial value of $h = -3,000\ 01$.
- Cell C9 contains the calculated second value of h : $C9 = C8 + 0,5$. In the same way, the remaining h are calculated in cells C10:C20.
- Cells D8:D20 calculates $m(h)$ by Formula (D.6).
- Cells E8:E20 calculates $P_a(h)$ by Formula (D.5).
- The data $P_a(h)$ in cells E8:E20 is plotted against $m(h)$ in cells D8:D20. See graph "Approximated OC", Figure D.1.

² Microsoft Excel is an example of a suitable product available commercially. This information is given for the convenience of users of this document and does not constitute an endorsement by IEC of this product.

Table D.1 – Spreadsheet set-up for construction of the OC curve by Wald

	A	B	C	D	E
1		m_0	D	α	β
2	Specified:	1	2	0,147	0,074
3					
4		A	B		
5	Calculated:	6,299 3	0,086 8		
6					
7		Point number	h	$m(h)$	$P_a(h)$
8		1	-3,000 01	0,292	0,001
9		2	-2,5	0,329	0,002
10		3	-2,0	0,375	0,007
11		4	-1,5	0,431	0,024
12	m_1	5	-1,0	0,500	0,074
13		6	-0,5	0,586	0,201
14		7	-1,0	0,693	0,429
15		8	0,5	0,828	0,682
16	m_0	9	1,0	1,000	0,853
17		10	1,5	1,219	0,938
18		11	2,0	1,500	0,975
19		12	2,5	1,863	0,990
20		13	3,0	2,333	0,996

Table D.2 – Formulae embedded in the spreadsheet

	A	B	C	D	E
1		m_0	D	α	β
2	Specified:	1	2	0,147	0,074
3					
4		A	B		
5	Calculated:	= (1-E2)/D2	= E2/(1-D2)		
6					
7		Point number	h	$m(h)$	$P_a(h)$
8		1	-3,000 01	=B\$2*(C\$2^C8-1)/(C8*(C\$2-1))	=(B\$5^C8-1)/(B\$5^C8-C\$5^C8)
9		2	=C8+0.5	=B\$2*(C\$2^C9-1)/(C9*(C\$2-1))	=(B\$5^C9-1)/(B\$5^C9-C\$5^C9)
10		3	=C9+0.5	=B\$2*(C\$2^C10-1)/(C10*(C\$2-1))	=(B\$5^C10-1)/(B\$5^C10-C\$5^C10)
11		4	=C10+0.5	=B\$2*(C\$2^C11-1)/(C11*(C\$2-1))	=(B\$5^C11-1)/(B\$5^C11-C\$5^C11)
12	m_1	5	=C11+0.5	=B\$2*(C\$2^C12-1)/(C12*(C\$2-1))	=(B\$5^C12-1)/(B\$5^C12-C\$5^C12)
13		6	=C12+0.5	=B\$2*(C\$2^C13-1)/(C13*(C\$2-1))	=(B\$5^C13-1)/(B\$5^C13-C\$5^C13)
14		7	=C13+0.5	=B\$2*(C\$2^C14-1)/(C14*(C\$2-1))	=(B\$5^C14-1)/(B\$5^C14-C\$5^C14)
15		8	=C14+0.5	=B\$2*(C\$2^C15-1)/(C15*(C\$2-1))	=(B\$5^C15-1)/(B\$5^C15-C\$5^C15)
16	m_0	9	=C15+0.5	=B\$2*(C\$2^C16-1)/(C16*(C\$2-1))	=(B\$5^C16-1)/(B\$5^C16-C\$5^C16)
17		10	=C16+0.5	=B\$2*(C\$2^C17-1)/(C17*(C\$2-1))	=(B\$5^C17-1)/(B\$5^C17-C\$5^C17)
18		11	=C17+0.5	=B\$2*(C\$2^C18-1)/(C18*(C\$2-1))	=(B\$5^C18-1)/(B\$5^C18-C\$5^C18)
19		12	=C18+0.5	=B\$2*(C\$2^C19-1)/(C19*(C\$2-1))	=(B\$5^C19-1)/(B\$5^C19-C\$5^C19)
20		13	=C19+0.5	=B\$2*(C\$2^C20-1)/(C20*(C\$2-1))	=(B\$5^C20-1)/(B\$5^C20-C\$5^C20)

Annex E (informative)

Mathematical references and examples for fixed time/failure terminated test (FTFT) plans

E.1 Symbols

In addition to the symbols given in 3.2.2, the following symbols are used.

- f_T probability density function (PDF) of gamma distribution
 F_T cumulative distribution function (CDF) of gamma distribution
 α_T shape parameter of gamma distribution
 β_T scale parameter of gamma distribution

E.2 Mathematical references

E.2.1 General

NOTE See Clauses 7 and 8.

There are four possible considerations that are applicable to the fixed duration tests:

- a) time terminated tests with replacement;
- b) time terminated tests without replacement;
- c) failure terminated tests with replacement;
- d) failure terminated tests without replacement.

The plans mentioned in (a) and (c) differ just by the representation on the graphs of the border lines of the test termination. In case (a), the x-axis is time, and the y-axis is the number of failures. In case (c), the x-axis is the number of failures, and the y-axis is time. This is also true for the pair (b) and (d).

λ_0 and m_0 calculations are done as shown in 3.2.2.

E.2.2 Mathematical references

The test termination time, T_t^* and the acceptable number of failures, c , are determined based on the following two formulae:

$$\beta = \sum_{k=0}^c \frac{\left(\frac{T_t^*}{m_1} \right)^k \cdot e^{-\frac{T_t^*}{m_1}}}{k!}$$

$$1 - \alpha = \sum_{k=0}^c \frac{\left(\frac{T_t^*}{m_0} \right)^k \cdot e^{-\frac{T_t^*}{m_0}}}{k!}$$
(E.1)

The OC curve is given by plotting the probability of acceptance, P_a (in a test of predetermined test duration T_t^*) against the quantity m , where:

$$P_a = e^{-\frac{T_t^*}{m}} \sum_{k=0}^c \frac{\left(\frac{T_t^*}{m}\right)^k}{k!} \quad (\text{E.2})$$

Formula (E.1) and Formula (E.2) can be calculated using the cumulative distribution function (CDF) of the Poisson distribution or gamma distribution. These CDFs are standard functions of the Excel spreadsheet (see Annex F) and many other software applications.

The CDF of the Poisson distribution is

$$F_p(c, \mu) = e^{-\mu} \sum_{i=0}^c \frac{\mu^i}{i!} \quad \text{for } \mu > 0 \text{ and } c \text{ is an integer.} \quad (\text{E.3})$$

The probability density function (PDF) of the gamma distribution is

$$f_{\Gamma}(x; \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma}) = \frac{1}{\beta_{\Gamma}^{\alpha_{\Gamma}} \Gamma(\alpha_{\Gamma})} x^{\alpha_{\Gamma}-1} e^{-x/\beta_{\Gamma}} \quad \text{for } x > 0 \text{ and } \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma} > 0 \quad (\text{E.4})$$

where

α_{Γ} is the shape parameter;

β_{Γ} is the scale parameter.

The CDF of the gamma distribution is

$$F_{\Gamma}(x; \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma}) = \int_0^x f_{\Gamma}(x; \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma}) dx \quad \text{for } x > 0 \text{ and } \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma} > 0. \quad (\text{E.5})$$

The advantage of the gamma distribution is that α_{Γ} can be non-integer, which greatly simplifies the calculation process.

If $\alpha_{\Gamma} \equiv k$ is an integer, the gamma distribution is an Erlang distribution and is the probability distribution of the waiting time until the k^{th} failure "arrival" in a process with constant failure rate $1/\beta_{\Gamma}$. In this case $F_{\Gamma}(x; \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma})$ is the probability that the waiting time until the k^{th} failure "arrival" $\leq x$.

α , β and P_a can be represented as:

$$P_a\left(\frac{m}{m_0}; c, \frac{T_t^*}{m_0}\right) = 1 - F_\Gamma\left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, \frac{m}{m_0}\right) \quad (\text{E.6})$$

$$\alpha = F_\Gamma\left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, 1\right) \quad (\text{E.7})$$

$$\beta = 1 - F_\Gamma\left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, \frac{1}{D}\right) \quad (\text{E.8})$$

The ETT (in terms of m_0) can be calculated by the following formula:

$$\frac{T_e^*(m; c, T_t^*)}{m_0} = \int_0^{T_t^*/m_0} x \cdot f_\Gamma\left(x; c+1, \frac{m}{m_0}\right) dx + \frac{T_t^*}{m_0} \left[1 - F_\Gamma\left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, \frac{m}{m_0}\right) \right]$$

This formula can be reduced to a form more convenient for calculations:

$$\frac{T_e^*(m; c, T_t^*)}{m_0} = \frac{m \cdot (c+1)}{m_0} F_\Gamma\left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+2, \frac{m}{m_0}\right) + \frac{T_t^*}{m_0} \left[1 - F_\Gamma\left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, \frac{m}{m_0}\right) \right] \quad (\text{E.9})$$

The border lines of the FTFT have two parameters: T_t^* and c . FTFT characteristics have four parameters:

$$m_0, \alpha, \beta, D. \quad (\text{E.10})$$

As can be seen from Formulae (E.6) to (E.9), m_0 is a scale factor; it is usually set at the first design stage and, therefore, it can be excluded from further consideration of the design process. The design (from a mathematical point of view) of the five parameters (variables) is constrained by two Formulae: (E.7) and (E.8).

In Formulae (E.7) and (E.8) c is the number of failures, and it must be an integer. This imposes an additional restriction on the combination of the α , β and D parameters of the FTFT.

NOTE Increasing c leads to a decrease in α' and β' or D , and a simultaneous increase in T_t^* and ETT. Decreasing c leads to the opposite effect. This applies to all procedures listed in Table E.1.

The typical FTFT design procedures {a} to {d} are considered in E.2.3 to E.2.6. A brief description of these procedures is given in Table E.1.

Table E.1 – List of the typical FTFT design procedures

Procedure number	Specified parameters	Derived parameters	Additional constraints and comments
{a}	m_0, α, β, D	T_t^*, c	The actual m_0 and D should be equal to the specified values. The ratio α'/β' should have the specified value α/β , also α' and β' should be close to α and β accordingly.
{b}	m_0, α, β, D	T_t^*, c	Additional constraints are the same as in procedure {a}. The only difference is in the design procedure.
{c}	m_0, α, β, D	T_t^*, c	The actual m_0, α' and β' should be equal to the specified values, also D should be close to the specified value.
{d}	$m_0, \alpha, \beta, T_t^*$	D, c	The actual m_0, α' and β' should be equal to the specified values, also T_t^* should be close to the specified value.

All procedures have two steps. The first step is to find c ; the second is to find the remaining parameters and to build the OC and ETT. The {a} and {b} procedures have the same specified parameters and constraints; the only difference is in Step 1.

The implementation of these procedures using a spreadsheet program and design examples are given in Annex F.

E.2.3 Design procedure {a}

Specified: m_0, α, β, D .

To be derived: T_t^* and c . Additional constraints should hold: the actual m_0 and D should be equal to the specified values. The ratio α'/β' should have the specified value α/β ; also α' and β' should be close to α and β accordingly.

Procedure:

Step {a1}

At this step, unknown parameters are found under the assumption that c can be a non-integer.

The variables T_t^* and c for specified parameters m_0, α, β, D are derived from the system of Formulae (E.7) and (E.8). One can solve this system, for example, by minimizing R_D (with the minimum of R_D being close to zero):

$$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2 \quad (\text{E.11})$$

where

α and β are nominal (target) values from Formula (E.10);

α' and β' are true values by Formulae (E.7) and (E.8).

Usually, c that satisfies the requirements (Formula (E.10)) is a non-integer and should be rounded to the nearest larger integer (see E.2.2, NOTE).

Step {a2}

For the integer c , the new values of T_t^* , α' and β' from the system of Formulae (E.7) and (E.8) are obtained for specified parameters c , m_0 , α/β , D . This system can be solved, for example, by minimizing R_R (with a minimum of R_R being close to zero):

$$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2 \quad (\text{E.12})$$

The resultant α' and β' will be smaller than the corresponding α and β , and D will be exactly equal to the given one.

The implementation of the design procedure {a} in the spreadsheet is given in Clause F.4.

E.2.4 Design procedure {b}

E.2.4 provides the alternative procedure for solving the problem from E.2.3.

Procedure:

Step {b1}

At this step, the initial approximated value of c is found.

Select the plan in Table 6 that is closest to the established requirements (Formula (E.10)). If in Formula (E.10) $\alpha \neq \beta$, then choose the plan of Table 6 on the condition that: α' and D of the plan is close to $(\alpha \cdot \beta)^{0.5}$ and D of Formula (E.10); c of this plan is taken as the initial approximation.

Step {b2}

Starting from value c found in step {b1}, run step {a2} (see Clause F.4) for several values of c , until a plan is found with α' and β' closest to Formula (E.10).

The implementation of the design procedure {b} in the spreadsheet is given in Clauses F.2 and F.3.

E.2.5 Design procedure {c}

Specified: m_0 , α , β , D .

To be derived: T_t^* and c . Additional constraints should hold: the actual m_0 , α' and β' should be equal to the specified values, and D should be close to the specified value.

Procedure:

Step {c1}

Execute Step {a1}.

Step {c2}

For the integer c found in step {a1}, the new values of T_t^* and D are determined from the system of Formulae (E.7) and (E.8) by minimizing R_D (with a minimum of R_D being close to zero).

The implementation of the design procedure {c} in the spreadsheet is given in Clause F.5.

E.2.6 Design procedure {d}

Specified: $m_0, \alpha, \beta, T_t^*$.

To be derived: D and c . Additional constraints should hold: the actual m_0, α', β' should be equal to the specified values, and T_t^* should be close to the specified value.

Procedure:

Step {d1}

The variables D and c for specified parameters $m_0, \alpha, \beta, T_t^*$ are derived from the system of Formulae (E.7) and (E.8). One can solve this system, for example, by minimizing R_D (with a minimum of R_D being close to zero).

The derived c should be rounded down. This will decrease T_t^* and increase D (see E.2.2, NOTE).

Step {d2}

For the integer c and specified m_0, α, β , the new values of T_t^* and D are derived by minimizing R_D .

The implementation of the design procedure {c} in the spreadsheet is given in Clause F.5.

E.3 Examples of FTFT design using test plans B

NOTE See Clause 7.

E.3.1 Example 1

Specified: One repairable piece of equipment with a target MTBF = $m_0 \geq 1\,500$ h has been field tested. The producer accepts $\alpha = 5\%$ risk to be rejected compliance, even if the target has been reached. The consumer accepts $\beta = 5\%$ risk to accept compliance, even if the true $m = 750$ h; thus $D = 1\,500/750 = 2$.

To be derived: Time/failure terminated test plan with accumulated test time for termination, T_t^* , and the acceptable number of failures during the test, c .

Procedure: Test plan B.2 (Table 6) states that $T_t^*/m_0 = 15,71$ and $c = 22$. The test time is thus

$$T_t^* = 15,71 m_0 = 15,71 \times 1\,500 \approx 23\,550 \text{ h} = 2,7 \text{ years}$$

during which 22 or less failures are acceptable for compliance.

Figure E.1 shows the ETT of test B.2, built based on five points given in Table 6, and calculated using Formula (E.9) for a wider range of values m . Formula (E.9) was implemented as Formula (F.1). It can be concluded that these five points describe well the behaviour of the ETT in the most interesting range of m .

Figure E.1 also shows the ETT of SPRT A.25 (Table 4), which can be applied under the conditions of this example. The OC of B.2 and A.25 are almost identical (see Figure E.2); hence Figure E.1 shows a significant advantage of A.25 over the ETT.

Figure E.2 shows the five points of the approximate values of the OC of B.2, given in Table 2. The OC of the B.2 curve, calculated using the exact Formula (E.6), is also shown there. Figure E.2 shows also that the points in Table 2 describe the OS well for both the SPRT and FTFT.

If the test time is considered too long, due to time scheduling, etc., the number of items being tested can be increased, or D or the risks or both increased. Combined test plans (see Annex B) should also be considered.

E.3.2 Example 2

Specified: The same data as in Clause A.3: $n = 500$, $\lambda_0 = 900 \times 10^{-9} \text{ h}^{-1}$ and $\alpha = \beta = 10 \%$ and $D = 3$.

To be derived: Time/failure terminated test plan with accumulated test time for termination, T_t^* , and the acceptable number of failures during the test, c .

Procedure: Test plan B.7 states that $T_t^* = 3,1$ and $c = 5$. According to 3.2.2, $m_0 = 1/\lambda_0$ and the test time is thus $T_t^* = \frac{3,1}{\lambda_0} = \frac{3,1}{900 \times 10^{-9}} = 3\,444 \times 10^3 \text{ h}$, and $t^* = \frac{T_t^*}{n} = 6\,889 \text{ h} = 0,8 \text{ years}$, during which five or less failures are acceptable for compliance.

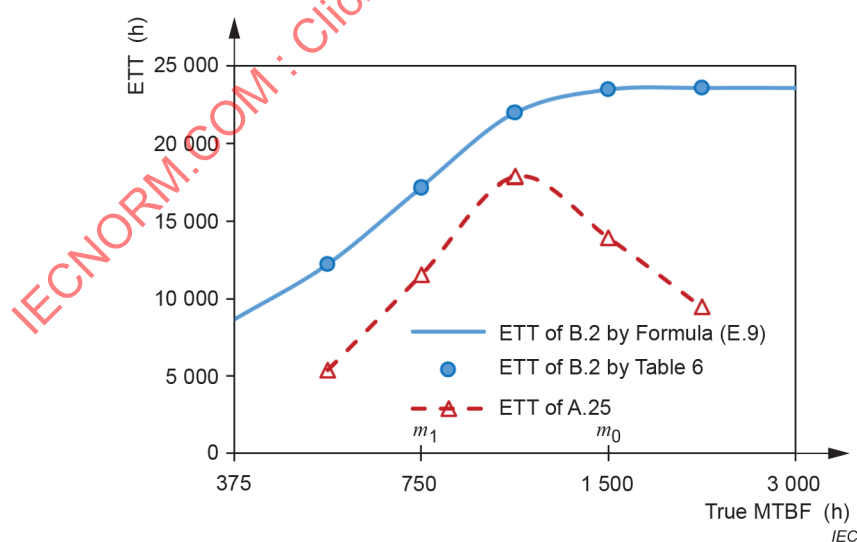


Figure E.1 – Example 1 – Expected accumulated test time to decision (ETT) of tests B.2 and A.25

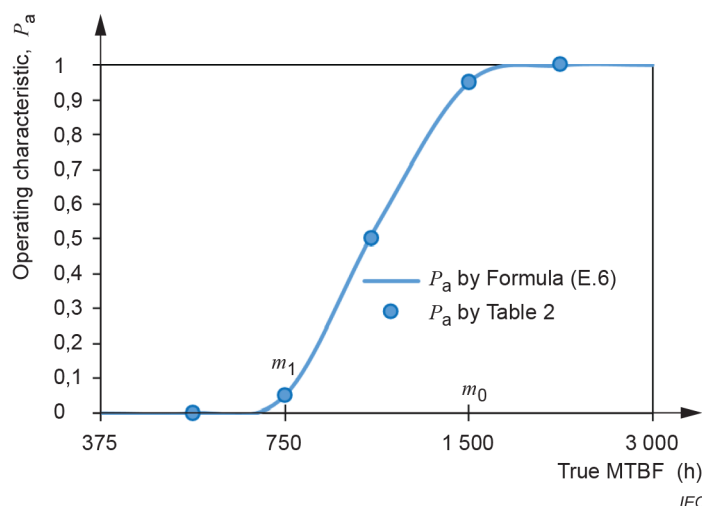


Figure E.2 – Example 1 – Operating characteristic of tests B.2 and A.25

E.4 Test OC approximation using formula for FTFT

It is possible to approximate the OC of SPRTs and combined test based on Formula (E.6) for FTFT. One of the purposes of these approximations is to obtain more OC points than given in Table 2. These approximations are based on CRP and PRP; they do not require knowledge of the test border lines and can be performed using a spreadsheet program (Clause F.8). For a type A SPRT (which is optimally truncated), this approximation is sufficiently accurate for practical purposes. For type C and D tests (maximally truncated) this approximation is very accurate. The approximations coincide with the true OC value for all tests at the CRP and PRP points.

Four parameters were set by the CRP and PRP:

$$m_0, \alpha, \beta, D \quad (\text{E.13})$$

In Formula (E.6) there are two unknown parameters: T_t^* and c . They can be derived from the system of Formulae (E.7) and (E.8).

NOTE The T_t^* and c parameters obtained above are virtual for the tests in consideration and are used only for the purposes of approximation.

The spreadsheet implementation of the approximation procedure is given in Clause F.8. An example of the OC approximation is also given in Clause F.8.

Annex F (informative)

Examples of FTFT design using a spreadsheet program

NOTE 1 See Clause 8 and Annex E.

NOTE 2 The spreadsheets in Table F.1 and in this Annex F have been prepared using Microsoft Excel. However, other spreadsheet providers are available.

F.1 General

Formulae (E.6) to (E.8) and (E.9) can be calculated using the CDF of the gamma distribution in the Excel spreadsheet:

$$P_a = 1 - \text{GAMMA.DIST}\left(\frac{T_t^*}{m_0}, c+1, \frac{m}{m_0}, \text{TRUE}\right) \quad (\text{F.1})$$

$$\alpha = \text{GAMMA.DIST}\left(\frac{T_t^*}{m_0}, c+1, 1, \text{TRUE}\right) \quad (\text{F.2})$$

$$\beta = 1 - \text{GAMMA.DIST}\left(\frac{T_t^*}{m_0}, c+1, \frac{1}{D}, \text{TRUE}\right) \quad (\text{F.3})$$

$$\frac{T_t^*}{m_0} = \frac{m \cdot (c+1)}{m_0} \text{GAMMA.DIST}\left(\frac{T_t^*}{m_0}, c+2, \frac{m}{m_0}, \text{TRUE}\right) + \frac{T_t^*}{m_0} \left[1 - \text{GAMMA.DIST}\left(\frac{T_t^*}{m_0}, c+1, \frac{m}{m_0}, \text{TRUE}\right) \right] \quad (\text{F.4})$$

NOTE 1 GAMMA.DIST(x,alpha,beta,TRUE) is a function in Microsoft Excel. The function arguments for Annex F are:

- x is the time at which the distribution is evaluated;
- alpha is the shape parameter;
- beta is the scale parameter;
- TRUE means that GAMMA.DIST returns the cumulative distribution function.

The purpose of the design is to determine T_t^* and c , based on m_0 , D and targets of α and β (nominal values).

The design by the procedure {b} (E.2.4) is given below. The procedure is explained in the example with the following specified data of the test:

$$m_0 = 1\,500 \text{ h}; \alpha = 0,05; \beta = 0,1; D = 3. \quad (\text{F.5})$$

NOTE 2 Hereinafter α and β are expressed in relative proportions, and not in percentile.

An example of calculating test plan parameters for data (Formula (F.5)) using a spreadsheet is given in Table F.1. Table F.2 lists the formulae embedded in the spreadsheet:

- row 2 of Table F.1 contains the specified data (Formula (F.5)) of the test;
- the parameters of the test border lines and associated α' , β' are calculated in rows 6:12;
- rows 15:30 calculate ETT and OC curves.

Table F.1 – Set-up of the spreadsheet with embedded formulae

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			m_0	α	β	D			
2		Specified:	1 500	0,05	0,1	3			
3									
4									
5									
6		c	7						
7		(T_t^*/m_0) is a required unknown variable	3,95						
8		$\alpha_{\text{shape}} = c + 1$	8						
9		$\beta_{\text{scale}} = m/m_0$	1	0,333 3					
10		α', β'	0,048 2	0,096 4					
11		$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	7,4E-23		0,002 7	$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2$			
12		$(T_t^*/m_0) \cdot m_0$	5 924	h					
13									
14		Expected accumulated test time to decision							
15		T_t^*/m_0					3,95		
16		$\alpha_{\text{shape}} = c + 1$					8		
17		$\alpha_{\text{shape}2} = c + 2$					9		
18		j by Figure 1		L	1	M	0	H	
19			m/m_0 $= D^{-2}$	m_L/m_0 $= D^{-1,5}$	m_1/m_0 $= D^{-1}$	m_M/m_0 $= D^{-0,5}$	m_0/m_0 $= D^0$	m_H/m_0 $= D^{0,5}$	m/m_0 $= D^1$
20		$\beta_{\text{scale}} = m/m_0$	0,111	0,192	0,333	0,577	1	1,732	3
21		$C = (c + 1) \cdot m/m_0$	0,89	1,54	2,67	4,62	8,00	13,86	24,00
22		TeReject	0,89	1,54	2,23	1,16	0,16	0,01	0,00
23		TeAccept	0,00	0,00	0,38	2,46	3,76	3,94	3,95
24		Te=TeReject+TeAccept is ETT/ m_0	0,89	1,54	2,61	3,61	3,92	3,95	3,95
25		$m = (m/m_0) \cdot m_0$ is true MTBF	167	288	500	866	1 500	2 598	4 500
26		ETT = Te $\cdot m_0$	1 333	2 309	3 910	5 422	5 877	5 922	5 924
27		Operating characteristics							
28		P_a	0,00	0,000 5	0,096 4	0,622 5	0,951 8	1,00	1,00
29		α'					0,048 2		
30		β'			0,096 4				

NOTE 1 This table is calculated for initial data from Formula (F.5).

NOTE 2 For this example numerical value of a test time is expressed in hours (h).

Table F.2 – Formulae embedded in the spreadsheet

C4		C23	=G\$15*(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;C20;TRUE))
D4		D23	=G\$15*(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;D20;TRUE))
C6		E23	=G\$15*(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;E20;TRUE))
C7		F23	=G\$15*(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;F20;TRUE))
C8	=C6+1	G23	=G\$15*(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;G20;TRUE))
C9	1	H23	=G\$15*(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;H20;TRUE))
D9	=1/F2	I23	=G\$15*(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;I20;TRUE))
C10	=GAMMA.DIST(C7;C8;C9;TRUE)	C24	=C22+C23
D10	=1-GAMMA.DIST(C7;C8;D9;TRUE)	D24	=D22+D23
C11	=(C10/D10-D2/E2)^2	E24	=E22+E23
E11	=((C10-D2)/D2)^2+((D10-E2)/E2)^2	F24	=F22+F23
C12	=C7*C2	G24	=G22+G23
G15	=C7	H24	=H22+H23
G16	=C8	I24	=I22+I23
G17	=G16+1	C25	=C20*\$C\$2
C20	=F2^2-2	D25	=D20*\$C\$2
D20	=F2^2-1,5	E25	=E20*\$C\$2
E20	=F2^2-1	F25	=F20*\$C\$2
F20	=F2^2-0,5	G25	=G20*\$C\$2
G20	1	H25	=H20*\$C\$2
H20	=F2^2-0,5	I25	=I20*\$C\$2
I20	=F2	C26	=C24*\$C\$2
C21	=G\$16*C20	D26	=D24*\$C\$2
D21	=G\$16*D20	E26	=E24*\$C\$2
E21	=G\$16*E20	F26	=F24*\$C\$2
F21	=G\$16*F20	G26	=G24*\$C\$2
G21	=G\$16*G20	H26	=H24*\$C\$2
H21	=G\$16*H20	I26	=I24*\$C\$2
I21	=G\$16*I20	C28	=(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;C20;TRUE))
C22	=C21*GAMMA.DIST(G\$15;G\$17;C20;TRUE)	D28	=(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;D20;TRUE))
D22	=D21*GAMMA.DIST(G\$15;G\$17;D20;TRUE)	E28	=(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;E20;TRUE))
E22	=E21*GAMMA.DIST(G\$15;G\$17;E20;TRUE)	F28	=(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;F20;TRUE))
F22	=F21*GAMMA.DIST(G\$15;G\$17;F20;TRUE)	G28	=(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;G20;TRUE))
G22	=G21*GAMMA.DIST(G\$15;G\$17;G20;TRUE)	H28	=(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;H20;TRUE))
H22	=H21*GAMMA.DIST(G\$15;G\$17;H20;TRUE)	I28	=(1-GAMMA.DIST(G\$15;G\$16;I20;TRUE))
I22	=I21*GAMMA.DIST(G\$15;G\$17;I20;TRUE)	G29	=1-G28
		E30	=E28

F.2 Finding the test border lines using optimization on the example of the design procedure {b}

NOTE See Clause 7.

The initial estimate of T_t^* and c can be based on the data in Table 6. Tests B.3 and B.7 (Table F.3) are closest to specification (Formula (F.5)). Assume $T_t^*/m_0 = 3,8$ and $c = 6$, and put them in cells C6:C7.

Table F.3 – Fragment from Table 6

Test plan No.	Characteristics of the plan		Test time for termination	Acceptable number of failures
	True risks		Discrimination ratio	
	α' %	β' %	D	T_t^*/m_0
				c
B.3	5,35	5,40	3	4,76
B.7	9,40	9,90	3	3,10
				5

The parameters of the test border lines and associated α' , β' are calculated in rows 6:12:

- in cell C8: embedded formula for calculation of the alpha_shape parameter for Formulae (F.2) and (F.3);
- in cells C9:D9: embedded formulae for the beta_scale parameter for Formulae (F.2) and (F.3);
- in cells C10:D10: embedded formulae for α' and β' by Formulae (F.2) and (F.3);
- in cell C11: embedded Formula (E.11) for R_R ;
- in cell C12: embedded formula for calculation of the accumulated test truncation time by cell C7.

After the values $T_t^*/m_0 = 3,8$ and $c = 6$ are inserted into cells C6:C7, the corresponding values of $\alpha' = 0,090\ 9$ and $\beta' = 0,063\ 6$ appear in the cells C10:D10. They are far from the specified values (Formula (F.5)). Therefore, for $c = 6$, T_t^*/m_0 is derived, which provides the specified ratio $\alpha'/\beta' = \alpha/\beta$. This ratio is achieved when the minimum R_R is reached.

To find the minimum R_R , a software program as for example the Microsoft Excel add-in Solver can be used. For using the Microsoft Excel Solver on the Data tab, in the Analyze group, click Solver. If the Solver command is not available, activate the Solver add-in. The path for this is: File tab>Options> Add-ins>Solver Add-in.

The Solver Parameters dialog box is shown in Figure F.1. To define and solve the problem under discussion, do the following:

- in the Set Objective box, enter cell C11;
- click the Min button;
- in the By Changing Variable Cells box enter cell C7;
- click Make Unconstrained Variables Non-Negative;
- click Solve;
- to keep the solution values on the worksheet, in the Solver Results dialog box, click Keep Solver Solution.

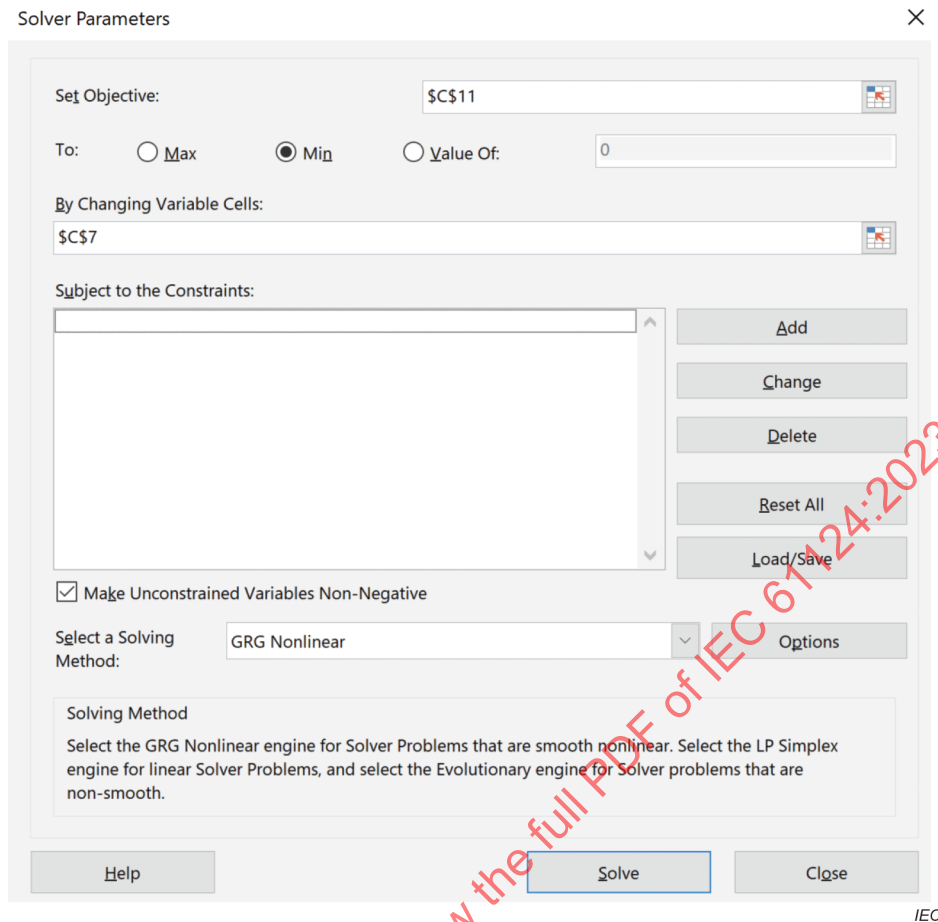


**Figure F.1 – Using Solver to find T_t^*/m_0 –
Accumulated test truncation time in terms of m_0**

After running Solver with $c = 6$, one gets: $\alpha' = 0,058\ 4$ and $\beta' = 0,116\ 8$. The values are close to the specified values (Formula (F.5)), but α' and β' are more than required. Therefore, in cell C6, enter $c = 7$ and run Solver again.

Received: $\alpha' = 0,048\ 2$ and $\beta' = 0,096\ 4$ while maintaining the requirements: $m_0 = 1\ 500\ \text{h}$, $D = 3$. This is the closest solution to the specified values ((Formula (F.5)) that the FTFT can provide. The border lines for the test plan (see cells C6 and C12) are: $T_t^* = 5\ 924\ \text{h}$ and $c + 1 = 8$.

F.3 ETT and OC curves

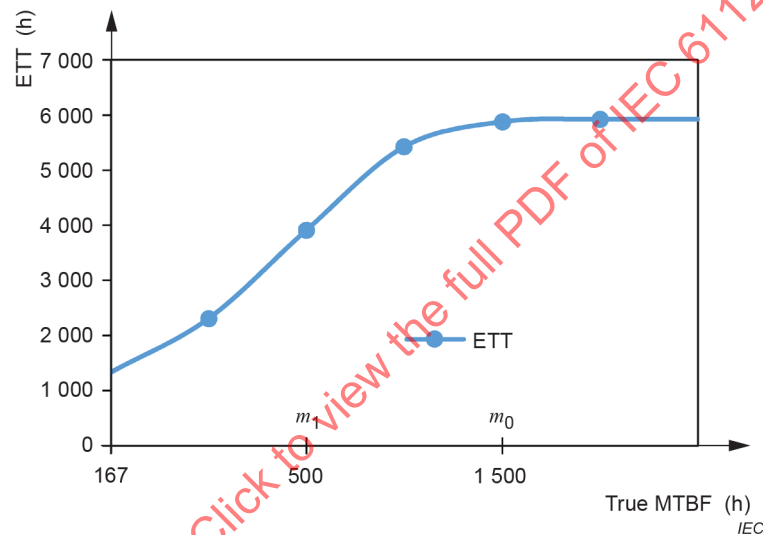
The ETT and OC curves are calculated using the spreadsheet (Table F.1 and Table F.2) as follows:

- in cells G15:G16 embedded values of T_t/m_0 and the alpha_shape parameter calculated in cells C7:C8;
- in cell G17 the calculated parameter $\text{alpha_shape2} = c + 2$ for calculating the first term in Formula (E.9) for the ETT;
- in rows 18:19 indexes and formulae are shown for calculation of five points m_j/m_0 ;
- in row 20 embedded formulae for the calculation of the parameter $\text{beta_scale} = m/m_0$, which also serves to calculate the abscissas of the ETT and OC curves;

- in row 21 the calculated coefficient for the first term in Formula (E.9);
- in row 22 the calculated first term in Formula (E.9);
- in row 23 the calculated second term in Formula (E.9);
- in row 24 the calculated ETT/m_0 as the sum of the first and second terms in Formula (E.9);
- in row 25 the calculated true value of m in natural units (the hour in the example) which serves as the abscissas of the ETT and OC curves;
- in row 26 the calculated ordinates of the ETT curve in natural units (the hour in the example);
- in row 28 the calculated ordinates of the OC curve;
- in cells G29 and E30 given α' and β' .

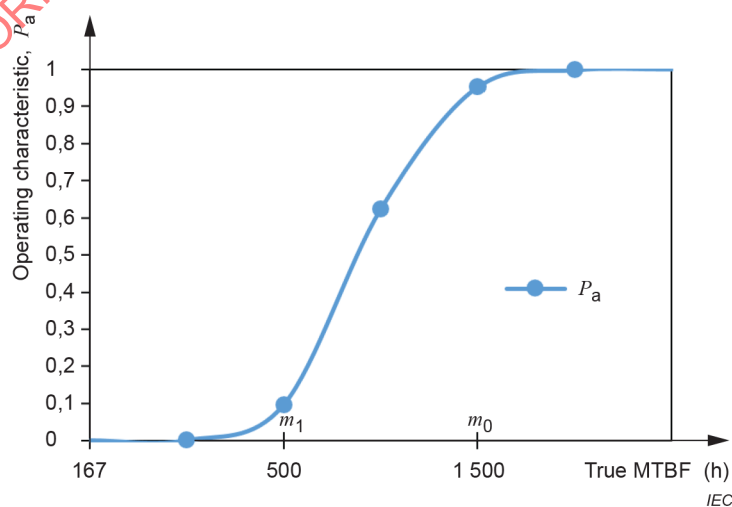
Figure F.2 shows the ETT curve plotted from data in rows 25 and 26.

Figure F.3 shows the OC curve plotted from data in rows 25 and 28.



NOTE The test plan data: $m_0 = 1\,500$ h; $\alpha' = 0,048\,2$; $\beta' = 0,096\,4$; $D = 3$; $c = 7$; $T_t^* = 5\,924$ h.

Figure F.2 – ETT plotted from the spreadsheet calculations



NOTE The test plan data as shown in Figure F.2.

Figure F.3 – OC curve plotted from the spreadsheet calculations

F.4 Example of FTFT design by procedure {a}

NOTE See Clause 7.

The implementation of the design procedure {a} for conditions given in Formula (F.6) is provided below. This is an alternative solution based on the design procedure {b}, given in Clauses F.1 to F.3.

Specified:

$$m_0 = 1\,500\text{ h}; \alpha = 0,05; \beta = 0,1; D = 3. \quad (\text{F.6})$$

To be derived: T_t^* and c . Additional constraints should hold: the actual m_0 and D should be equal to the specified values. The ratio α'/β' should have the specified value α/β ; also α' and β' should be close to α and β accordingly.

Procedure (see Clauses: E.2.3 and F.1 to F.3)

Step {a1}

For the solution, modify the spreadsheet-based solution given in Table F.1. The required modifications are (see Table F.4):

- Formula (E.11) of the variable R_D is entered in cell E11:

$$E11 = ((C10-D2)/D2)^2 + ((D10-E2)/E2)^2$$

- arbitrary positive numbers, for example, 2 and 2, are entered into cells C6, C7.

The state of the spreadsheet after making these changes is shown in Table F.4.

Table F.4 – Set-up 1 of the spreadsheet for example by procedure {a}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			m_0	α	β	D			
2		Specified:	1 500	0,05	0,1	3			
3									
4									
5									
6		c	2						
7		(T_t^*/m_0) is a required unknown variable	2,00						
8		$\alpha_shape = c + 1$	3						
9		$\beta_scale = m/m_0$	1	0,333 3					
10		α', β'	0,323 3	0,062 0					
11		$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	2,2E+01		30,027	$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2$			
12		$(T_t^*/m_0) \cdot m_0$	3 000	h					

The variables T_t^* and c for specified parameters m_0 , α , β , D are derived from the system of Formulae (E.7) and (E.8). One can solve this system, for example, by minimizing R_D (with the minimum of R_D being close to zero). To find the T_t^* and c corresponding to the minimum R_D use the add-in Solver (see Clause F.2 and Figure F.4).

Cell C6 contains $c = 6,804\ 8$ (Table F.5), which is now replaced with the nearest larger integer $c = 7$.

Solver Parameters

NOTE The entire set-up of the Solver Parameters dialog box is shown in Figure F.1.

Figure F.4 – Using Solver to find T_t^*/m_0 and c in Step {a1}

Table F.5 – Set-up 2 of the spreadsheet for example by procedure {a}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			m_0	α	β	D			
2		Specified:	1 500	0,05	0,1	3			
3									
4									
5									
6		c	6,805						
7		(T_t^*/m_0) is a required unknown variable	3,84						
8		alpha_shape = $c + 1$	7,805						
9		beta_scale = m/m_0	1	0,333 3					
10		α', β'	0,050 0	0,100 0					
11		$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	3,1E-18		8E-18	$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2$			
12		$(T_t^*/m_0) \cdot m_0$	5 765	h					

Step {a2}

For the integer c , the new values of T_t^* are derived by minimizing R_R (Formula (E.12)), with the minimum of R_D being close to zero. To find the solution the Solver is again used, but now in the Set Objective box a cell \$C\$11 (this is R_R) is entered, and in the By Changing Variable Cells box a cell \$C\$7 (this is T_t^*/m_0) is entered (Figure F.5).

Solver Parameters

Set Objective: \$C\$11

To: ☐ Max ☒ Min ☐ Value Of:

By Changing Variable Cells:

\$C\$7

IEC

NOTE The entire set-up of the Solver Parameters dialog box is shown in Figure F.1.

Figure F.5 – Using Solver to find T_t^*/m_0 in Step {a2}

Table F.6 – Set-up 3 (final solution) for example by procedure {a}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			m_0	α	β	D			
2		Specified:	1 500	0,05	0,1	3			
3									
4									
5									
6		c	7						
7		(T_t^*/m_0) is a required unknown variable	3,95						
8		alpha_shape = $c + 1$	8						
9		beta_scale = m/m_0	1	0,333 3					
10		α', β'	0,048 2	0,096 4					
11		$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	3,6E-19		0,002 7	$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2$			
12		$(T_t^*/m_0) \cdot m_0$	5 924	h					

NOTE The entire set-up of the spreadsheet for the design of a test plan is given in Table F.1 and Table F.2.

It was found (Table F.6) that $\alpha' = 0,048\ 2$ and $\beta' = 0,096\ 4$ while the requirements, $m_0 = 1\ 500\ h$, $D = 3$, are maintained. This is the closest solution to the specified values that the FTFT can provide. The border lines for this test plan are: $c + 1 = 8$ and $T_t^* = 5\ 924\ h$. This solution is the same as the one of design procedure {b} (Clause F.2). The OC and ETT of the test plan are given in Clauses F.2 and F.3.

F.5 Example of FTFT design by procedure {c}

NOTE See E.2.5.

Specified:

$$m_0 = 1\ 500\ h; \alpha = 0,05; \beta = 0,1; D = 3. \quad (F.7)$$

To be derived: T_t^* and c . Additional constraints should hold: the actual m_0 , α' and β' should be equal to the specified values, and D should be close to the specified value.

Procedure:

Step {c1}

Execute Step {a1}. Since the specified data (Formula (F.7)) is the same as in the example of Clause F.4, the results will be the same.

Step {c2}

For the integer $c = 7$ found in step {a1}, determine the new values of T_t^* and D from the system of Formulae (E.7) and (E.8) by minimizing R_D (with the minimum of R_D being close to zero). The state of the spreadsheet after setting $c = 7$ is shown in Table F.7. Solver is used for the solution, but now in the Set Objective box, enter a cell \$E\$11 (this is R_D), and in the By Changing Variable Cells box, enter cells \$C\$7, \$E\$3 (this is T_t^*/m_0 and D). The Solver Parameters dialog box is shown in Figure F.6.

Table F.7 – Set-up 2 for example by procedure {c}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			m_0	α	β	D			
2		Specified:	1 500	0,05	0,1	3			
3									
4									
5									
6		c	7						
7		(T_t^*/m_0) is a required unknown variable	3,84						
8		alpha_shape = $c + 1$	8						
9		beta_scale = m/m_0	1	0,333 3					
10		α', β'	0,042 4	0,112 1					
11		$R_R = ((\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	1,5E-02		0,038 1	$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2$			
12		$(T_t^*/m_0) \cdot m_0$	5 765	h					

Solver Parameters

Set Objective:

To: ☐ Max ☒ Min ☐ Value Of

By Changing Variable Cells:

IEC

NOTE The entire set-up of the Solver Parameters dialog box is shown in Figure F.1.

Figure F.6 – Using Solver to find T_t^*/m_0 in Step {c2}

For $c = 7$ (Table F.8), it was found that $T_t^* = 5\,971$ h, $D = 2,957$ while the requirement, $m_0 = 1\,500$ h, $\alpha' = 0,050\,0$ and $\beta' = 0,100\,0$ were maintained. This is the closest solution to specified values that the FTFT can provide. The border lines of the test plan are: $c + 1 = 8$ and $T_t^* = 5\,971$ h.

The set-up of the spreadsheet for the calculation of the OC and ETT of a test plan is given in rows 14 to 30 of Table F.1 and in Table F.2. Examples of the OC and ETT graphs are shown in Figure F.2 and Figure F.3.

Table F.8 – Set-up 3 (final solution) for example by procedure {c}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			m_0	α	β	D			
2		Specified:	1 500	0,05	0,1	2,956 9			
3									
4									
5									
6		c	7						
7		(T_t^*/m_0) is a required unknown variable	3,98						
8		alpha shape = $c + 1$	8						
9		beta scale = m/m_0	1	0,333 3					
10		α', β'	0,005 0	0,100 0					
11		$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	1,8E-19		4E-19	$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2$			
12		$(T_t^*/m_0) \cdot m_0$	5 971 h						

NOTE The entire set-up of the spreadsheet for the design of a test plan is given in Table F.1 and Table F.2.

F.6 Example of FTFT design by procedure {d}

NOTE See E.2.6.

Specified:

$$m_0 = 1\,500\text{ h}; \alpha = 0,1; \beta = 0,1; T_t^*/m_0 = 2,5. \quad (\text{F.8})$$

To be derived: D and c . Additional constraints should hold: the actual m_0 , α' , β' should be equal to the specified values, and T_t^*/m_0 should be close to the specified values.

Procedure:

Step {d1}

The solution using the spreadsheet is shown in Table F.4, after the following changes (Table F.9) were made:

- data from Formula (F.8) are inserted into cells C2, D2, E2 and F7;
- arbitrary positive numbers, for example, 2 and 2, are inserted into cells C6, F2;
- part of the text was deleted in cell B7.

Table F.9 – Set-up 1 of the spreadsheet for example by procedure {d}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			m_0	α	β	D			
2		Specified:	1 500	0,1	0,1	2			
3									
4									
5									
6		c	2						
7		(T_t^*/m_0)	2,50						
8		alpha_shape = $c + 1$	3						
9		beta_scale = m/m_0	1	0,5					
10		α', β'	0,456 2	0,124 7					
11		$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	7,1E+00		12,748	$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2$			
12		$(T_t^*/m_0) - m_0$	3 750	h					

The variables D and c for specified parameters m_0 , α , β , T_t^* are derived from the system of Formulae (E.7) and (E.8). One can solve this system by minimizing R_D (with the minimum of R_D being close to zero). To find D and c corresponding to the minimum R_D , apply the add-in program Solver (see Clause F.2 and Figure F.7).

Solver Parameters

Set Objective:

To: ☐ Max ☒ Min ☐ Value of

By Changing Variable Cells:

IEC

NOTE The entire set-up of the Solver Parameters dialog box is shown in Figure F.1.

Figure F.7 – Using Solver to find D and c in Step {d1}

The round down of the obtained $c = 4,095$ to 4 (Table F.10) leads to a decrease in T_t^* and an increase in D .

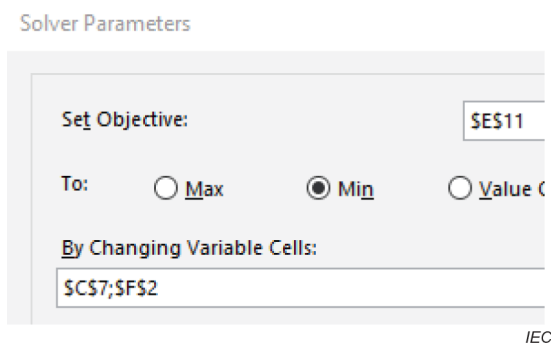
Table F.10 – Set-up 2 of the spreadsheet for example by procedure {d}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			m_0	α	β	D			
2		Specified:	1 500	0,1	0,1	3,246 8			
3									
4									
5									
6		c	4,095						
7		(T_t^*/m_0)	2,50						
8		$\alpha_{\text{shape}} = c + 1$	5,095						
9		$\beta_{\text{scale}} = m/m_0$	1	0,308					
10		α', β'	0,100 0	0,100 0					
11		$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	1,6E-14		1,0E-14	$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2$			
12		$(T_t^*/m_0) \cdot m_0$	3 750	h					

Step {d2}

For the found integer $c = 4$, the new values of T_t^* and D are derived by minimizing R_D (Formula (E.11)), with the minimum of R_D being close to zero. To find the solution, apply add-in Solver (Figure F.8), with changes in the By Changing Variable Cells box, by entering $\$C\$7$ (this is T_t^*/m_0) and $\$F\$2$ (this is D).

For $c = 4$ (Table F.11), it was found that $D = 3,286$ while the requirements, $m_0 = 1\,500$ h, $\alpha' = 0,100\,0$, $\beta' = 0,100\,0$, $T_t^*/m_0 = 2,43$, were maintained. This is the closest solution to specified values (Formula (F.8)), that the FTFT can provide. The border lines of the test plan are: $c + 1 = 5$ and $T_t^* = 3\,649$ h.



NOTE The entire set-up of the Solver Parameters dialog box is shown in Figure F.1.

Figure F.8 – Using Solver to find D and T_t^* in Step {d2}

The set-up of the spreadsheet for the calculation of the OC and ETT of a test plan is given in rows 14 to 30 of Table F.1 and in Table F.2. Examples of OC and ETT graphs are shown in Figure F.2 and Figure F.3.

Table F.11 – Set-up 3 (final solution) for example by procedure {d}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			m_0	α	β	D			
2		Specified:	1 500	0,1	0,1	3,286			
3									
4									
5									
6		c	4						
7		(T_t^*/m_0)	2,43						
8		$\alpha_{\text{shape}} = c + 1$	5						
9		$\beta_{\text{scale}} = m/m_0$	1	0,304 3					
10		α', β'	0,100 0	0,100 0					
11		$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	4,4E-15		3,0E-15	$R_D = ((\alpha' - \alpha)/\alpha)^2 + ((\beta' - \beta)/\beta)^2$			
12		$(T_t^*/m_0) \cdot m_0$	3 649	h					

NOTE The entire set-up of the spreadsheet for the design of a test plan is given in Table F.1 and Table F.2.

F.7 Example of a test with replacement of failed items

For conditions of the example given in Clause F.6, the number of items or test time shall be determined:

- for a specified test time $t^* = 168$ h follows $n = \frac{T_t^*}{t^*} = \frac{3649}{168} \approx 22$ components;
- for a specified number of components $n = 25$ follows $t^* = \frac{T_t^*}{n} = \frac{3649}{25} \approx 146$ h.

F.8 Evaluation of an approximate OC for non-FTFT plans using a spreadsheet

NOTE See Clause E.4.

Formulae (E.6) to (E.8) can be presented in the Excel spreadsheet in the form of Formulae (F.1) to (F.3).

In Formulae (F.1) to (F.3), two unknown parameters, T_t^* and c , are virtual for the tests in consideration and serve only for approximation purposes. The parameters can be derived from the system of Formulae (F.2) and (F.3) based on the given parameters m_0 , α , β and D .

The procedure of the OC evaluation is explained in the example with the following specified test data (see example in Clause D.3):

$$m_0 = 1\,000\text{ h}; \alpha = 0,147; \beta = 0,074; D = 2. \quad (\text{F.9})$$

The following set-up of the spreadsheet with embedded formulae is given in Table F.12.

- Row 2 contains the specified test data (Formula (F.9)).
- Cells B4:B5 contain the values T_t^*/m_0 and c . Initially the cells are set to arbitrary positive numbers, for example, 2 and 2 (see Table F.13). Next, the results of the search for the roots of the system of Formulae (F.2) and (F.3) will be placed here.
- In cell B6 there is an embedded formula for the calculation of the alpha_shape parameter ($\alpha_F = c + 1$) of the gamma distribution in Formulae (F.2) and (F.3).
- In cell B7 there is an embedded value of the beta_shape parameter ($\beta_F = 1$) of the gamma distribution in Formula (F.2).
- In cell C7 there is an embedded formula for the calculation of the beta_shape parameter ($\beta_F = 1/D$) of the gamma distribution in Formula (F.3).
- Cells B8:C8 contain Formulae (F.2) and (F.3) for true values of risks: α' and β' .
- Cell B9 contains Formula (E.11) of the optimization parameter R_D .
- Cells A15:A27 contain indexes i of OC points.
- Cells B15:B27 contain $m/m_0 = D^{(i-9)/4}$.
- Cells C15:C27 contain Formula (F.1) for P_a , i.e., the OC.

Table F.13 presents Set-up 1 of the spreadsheet. Here, cells B4:B5 contain initial values; therefore, the true values of the risks (α' and β') in cells B8:C8 are far from targets in cells C2:D2, and the optimization parameter R_D in cell B9 has a large value.

The variables T_t^*/m_0 and c , which provide the specified data (Formula (F.9)), are derived from the system of Formulae (F.2) and (F.3). One can solve this system, for example, by minimizing R_D (see Formula (E.11) embedded in cell B9). To find the T_t^*/m_0 and c corresponding to the minimum R_D (with the minimum of R_D being close to zero), one can use the Microsoft Excel add-in Solver (see Clause F.2 and Figure F.9).

Table F.14 shows Set-up 2 of the spreadsheet after running the Solver. The values found of T_t^*/m_0 and c resulted in R_D close to zero and, correspondingly, ($\alpha' = \alpha$) and ($\beta' = \beta$).

According to the data in the region B15:C27 of Table F.14, Figure F.10 shows the OC curve (designated as "OC approximated by FTFT"). In Figure F.10, there are two more curves from Figure D.1: "OC approximated by Wald" and "True OC".

Comparison of the curves leads to the following conclusions.

- All the curves pass exactly through the CRP and PRP.
- All the curves practically coincide.
- When viewed at high magnification, it is clear that "True OC" is between the approximating curves, closer to "OC approximated by FTFT" [5].

Table F.12 – Set-up of the spreadsheet with embedded formulae from Clause F.8

	A	B	C	D	E
1		m_0, h	α	β	D
2	Specified:	1 000	0,147	0,074	2
3					
4	c	2			
5	(T_1^*/m_0) is a required unknown variable	2	=E2/(1-D2)		
6	alpha_shape = $c+1$	=B4+1			
7	beta_scale = m/m_0	1	=1/E2		
8	α', β'	=GAMMA.DIST(B5,B6,B7,TRUE)	=1-GAMMA.DIST(B5,B6,C7,TRUE)		
9	$R_D = ((\alpha'-\alpha)/\alpha)^2 + ((\beta'-\beta)/\beta)^2$	=((B8-C2)/C2)^2+((C8-D2)/D2)^2			
10					
11					
12	Operating characteristic				
13		beta_scale			
14	i is a point number	$m/m_0 = D^{(i-9)/4}$	P_a		
15	1	=\$E\$2^((A15-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B15,TRUE))		
16	2	=\$E\$2^((A16-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B16,TRUE))		
17	3	=\$E\$2^((A17-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B17,TRUE))		
18	4	=\$E\$2^((A18-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B18,TRUE))		
19	5	=\$E\$2^((A19-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B19,TRUE))		
20	6	=\$E\$2^((A20-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B20,TRUE))		
21	7	=\$E\$2^((A21-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B21,TRUE))		
22	8	=\$E\$2^((A22-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B22,TRUE))		
23	9	=\$E\$2^((A23-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B23,TRUE))		
24	10	=\$E\$2^((A24-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B24,TRUE))		
25	11	=\$E\$2^((A25-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B25,TRUE))		
26	12	=\$E\$2^((A26-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B26,TRUE))		
27	13	=\$E\$2^((A27-9)/4)	=(1-GAMMA.DIST(\$B\$5,\$B\$6,B27,TRUE))		

Table F.13 – Set-up 1 of the spreadsheet from Clause F.8

	A	B	C	D	E
1		m_0	α	β	D
2	Specified:	1 000	0,147	0,074	2
	c	2,000			
5	(T_t^*/m_0) is a required unknown variable	2,000			
6	alpha_shape = $c + 1$	3,000			
7	beta_scale = m/m_0	1	0,5		
8	α', β'	0,323 3	0,238 1		
9	$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	6,36			

Solver Parameters

Set Objective:

To: ☐ Max ☒ Min ☐ Value of

By Changing Variable Cells:

IEC

NOTE The entire set-up of the Solver Parameters dialog box is shown in Figure F.1.

Figure F.9 – Using Solver to find c and T_t^*/m_0 from Clause F.8

Table F.14 – Set-up 2 of the spreadsheet for example from Clause F.8

	A	B	C	D	E
1		m_0	α	β	D
2	Specified:	1 000	0,147	0,074	2
3					
4	c	11,856			
5	(T_1^*/m_0) is a required unknown variable	9,175			
6	$\alpha_{\text{shape}} = c + 1$	12,856			
7	$\beta_{\text{scale}} = m/m_0$	1	0,5		
8	α', β'	0,147 0	0,074 0		
9	$R_R = (\alpha'/\beta' - \alpha/\beta)^2$	3,4E-07			
10					
11					
12	Operating characteristics				
13		β_{scale}			
14	i is point number	$m/m_0 = D^{(i-9)/4}$	P_a		
15	1	0,250	0,000		
16	2	0,297	0,000		
17	3	0,354	0,002		
18	4	0,420	0,015		
19	5	0,500	0,074		
20	6	0,595	0,222		
21	7	0,707	0,450		
22	8	0,841	0,684		
23	9	1	0,853		
24	10	1,189	0,944		
25	11	1,414	0,982		
26	12	1,682	0,995		
27	13	2,000	0,999		

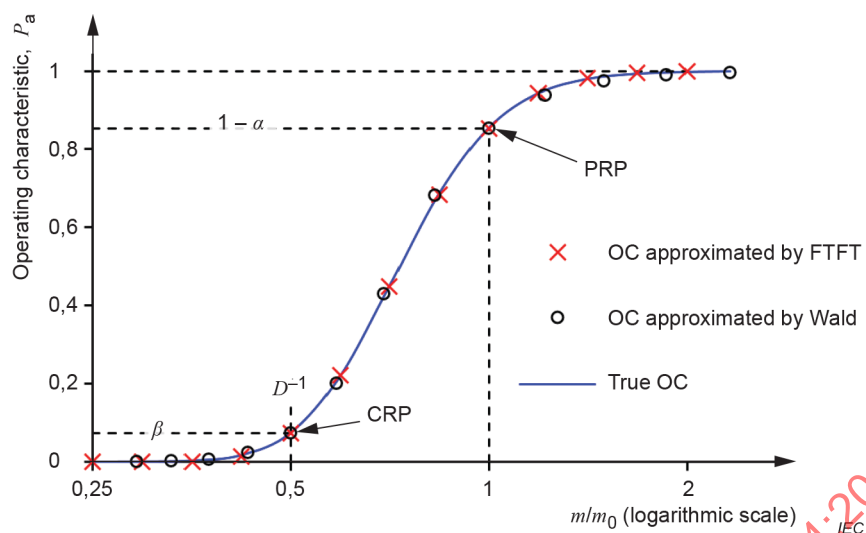


Figure F.10 – OC approximated by formula for FTFT (example from Clause F.8)

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61124:2023

Annex G (informative)

Examples and mathematical references for the calendar time terminated test plans

NOTE 1 See Clause 9.

NOTE 2 This Annex G uses the symbols listed in 3.2.2.

G.1 Examples

G.1.1 Example 1

Specified: A non-repaired item has a mean operating time to failure $m_0 = 2\,000$ h, corresponding to a failure rate $\lambda_0 = 1/m_0 = 500 \times 10^{-6} \text{ h}^{-1} = 4,4$ failures per year.

A number of items, n , is placed on a fixed calendar time test for $t_{\text{cal},t}^*$ about 500 h (3 weeks). The producer and the customer accept $\alpha = \beta = 5\%$ and $D = 2$.

To be derived: p_0 , n , c and final test time $t_{\text{cal},t}^*$.

Procedure: According to 9.4, $p_0 = 1 - \exp\left(\frac{-t_{\text{cal},t}^*}{m_0}\right) = 1 - \exp\left(\frac{-500}{2\,000}\right) = 0,221$. This value is not indicated in IEC 61123:2019, so $t_{\text{cal},t}^*$ shall be adjusted. This is done using Formula (5) given in 9.4.1 with $p_0 = 0,20$: $t_{\text{cal},t}^* = -m_0 \ln(1 - p_0) = 446$ h.

In IEC 61123:2019, Table 5, the following test plan is found for $q_0 = 0,80$ or $p_0 = 0,2$; $\alpha = \beta = 5\%$; $D = 2$:

$$n = 60 \text{ with } c = 17$$

The final fixed calendar test time $t_{\text{cal},t}^* = 446$ h is close to the specified 500 h.

G.1.2 Example 2

Specified: The same data as in Example 1, except that the maximum available number of items is $n = 210$, and the test time is to be determined.

To be derived: p_0 , final n , c and $t_{\text{cal},t}^*$.

Procedure: In IEC 61123:2019, Table 5, the following test plan is found for $\alpha = \beta = 5\%$; $D = 2$ and n less than and close to the specified 210:

$$n = 203 \text{ with } c = 20 \text{ and } q_0 = 0,93 \text{ corresponding to } p_0 = 1 - q_0 = 0,07.$$

Using Formula (5) given in 9.4.1, the fixed calendar test time is determined as follows:

$$t_{\text{cal},t}^* = -m_0 \ln(1 - p_0) = -2\,000 \ln(0,93) = 145 \text{ h}$$

G.2 Mathematical background

Formula (4) given in 9.4.1 corresponds to the reliability $R(t) = 1 - p_0 = \exp\left(\frac{-t}{m_0}\right)$ or exponentially distributed time to failure and the distribution mean equal to m_0 . In cases where $t = t_{\text{cal},t}^*$ is the calendar time, then $R(t_{\text{cal},t}^*) = 1 - p_0 = \exp\left(\frac{-t_{\text{cal},t}^*}{m_0}\right)$. In cases where the number of failing items is small compared to the number of items under test, such as $r/n < 0,1$, the procedure in Clause 8 can be used.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61124:2023

Annex H (informative)

Derivation and mathematical reference for the optimized test plans of GOST R 27 402 [12]

H.1 Symbols

NOTE The terminology in Annex H is different from the terminology listed in 3.2.2.

A	operating parameter
α_k	number of the minimal interior point in the k -section
B	operating parameter
b_k	number of the maximal interior point in the k -section
D	discrimination ratio
i	summation index in the k -section
j	number of the horizontal section (for the acceptable boundary points), $j = 0, 1, \dots, R-1$
k	number of the vertical section, $k = 1, 2, \dots, s$
l or l	number of the horizontal section (for the interior points)
m	summation index in the $(k + 1)$ -section
P_a	probability of acceptance (OC-curve)
P_j	probability of passing through a point on the acceptable boundary
$Q_i^{(k)}$	probability of an output of F-lines among the rejection boundary from all interior points of the plan
q_i	probability of passing through an inner point
$q_l^{(k)}$	probabilities of F-lines passage through all acceptable boundary points
R	maximum (reject) number of failures (operating parameter)
s	summation variable
T	the unknown MTTF or MTBF
T_i	abscissa for vertical lines passing cross points of acceptable boundaries with horizontal lines
$T_{\max}$	maximum test time (operating parameter)
T_β	the specified unacceptable (reject) value of T
T_α	the specified acceptable value of T
T_e^*	mean (expected) test time to acceptance or reject decision
$T_e^*(+)$	mean (expected) test time to acceptance decision
T_k	test time to the k -section
t_1, t_k, t_s	abscissa for vertical lines passing cross points of acceptable and reject boundaries with horizontal lines
α	nominal producer's risk (type 1 risk)
α_1	true producer's risk
β	nominal consumer's risk (type 2 risk)

β_1	true consumer's risk
λ	the unknown failure rate
$\tilde{\Delta}_{k+1,i}$	mean (expected) test time from i horizontal line of k -section to reject boundary during test time interval $\Delta_{k+1,i}$
Δ_k	k th test time interval, $\Delta_k = t_k - t_{k-1}$
$\tau_0, \tau_j, \tau_{R-1}$	abscissa for vertical lines passing cross points of acceptable and horizontal lines (test time to acceptance decision with j failures)

H.2 Test plan types and terminology

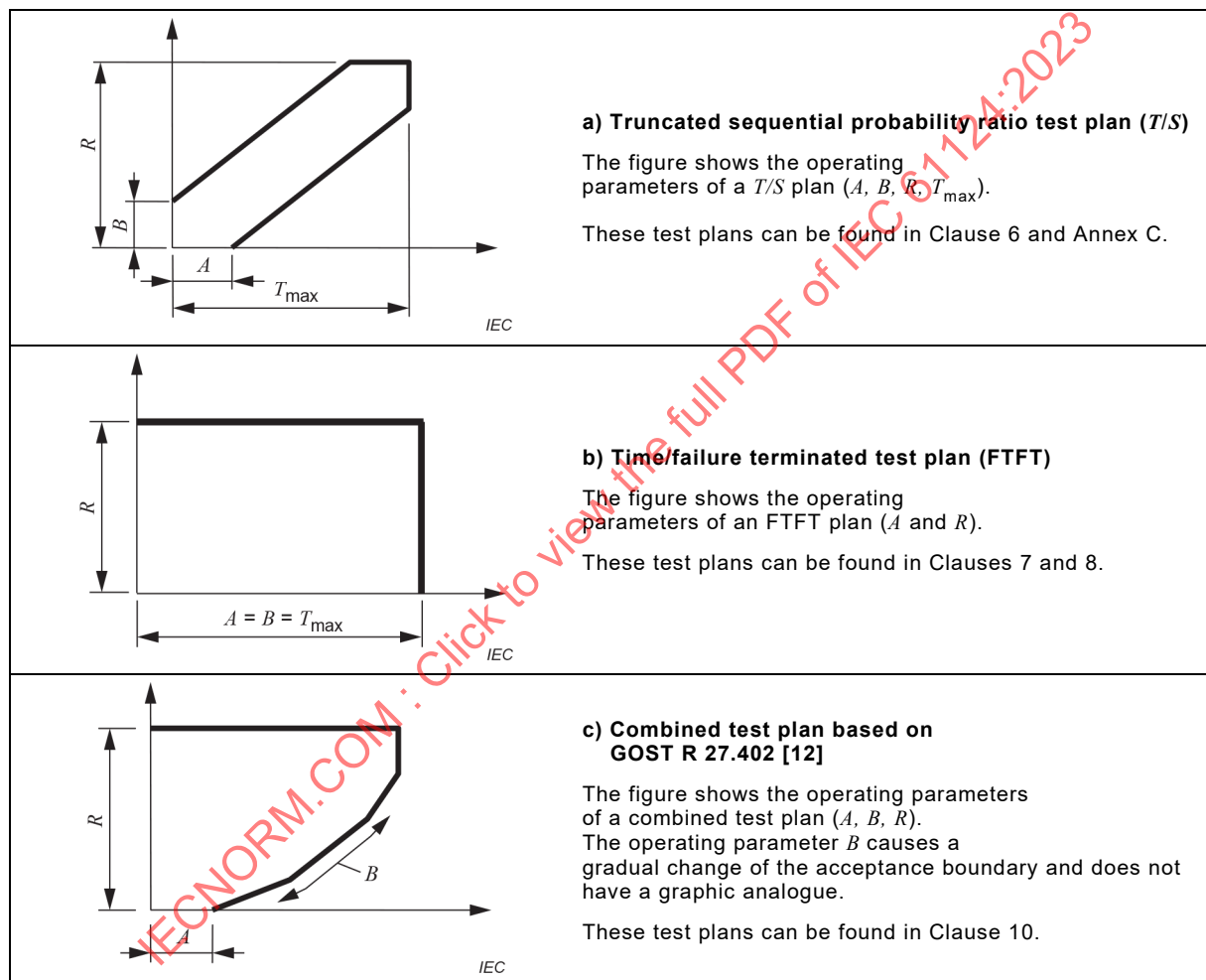


Figure H.1 – Test plan types and terminology

H.3 Introductory remarks

In all these plans (Figure H.1), the operating characteristic is:

$$P_a = \sum_{j=0}^{R-1} p_j \quad (\text{H.1})$$

and the risks are:

$$\alpha = 1 - P_a(T_\alpha) = 1 - \sum_{j=0}^{R-1} p_j(T_\alpha) \quad (\text{H.2})$$

and

$$\beta = P_a(T_\beta) = \sum_{j=0}^{R-1} p_j(T_\beta) \quad (\text{H.3})$$

Values of the mean test time to acceptance decision $T_e^*(+)$ in the points T (for example $T = T_\alpha$ and $T = T_\beta$) are computed using the following:

$$T_e^*(+) = \frac{\sum_{j=0}^{R-1} \tau_j p_j}{\sum_{j=0}^{R-1} p_j} \quad (\text{H.4})$$

Values of mean test time T_e^* in the points T (for example $T = T_\alpha$ and $T = T_\beta$) are computed using the following formula:

$$T_e^* = \sum_{j=0}^{R-1} p_j \tau_j + \sum_{k=1}^{s-1} \sum_{i=a_k}^{b_k} q_i^{(k)} Q_i^{(k)} \left\{ t_k + \underbrace{\frac{b_{k+1}-i+1}{\lambda Q_i^{(k)}} \left[1 - e^{-\lambda \Delta_{k+1}} \sum_{m=0}^{b_{k+1}-i+1} (\lambda \Delta_{k+1})^m / m! \right]}_{\tilde{\Delta}_{k+1,i}} \right\} \quad (\text{H.5})$$

where

$$Q_i^{(k)} = 1 - e^{-\lambda \Delta_{k+1}} \sum_{m=0}^{b_{k+1}-i} \frac{(\lambda \Delta_{k+1})^m}{m!}$$

H.4 Procedure used for developing the optimized test plans

Type C SPRT plans in Table 5 (6.6) and type D test plans (Clause 6 and Annex B) are based on GOST R 27.402 [12] where more of these test plan types can be found.

The test plans were developed using the following iterative procedure.

Step 1 (Preamble and preparation)

The characteristics of a common form of the plan with the free arbitrary accept and reject boundaries, maximum reject failures R and maximum test time $T_{\max}$ shall be calculated (Figure H.2).

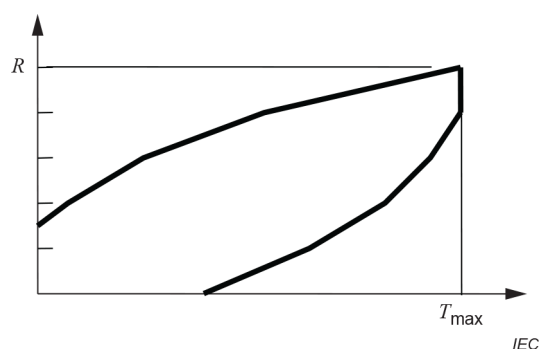


Figure H.2 – Principle of test plans

- a) Vertical lines passing through cross points of acceptable and reject boundaries with horizontal lines are t (Figure H.3). Vertical lines passing through cross points of acceptable boundaries with horizontal lines are τ .

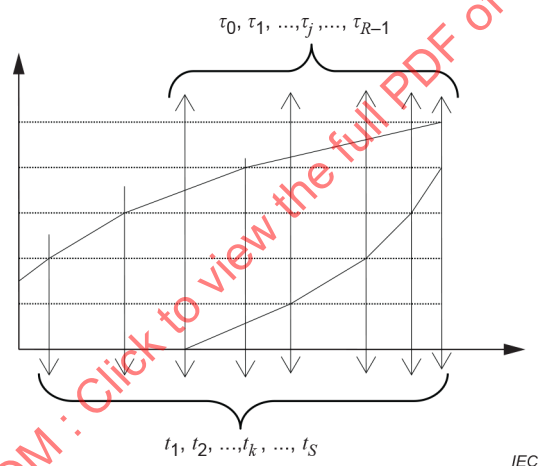


Figure H.3 – Partitioning of the test plan graph

- b) Vertical and horizontal lines intersect at white points in the continue testing region. The points where accept boundary and horizontal lines intersect are black. To calculate test plan characteristics it is sufficient to examine only the black points. All the possible failure realization lines (F-lines) between two points of adjacent sections are shown by one arrow as illustrated in Figure H.4.

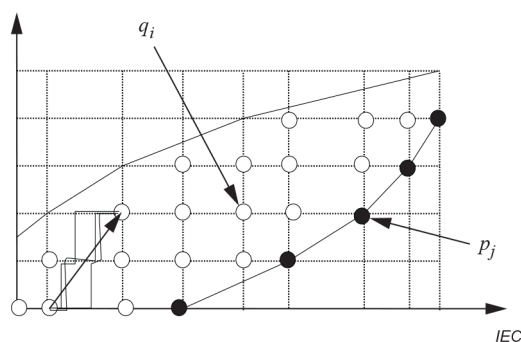


Figure H.4 – Interior nodes and border nodes

- c) Arrows show all the possible transitions of F-lines at interior points to the accept boundary (see Figure H.5).

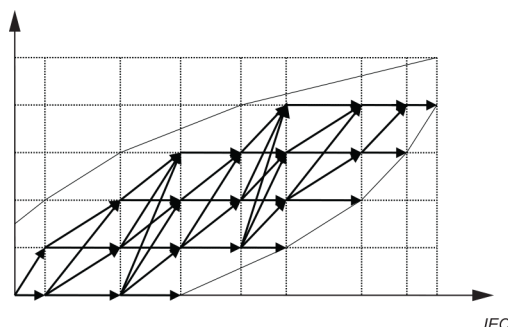


Figure H.5 – Paths to the accept line

- d) Arrows show all the possible transitions of F-lines at interior points to the reject boundary (see Figure H.6).

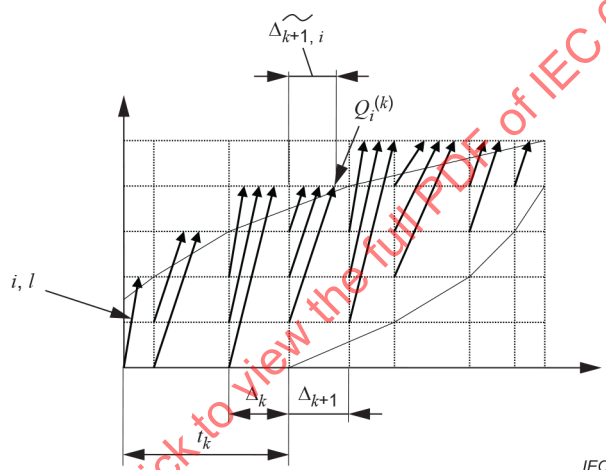


Figure H.6 – Paths to the reject line

Step 2

Choose the necessary values of the initial data: D , α and β .

Step 3

Choose the type of plan, for example truncated sequential probability ratio test plan (see Figure H.1).

Step 4

Determine the starting values of operating parameters A , B , R , $T_{\max}$ for the first plan. The starting values A and B are calculated with the help of the Abraham Wald Formula [1] or can be taken from the data of type A SPRT plans (see Table A.1 and Annex C). The starting values R and $T_{\max}$ are calculated the same way as for the FTFT plan (Type B test plans, see Clause 7, Clause 8, Annex E and Annex F). This is used as a starting point for developing type C and type D test plans.

Step 5

Calculate:

- a) probabilities of F-lines passage through all internal (q) points of the plan using Formula (H.6):

$$q_l^{(k)} = e^{-\lambda \Delta_k} \sum_{i=a_{k-1}}^{\min(l, b_{k-1})} q_i^{(k-1)} \frac{(\lambda \Delta_k)^{l-i}}{(l-i)!} \quad (\text{H.6})$$

and probabilities of F-lines passage through all acceptable boundary (p) points of the plan using Formula (H.7):

$$p_j \equiv q_{l=a_{k-1}}^{(k)} = q_{a_{k-1}}^{(k-1)} e^{-\lambda \Delta_k} \quad (\text{H.7})$$

Formula (H.7) is a special case of Formula (H.6) at $i = l$.

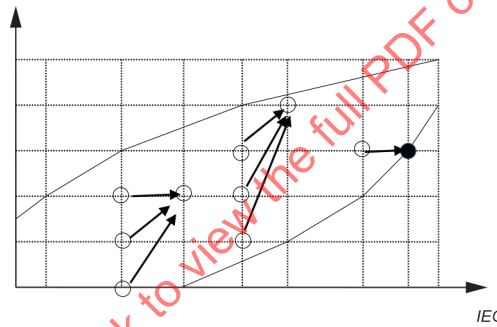


Figure H.7 – Probabilities of paths transfer between nodes

The probabilities q , p and $Q_i^{(k)}$; $\tilde{\Delta}_{k+1,i}$, T_e^* , $T_e^*(+)$ are the functions of the unknown value T .

Formulae (H.6) and (H.7) are recurrent (identical to all points of the plan). Calculations under those formulae are carried out for each point consistently on vertical sections and from below upward (it is possible from the top downward, but it is less convenient).

- b) values of the operating characteristic P_a including true risks alpha and beta are computed using Formula (H.8):

$$P_a = \sum_{j=0}^{R-1} p_j \quad (\text{H.8})$$

Particularly

$$\alpha = 1 - P_a(T_\alpha) = 1 - \sum_{j=0}^{R-1} p_j(T_\alpha) \quad (\text{H.9})$$

$$\beta = P_a(T_\beta) = \sum_{j=0}^{R-1} p_j(T_\beta) \quad (\text{H.10})$$

- c) values of the mean test time to acceptance decision $T_e^*(+)$ in the points T (for example $T = T_\alpha$ and $T = T_\beta$) are computed using Formula (H.11):

$$T_e^*(+) = \frac{\sum_{j=0}^{R-1} \tau_j p_j}{\sum_{j=1}^{R-1} p_j} \quad (\text{H.11})$$

- d) values of mean test time T_e^* in the points T (for example $T = T_\alpha$ and $T = T_\beta$) are computed using Formula (H.12):

$$T_e^* = \sum_{j=0}^{R-1} p_j \tau_j + \sum_{k=1}^{s-1} \sum_{i=\alpha_k}^{b_k} q_i^{(k)} Q_i^{(k)} \left\{ t_k + \frac{b_{k+1}-i+1}{\lambda Q_i^{(k)}} \left[1 - e^{-\lambda \Delta_{k+1}} \sum_{m=0}^{b_{k+1}-i+1} (\lambda \Delta_{k+1})^m / m! \right] \right\} \quad (\text{H.12})$$

where

$$Q_i^{(k)} = 1 - e^{-\lambda \Delta_{k+1}} \sum_{m=0}^{b_{k+1}-i} \frac{(\lambda \Delta_{k+1})^m}{m!}$$

The starting parameter values under $k = 0$ are: $t_0 = 0$, $q_0^{(0)} = 1$, $q_i^{(0)} = 0$.

The probabilities $Q_i^{(k)}$ of an output of F-lines along the rejection boundary from all internal points of the plan and corresponding mean test times $\tilde{\Delta}_{k+1,i}$ in interval Δ_{k+1} are shown in Figure H.6.

The results of the calculation of these characteristics for type C SPRTs are shown in Table 5 and Table B.3; type D test plans are shown in Table 7 and in Table B.3.

The result of calculation is a plan for which values α_1 and β_1 do not coincide with nominal values α and β , and the values T_e^* and $T_e^*(+)$ are not the minimal possible ones.

Step 6

Select new values of operating parameters A and B for inclined boundaries of the plan and compute another plan with other α_1 and β_1 values.

Step 7

Repeat the procedure of step 6 until true values of risks will coincide with nominal values $\alpha_1 = \alpha$ and $\beta_1 = \beta$ with the necessary accuracy.

NOTE 1 Risks of type C and D plans given in Table 5, Table 7 and Table B.3 were calculated up to 6 decimal places.

The result is an accurate plan. However, it is still not the optimum plan.

Step 8

Change the value of the operating parameter $T_{\max}$ and, if it is necessary, R , and repeat the procedure of steps 6 to 7 and compute another accurate plan with another value of T_e^* .

NOTE 2 The number of accurate test plans with various values T_e^* is infinite.

Step 9

Repeat steps 6 to 8 until the plan with the minimal T_e^* or T_e^{*+} is found within the limits of allowable values and with the necessary accuracy.

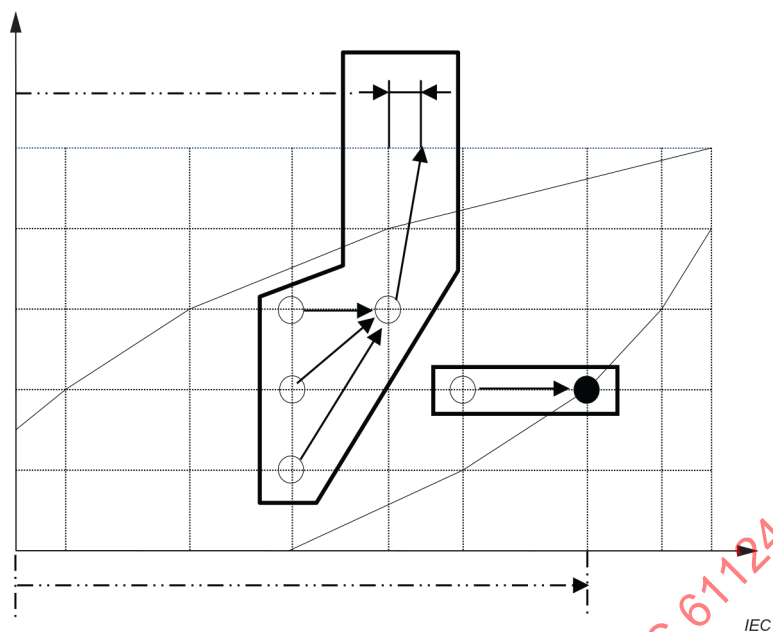
NOTE 3 Values of the T_e^* and T_e^{*+} plans' characteristics given in Table 5, Table 7 and Table B.3 were calculated up to 6 decimal places.

Such a plan is accurate and optimum.

NOTE 4 Recursive formulae in a full form (for example Formula (H.12)), are frequently unwieldy. They have an illustrative character and are not user-friendly. If the user wants to carry out manual calculations, he can take the formula to pieces, identify a recursive element and use it for calculating in all points of the plan. The computer program also uses a recursion. Figure H.8 shows two possible types of recursive elements (internal nodes).

An example of a node is shown inside the polygon on the left. The node can make a transition to another internal node or cross the reject boundary. Transition to the accept node is not possible in this case. It is shown that crossing the reject boundary can occur at any time.

Another node example is shown inside the rectangle on the right. The node can make a transition to the accept node at a fixed time. In this case, it is also possible to make a transition to an internal node or cross the reject boundary.



NOTE See NOTE 4 in step 9 above.

Figure H.8 – Recurrent element – Two cases

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61124:2023

Bibliography

- [1] WALD, A. *Sequential Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1947. Reprinted by Dover Publications, Inc. Mineola, NY, 2013
 - [2] EPSTEIN, B. and SOBEL, M. *Sequential life tests in the exponential case*. *Annals of Mathematical Statistics* 1955; **26**, 82–93
 - [3] GHOSH, B.K. and SEN, P.K. *Handbook of Sequential Analysis*, Marcel Dekker, Inc, New York 1991
 - [4] MICHLIN, Y. H. and SHAHAM, O. *Planning of Truncated Sequential Binomial Test via Relative Efficiency*. *Quality and Reliability Engineering Int.* 2013; **29**: 369–383
 - [5] MICHLIN, Y. H. and SHAHAM, O. *Planning of Sequential Binomial Test for Various Risks Ratio*. *Quality and Reliability Engineering Int.* 2018; **34**, 161–174
 - [6] MICHLIN, Y. H. and GRABARNIK, G. *Search Boundaries of Truncated Discrete Sequential Test*. *Journal of Applied Statistics* 2010; **37**(5): 707–724
 - [7] MIL-HDBK-781A, *Handbook for Reliability Test Methods, Plans and Environments for Engineering Development, Qualification and Production*, 1996
 - [8] KAPUR, K.C. and LAMBERSON, L.R. *Reliability in Engineering Design*, John Wiley & Sons, New York, Santa Barbara, London, Sydney, Toronto, 1977
 - [9] BIROLINI, A. *Reliability Engineering: Theory and Practice*, Springer Science & Business Media, 2017.
 - [10] ISO 3534-2, *Statistics – Vocabulary and symbols – Part 2: Applied statistics*
 - [11] IEC 62506, *Methods for product accelerated testing*
 - [12] GOST 27.402-95, *Reliability in technics – Compliance test plans for mean time between failures (to failure) – Part 1: Exponential case*
 - [13] IEC 61014, *Programmes for reliability growth*
 - [14] IEC 61710, *Power law model – Goodness-of-fit tests and estimation methods*
 - [15] IEC 61649, *Weibull analysis*
-

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS	95
INTRODUCTION.....	97
1 Domaine d'application	99
2 Références normatives	99
3 Termes, définitions, abréviations et symboles.....	100
3.1 Termes et définitions	100
3.2 Abréviations et symboles	100
3.2.1 Abréviations	100
3.2.2 Symboles.....	101
4 Exigences générales et domaine d'application.....	102
4.1 Exigences et caractéristiques	102
4.2 Applicabilité aux entités réparées et remplacées.....	103
4.3 Types de plans d'essai	103
4.3.1 Généralités.....	103
4.3.2 Avantages et inconvénients des différents types de plans d'essai.....	104
5 Procédure générale d'essai	105
5.1 Conditions d'essai.....	105
5.2 Caractéristiques générales des plans d'essai.....	106
5.3 Données à consigner	106
5.4 Calcul du temps d'essai cumulé, T^*	107
5.5 Nombre de défaillances	107
6 Plans d'essai de rapport de probabilité progressif (SPRT) tronqués.....	108
6.1 Généralités	108
6.2 Procédure d'essai commune	108
6.3 Critères de décision	109
6.4 Courbe d'efficacité (OC)	110
6.5 Temps d'essai cumulé prévu pour décision (ETT)	111
6.6 Vue d'ensemble des plans d'essai	112
7 Plans d'essai à temps fixé/à nombre fixé de défaillances – Plans d'essai à durée fixe (jusqu'à acceptation).....	114
7.1 Généralités	114
7.2 Procédure d'essai commune	115
7.3 Critères de décision	115
7.4 Plans d'essai	115
8 Conception de variantes de plans d'essai tronqués/censurés (FTFT).....	116
8.1 Généralités	116
8.2 Procédures de conception.....	116
8.3 Procédure commune pour les essais FTFT	117
8.4 Critères de décision	117
9 Plans d'essai tronqués (à durée calendaire)/censurés (FTFT) pour entités non remplacées.....	118
9.1 Généralités	118
9.2 Procédure d'essai commune	118
9.3 Critères de décision	118
9.4 Utilisation de l'IEC 61123:2019, Tableau 5 pour les essais à durée calendaire fixe	119

9.4.1	Généralités	119
9.4.2	Procédure relative à un temps d'essai déterminé	119
9.4.3	Procédure relative à un nombre d'entités déterminé	119
10	Plans d'essai combinés	120
10.1	Généralités	120
10.2	Procédure d'essai commune	120
10.3	Critères de décision	120
10.4	Plans d'essai	121
11	Réalisation de l'essai et présentation des résultats.....	122
Annexe A (normative) Tableaux des limites des plans d'essai SPRT (essais de types A et C).....		123
A.1	Symboles	123
A.2	Limites	123
A.3	Exemple du plan d'essai SPRT de l'Article 6	127
Annexe B (normative) Tableaux et graphiques relatifs aux plans d'essai combinés (essais de type D).....		129
B.1	Généralités	129
B.2	Plans d'essai D.3 et C.3 ($\alpha = \beta = 10 \%$, $D = 1,7$).....	131
Annexe C (informative) Extension de l'ensemble d'essais SPRT de type A		134
C.1	Symboles	134
C.2	Extension de l'ensemble d'essais de type A (par interpolation selon α et β)	134
Annexe D (informative) Approximation de l'efficacité pour les essais SPRT de type A selon la formule de Wald		137
D.1	Symboles	137
D.2	Approximations de l'efficacité dans le présent document.....	137
D.3	Approximation de l'efficacité pour les essais SPRT de type A selon la formule de Wald.....	138
D.4	Construction de la courbe d'approximation de l'efficacité à l'aide d'une feuille de calcul	139
Annexe E (informative) Références mathématiques et exemples pour les plans d'essai à temps fixé/à nombre fixé de défaillances (FTFT).....		142
E.1	Symboles	142
E.2	Références mathématiques.....	142
E.2.1	Généralités	142
E.2.2	Références mathématiques	143
E.2.3	Procédure de conception {a}.....	146
E.2.4	Procédure de conception {b}.....	147
E.2.5	Procédure de conception {c}.....	147
E.2.6	Procédure de conception {d}.....	148
E.3	Exemples de conception d'essai FTFT utilisant des plans d'essai de type B	148
E.3.1	Exemple 1	148
E.3.2	Exemple 2	149
E.4	Approximation de l'efficacité de l'essai à l'aide de la formule pour les essais FTFT.....	150
Annexe F (informative) Exemples de conception d'essai FTFT en utilisant une feuille de calcul		151
F.1	Généralités	151
F.2	Déterminer les limites de l'essai à l'aide de l'optimisation sur l'exemple de procédure de conception {b}	154
F.3	Courbe ETT et courbe d'efficacité	156

F.4	Exemple de conception d'essai FTFT selon la procédure {a}.....	157
F.5	Exemple de conception d'essai FTFT selon la procédure {c}.....	160
F.6	Exemple de conception d'essai FTFT selon la procédure {d}.....	162
F.7	Exemple d'essai avec remplacement des entités défailtantes.....	165
F.8	Évaluation d'une approximation d'efficacité pour des plans d'essai autres que des plans d'essai FTFT à l'aide d'une feuille de calcul	165
Annexe G (informative) Exemples et références mathématiques relatifs aux plans d'essai censurés à durée calendaire		171
G.1	Exemples	171
G.1.1	Exemple 1	171
G.1.2	Exemple 2	171
G.2	Base mathématique	172
Annexe H (informative) Déduction et référence mathématique pour les plans d'essai optimisés de la GOST R 27.402 [12]		173
H.1	Symboles	173
H.2	Types de plans d'essai et terminologie.....	174
H.3	Remarques d'introduction	175
H.4	Procédure utilisée pour développer des plans d'essai optimisés	176
Bibliographie.....		182
Figure 1 – Valeurs ETT relative (T_e^* / m_0) et MaxTT (T_t^* / m_0) de différents essais avec les mêmes risques.....		
Figure 2 – Schéma d'essai SPRT et exemple d'essai.....		105
Figure 3 – Courbe d'efficacité, P_a		109
Figure 4 – Essai SPRT – Courbe du temps d'essai cumulé prévu pour décision (ETT).....		110
Figure 5 – Exemple de graphique de décision pour un plan d'essai combiné (type D) et pour un essai SPRT de type C		111
Figure A.1 – Graphique de décision du plan d'essai SPRT.....		121
Figure B.1 – Temps d'essai cumulé prévu pour acceptation, $T_e^*(+)$ pour les plans d'essai de types D.3 et C.3		124
Figure B.2 – Efficacité P_a pour les plans d'essai de types D.3 et C.3		133
Figure D.1 – Approximation de l'efficacité pour les essais SPRT de type A en utilisant la formule de Wald		133
Figure E.1 – Exemple 1 – Temps d'essai cumulé prévu pour décision (ETT) des plans d'essai B.2 et A.25.....		139
Figure E.2 – Exemple 1 – Efficacité des plans d'essai B.2 et A.25		149
Figure F.1 – Utilisation du Solveur pour déterminer T_t^* / m_0 – temps cumulé de troncature d'essai en fonction de m_0		150
Figure F.2 – Courbe ETT tracée à partir de la feuille de calcul.....		155
Figure F.3 – Courbe d'efficacité tracée à partir de la feuille de calcul.....		156
Figure F.4 – Utilisation du Solveur pour déterminer T_t^* / m_0 et c à l'étape {a1}.....		157
Figure F.5 – Utilisation du Solveur pour déterminer T_t^* / m_0 à l'étape {a2}		158
Figure F.6 – Utilisation du Solveur pour déterminer T_t^* / m_0 à l'étape {a2}		159
Figure F.7 – Utilisation du Solveur pour déterminer D et c à l'étape {d1}.....		161
Figure F.8 – Utilisation du Solveur pour déterminer D et T_t^* à l'étape {d2}		163
Figure F.8 – Utilisation du Solveur pour déterminer D et T_t^* à l'étape {d2}		164

Figure F.9 – Utilisation du Solveur pour déterminer c et T_t^* / m_0 tirés de l'Article F.8	168
Figure F.10 – Efficacité approximée par formule pour essai FTFT (exemple issu de l'Article F.8	170
Figure H.1 – Types de plans d'essai et terminologie	174
Figure H.2 – Principe des plans d'essai	176
Figure H.3 – Découpage du graphique correspondant au plan d'essai	176
Figure H.4 – Nœuds intérieurs et nœuds limites	177
Figure H.5 – Chemins vers la ligne d'acceptation	177
Figure H.6 – Chemins vers la ligne de rejet	177
Figure H.7 – Probabilités de transfert de chemins entre les nœuds	178
Figure H.8 – Élément récurrent – Deux cas	181
Tableau 1 – Avantages et inconvénients des différents types de plans d'essai	104
Tableau 2 – Courbe d'efficacité	110
Tableau 3 – Valeur ETT relative en fonction de m / m_0	111
Tableau 4 – Vue d'ensemble des plans d'essai SPRT de type A	112
Tableau 5 – Vue d'ensemble des plans d'essai SPRT de type C	114
Tableau 6 – Plans d'essai FTFT de type B	116
Tableau 7 – Vue d'ensemble des plans d'essai combinés de type D	122
Tableau A.1 – Constantes pour les formules des limites, et coordonnées de ces limites pour les plans d'essai SPRT de type A	125
Tableau A.2 – Constantes pour les formules des limites, et coordonnées de ces limites pour les plans d'essai SPRT de type C	126
Tableau A.3 – Exemple pour un essai SPRT utilisant le plan d'essai A.41 (avec données d'exemple)	128
Tableau B.1 – Plans d'essai combinés de l'Annex B	129
Tableau B.2 – Plans d'essai de type D – Lignes d'acceptation et de rejet	130
Tableau B.3 – Temps d'essai cumulé prévu pour acceptation, $T_e^*(+)$, pour les plans d'essai de types D et C	131
Tableau B.4 – Lignes d'acceptation et de rejet pour les plans d'essai D.3 et C.3	132
Tableau C.1 – Exemple d'interpolation selon α et β	136
Tableau D.1 – Configuration de la feuille de calcul pour la réalisation de la courbe d'efficacité selon la formule de Wald	140
Tableau D.2 – Formules intégrées dans la feuille de calcul	141
Tableau E.1 – Liste des procédures types de conception d'un essai FTFT	145
Tableau F.1 – Configuration de la feuille de calcul avec formules intégrées	152
Tableau F.2 – Formules intégrées dans la feuille de calcul	153
Tableau F.3 – Fragment provenant du Tableau 6	154
Tableau F.4 – Configuration 1 de la feuille de calcul pour l'exemple de la procédure {a}	158
Tableau F.5 – Configuration 2 de la feuille de calcul pour l'exemple de la procédure {a}	159
Tableau F.6 – Configuration 3 (solution finale) pour l'exemple de la procédure {a}	160
Tableau F.7 – Configuration 2 pour l'exemple de la procédure {c}	161
Tableau F.8 – Configuration 3 (solution finale) pour l'exemple de la procédure {c}	162
Tableau F.9 – Configuration 1 de la feuille de calcul pour l'exemple de la procédure {d}	163

Tableau F.10 – Configuration 2 de la feuille de calcul pour l'exemple de la procédure {d}	164
Tableau F.11 – Configuration 3 (solution finale) pour l'exemple de la procédure {d}.....	165
Tableau F.12 – Configuration de la feuille de calcul avec formules intégrées de l'Article F.8	167
Tableau F.13 – Configuration 1 de la feuille de calcul tirée de l'Article F.8.....	168
Tableau F.14 – Configuration 2 de la feuille de calcul pour l'exemple de l'Article F.8	169

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61124:2023

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

**ESSAIS DE FIABILITÉ – PLANS D'ESSAI DE CONFORMITÉ
POUR UN TAUX DE DÉFAILLANCE CONSTANT ET
UNE INTENSITÉ DE DÉFAILLANCE CONSTANTE**

AVANT-PROPOS

- 1) La Commission Électrotechnique Internationale (IEC) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de l'IEC). L'IEC a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. À cet effet, l'IEC – entre autres activités – publie des Normes internationales, des Spécifications techniques, des Rapports techniques, des Spécifications accessibles au public (PAS) et des Guides (ci-après dénommés "Publication(s) de l'IEC"). Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'IEC, participent également aux travaux. L'IEC collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de l'IEC concernant les questions techniques représentent, dans la mesure du possible, un accord international sur les sujets étudiés, étant donné que les Comités nationaux de l'IEC intéressés sont représentés dans chaque comité d'études.
- 3) Les Publications de l'IEC se présentent sous la forme de recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux de l'IEC. Tous les efforts raisonnables sont entrepris afin que l'IEC s'assure de l'exactitude du contenu technique de ses Publications; l'IEC ne peut pas être tenue responsable de l'éventuelle mauvaise utilisation ou interprétation qui en est faite par un quelconque utilisateur final.
- 4) Dans le but d'encourager l'uniformité internationale, les Comités nationaux de l'IEC s'engagent, dans toute la mesure possible, à appliquer de façon transparente les Publications de l'IEC dans leurs publications nationales et régionales. Toutes divergences entre toutes Publications de l'IEC et toutes publications nationales ou régionales correspondantes doivent être indiquées en termes clairs dans ces dernières.
- 5) L'IEC elle-même ne fournit aucune attestation de conformité. Des organismes de certification indépendants fournissent des services d'évaluation de conformité et, dans certains secteurs, accèdent aux marques de conformité de l'IEC. L'IEC n'est responsable d'aucun des services effectués par les organismes de certification indépendants.
- 6) Tous les utilisateurs doivent s'assurer qu'ils sont en possession de la dernière édition de cette publication.
- 7) Aucune responsabilité ne doit être imputée à l'IEC, à ses administrateurs, employés, auxiliaires ou mandataires, y compris ses experts particuliers et les membres de ses comités d'études et des Comités nationaux de l'IEC, pour tout préjudice causé en cas de dommages corporels et matériels, ou de tout autre dommage de quelque nature que ce soit, directe ou indirecte, ou pour supporter les coûts (y compris les frais de justice) et les dépenses découlant de la publication ou de l'utilisation de cette Publication de l'IEC ou de toute autre Publication de l'IEC, ou au crédit qui lui est accordé.
- 8) L'attention est attirée sur les références normatives citées dans cette publication. L'utilisation de publications référencées est obligatoire pour une application correcte de la présente publication.
- 9) L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments de la présente Publication de l'IEC peuvent faire l'objet de droits de brevet. L'IEC ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et averti de leur existence.

L'IEC 61124 a été établie par le comité d'études 56 de l'IEC: Sûreté de fonctionnement. Il s'agit d'une Norme internationale.

Cette quatrième édition annule et remplace la troisième édition parue en 2012. Cette édition constitue une révision technique.

Cette édition inclut les modifications techniques majeures suivantes par rapport à l'édition précédente:

- a) l'essai de rapport de probabilité progressif (SPRT) tronqué [1], [2], [3] ¹ a été sensiblement amélioré au cours des dernières années [4], [5], [6]. Dans la présente édition, les plans

¹ Les chiffres entre crochets renvoient à la Bibliographie.

d'essai de type A (essai SPRT à troncature optimale) ont subi des modifications majeures, comme suit:

- les essais sont considérablement tronqués (le temps d'essai maximal est court) sans augmenter de manière substantielle le temps d'essai cumulé prévu pour décision (ETT);
 - les risques vrais du fournisseur et du client (α' , β') sont connus et très proches des valeurs nominales;
 - la plage des paramètres d'essai est étendue (risques et rapport de discrimination);
 - les plans d'essai intègrent différents rapports de risque (qui ne se limitent pas uniquement à des risques égaux);
 - les valeurs de l'ETT sont précises et données dans la région pertinente (à des fins d'utilisation pratique);
 - des lignes directrices sont fournies en vue d'étendre la série d'essais (en appliquant une interpolation précise);
- b) les autres plans d'essai prêts à l'emploi (types B, C et D) ne sont pas modifiés; seule la forme de présentation des données par rapport à leurs limites et leurs caractéristiques a été modifiée. Cette forme a été unifiée pour tous les types de plans d'essai, ce qui simplifie la comparaison des différents plans et, par conséquent, facilite le choix du plan le plus approprié;
- c) les procédures de conception d'essai FTFT, visant à étendre l'ensemble de plans d'essai de type B, ont été sensiblement modifiées et apportent à la conception exactitude et simplicité. La mise en œuvre de cette conception est décrite dans une feuille de calcul. Une approche unifiée est présentée pour le calcul des caractéristiques opérationnelles de tous les types de plans d'essai.

Le texte de cette Norme internationale est issu des documents suivants:

Projet	Rapport de vote
56/1980/FDIS	56/1985/RVD

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à son approbation.

La langue employée pour l'élaboration de cette Norme internationale est l'anglais.

Ce document a été rédigé selon les Directives ISO/IEC, Partie 2, il a été développé selon les Directives ISO/IEC, Partie 1 et les Directives ISO/IEC, Supplément IEC, disponibles sous www.iec.ch/members_experts/refdocs. Les principaux types de documents développés par l'IEC sont décrits plus en détail sous www.iec.ch/standardsdev/publications.

Le comité a décidé que le contenu de ce document ne sera pas modifié avant la date de stabilité indiquée sur le site web de l'IEC sous webstore.iec.ch dans les données relatives au document recherché. À cette date, le document sera:

- reconduit,
- supprimé,
- remplacé par une édition révisée, ou
- amendé.

IMPORTANT – Le logo "colour inside" qui se trouve sur la page de couverture de ce document indique qu'elle contient des couleurs qui sont considérées comme utiles à une bonne compréhension de son contenu. Les utilisateurs devraient, par conséquent, imprimer cette publication en utilisant une imprimante couleur.

INTRODUCTION

Un essai de conformité constitue une partie essentielle du système d'assurance de fiabilité [7], [8], [9]. Comme la fiabilité est affectée par de nombreux facteurs aléatoires, l'exactitude de sa prédiction se révèle limitée. Le moyen direct de vérifier qu'une entité respecte ses spécifications de fiabilité consiste à réaliser un essai de conformité.

Les essais décrits dans le présent document peuvent s'appliquer à des entités qui présentent un taux de défaillance ou une intensité de défaillance (désigné par λ) qui peut être considéré comme constant. Les procédures reposent sur l'hypothèse selon laquelle les épreuves de l'essai sont statistiquement indépendantes. S'il est nécessaire de vérifier l'hypothèse du taux de défaillance constant et de l'intensité de défaillance constante, il convient d'utiliser les procédures de l'IEC 60605-6.

L'essai sert à vérifier la conformité à une valeur λ_0 spécifiée, c'est-à-dire à vérifier que $\lambda \leq \lambda_0$.

La probabilité de prendre la bonne décision au cours de l'essai dépend de la durée de l'essai et de la taille d'échantillon (nombre de défaillances). Les essais exigent généralement une taille d'échantillon importante, ce qui implique de mobiliser des ressources conséquentes en temps et en argent. Cela se vérifie tout particulièrement dans le cas des essais de fiabilité. C'est la raison pour laquelle il convient de planifier soigneusement les plans d'échantillonnage des essais afin de réduire la quantité de ressources mobilisées.

Le présent document concerne les plans d'échantillonnage des essais.

Les essais sont caractérisés par la notion d'efficacité (OC) et par la durée de l'essai jusqu'à son arrêt, avec la décision d'acceptation/de rejet relative à la conformité.

L'efficacité désigne la probabilité d'accepter qu'une entité satisfasse aux exigences. Dans le présent document, l'efficacité est représentée par les coordonnées de ses deux points (voir ISO 3534-2 [10]):

- $(\lambda_0, 1 - \alpha)$ sont les coordonnées du point de risque du fournisseur (PRP);
- (λ_1, β) sont les coordonnées du point de risque du client (CRP);

où α et β sont les risques du producteur et du consommateur, et $\lambda_1 > \lambda_0$.

La durée de l'essai (temps d'essai) est une valeur aléatoire et est généralement caractérisée dans le présent document par sa valeur prévue (ETT) et sa valeur maximale (MaxTT).

Le présent document décrit les types d'essais suivants:

- essai de rapport de probabilité progressif à troncature optimale (essai SPRT, type A);
- essai SPRT à troncature maximale (type C);
- essai à temps fixé/à nombre fixé de défaillances (essai FTFT, type B);
- essai FTFT tronqué à durée calendaire sans remplacement;
- plan d'essai combiné (type D).

Les essais peuvent être utilisés pour contrôler des équipements (réparés ou non réparés) ainsi que des composants (remplacés ou non remplacés en cas de défaillance).

Tous les plans du présent document sont progressifs, c'est-à-dire qu'à chaque fois qu'un événement se produit pendant l'essai, une décision est prise quant à la poursuite ou l'arrêt de l'essai. Un événement se produit dans deux cas: lorsqu'une défaillance survient, ou lorsque la limite d'acceptation est franchie, ce qui signifie qu'il y a conformité aux exigences. La décision peut être l'une des trois suivantes:

- accepter la conformité et arrêter l'essai;
- rejeter la conformité et arrêter l'essai;
- continuer l'essai parce qu'il n'y a pas assez d'informations pour l'arrêter.

La différence entre les types d'essais se situe dans la forme des limites.

L'essai FTFT est caractérisé par des règles de décision relatives à l'acceptation ou au rejet de la conformité, lorsque MaxTT est atteint ou lorsque le nombre acceptable de défaillances est dépassé. Cet essai présente la valeur MaxTT la plus faible parmi tous les essais avec un PRP et un CRP spécifiés. Si, pour une entité soumise à essai, $\lambda \leq \lambda_0$, alors ETT est proche de MaxTT; dans le cas contraire, si $\lambda > \lambda_0$, alors ETT diminue. En fait, le seul avantage de l'essai FTFT par rapport à l'essai SPRT réside dans la simplicité de conception de nouveaux plans d'essai. Une procédure de conception détaillée est spécifiée dans le présent document.

Un essai SPRT à troncature optimale (type A) a une valeur MaxTT de 1,1 à 1,2 fois supérieure à celle de l'essai FTFT, avec les mêmes PRP et CRP. Cependant, la valeur ETT de l'essai SPRT est nettement plus faible que celle de l'essai FTFT correspondant et pour $\lambda \leq \lambda_0$, elle peut être de 1,4 à 1,8 fois plus petite. Il s'agit d'un avantage majeur de l'essai SPRT. Le présent document contient un ensemble complet de plans d'essai de type A prêts à l'emploi. L'ensemble permet également la conception d'essais supplémentaires par interpolation simple, conformément à la procédure exposée dans le présent document.

Un essai SPRT à troncature maximale (type C) a une valeur MaxTT similaire à celle d'un essai FTFT; en revanche, sa valeur ETT est inférieure à celle d'un essai FTFT, mais supérieure à celle d'un essai SPRT de type A.

Dans le plan d'essai combiné (type D), les entités soumises à essai présentant des défaillances précoces ne sont pas rejetées lors des phases initiales de l'essai.

Certains des essais prêts à l'emploi énumérés dans le présent document présentent un nombre de défaillances maximal acceptable très élevé, ce qui explique qu'ils ne soient potentiellement que rarement utilisés. Cependant, les données permettent à l'utilisateur du présent document d'évaluer l'avantage économique des exigences d'essai d'efficacité, et plus généralement, d'évaluer la pertinence de la conduite de l'essai.

Le temps d'essai cumulé peut être réduit par des essais accélérés (voir IEC 62506 [11]).

Un équipement électronique et ses composants peuvent être un exemple d'objets couverts par le présent document; ils présentent généralement un taux de défaillance ou une intensité de défaillance qui peut être considéré comme constant.

L'Article 4 présente les exigences et le domaine d'application des essais, ainsi que des recommandations pour leur sélection. L'Article 5 explique les éléments généraux de la procédure d'essai. L'Article 6 spécifie les caractéristiques de l'essai SPRT prêt à l'emploi et les paramètres des limites (dont les valeurs sont données à l'Annex A). L'extension de l'ensemble d'essais SPRT est décrite à l'Annex C. L'Article 7 est dédié à l'essai FTFT prêt à l'emploi. L'Article 8 présente la conception des plans d'essai FTFT qui ne sont pas couverts dans les tableaux du présent document. Les références mathématiques et les procédures pour la conception des plans d'essai FTFT sont données dans l'Annex E et l'Annex F. L'Article 9 est consacré aux essais FTFT à durée calendaire pour des entités non remplacées (des exemples et des références mathématiques de leur conception sont donnés à l'Annex G). L'Article 10 est dédié aux plans d'essai combinés (les paramètres de leurs limites sont donnés à l'Annex B). L'Article 11 décrit comment réaliser l'essai et la présentation des résultats. L'Annex D présente l'approximation de l'efficacité selon la formule de Wald. L'Annex H est dédiée aux références mathématiques des plans d'essai de la GOST R 27.402 [12].

ESSAIS DE FIABILITÉ – PLANS D'ESSAI DE CONFORMITÉ POUR UN TAUX DE DÉFAILLANCE CONSTANT ET UNE INTENSITÉ DE DÉFAILLANCE CONSTANTE

1 Domaine d'application

Le présent document spécifie un certain nombre de plans d'essai optimisés, ainsi que les limites et caractéristiques correspondantes. De plus, les algorithmes pour concevoir des plans d'essai à l'aide d'une feuille de calcul sont également fournis, avec des recommandations relatives au choix de ces plans.

Le présent document spécifie les procédures utilisées pour vérifier qu'une valeur observée:

- d'un taux de défaillance;
- d'une intensité de défaillance;
- d'un temps moyen de fonctionnement avant défaillance (MTTF);
- d'un temps moyen de fonctionnement entre défaillances (MTBF).

est conforme à une exigence donnée.

Il est présumé, sauf spécification contraire, que pendant le temps d'essai cumulé, les temps de fonctionnement avant défaillance ou les temps de fonctionnement entre défaillances sont indépendants et suivent une distribution identique et exponentielle. Cette hypothèse implique que le taux de défaillance ou l'intensité de défaillance est présumé constant.

Les quatre types de plans d'essai suivants sont décrits:

- essai de rapport de probabilité progressif (SPRT) tronqué;
- essai à temps fixé/à nombre fixé de défaillances (FTFT);
- essai tronqué à durée calendaire fixe sans remplacement;
- essai combiné.

Le présent document ne couvre pas les recommandations sur les modalités de planification, de réalisation, d'analyse et de production de rapport sur un essai. Ces informations peuvent être consultées dans l'IEC 60300-3-5.

Le présent document ne couvre pas les conditions d'essai. Ces informations peuvent être trouvées dans l'IEC 60605-2 et l'IEC 60300-3-5.

2 Références normatives

Les documents suivants sont cités dans le texte de sorte qu'ils constituent, pour tout ou partie de leur contenu, des exigences du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

IEC 60050-192, *Vocabulaire électrotechnique international – Partie 192: Sécurité de fonctionnement*, disponible à l'adresse <http://www.electropedia.org>

IEC 60300-3-5:2001, *Gestion de la sécurité de fonctionnement – Partie 3-5: Guide d'application – Conditions des essais de fiabilité et principes des essais statistiques*

IEC 60605-2, *Essais de fiabilité des équipements – Partie 2: Conception des cycles d'essai*

IEC 60605-4:2001, *Essai de fiabilité des équipements – Partie 4: Méthodes statistiques de distribution exponentielle – Estimateurs ponctuels, intervalles de confiance, intervalles de prédiction et intervalles de tolérance*

IEC 60605-6, *Essais de fiabilité des équipements – Partie 6: Tests pour la validité et l'estimation du taux de défaillance constant et de l'intensité de défaillance constante*

IEC 61123:2019, *Essais de fiabilité – Plans d'essai de conformité pour une proportion de succès*

3 Termes, définitions, abréviations et symboles

3.1 Termes et définitions

Pour les besoins du présent document, les termes et définitions donnés dans l'IEC 60050-192 s'appliquent.

L'ISO et l'IEC tiennent à jour des bases de données terminologiques destinées à être utilisées en normalisation, consultables aux adresses suivantes:

- IEC Electropedia: disponible à l'adresse <https://www.electropedia.org/>
- ISO Online browsing platform: disponible à l'adresse <https://www.iso.org/obp>

Les termes "taux de défaillance" et "intensité de défaillance" sous-entendent respectivement un taux de défaillance constant et une intensité de défaillance constante.

3.2 Abréviations et symboles

3.2.1 Abréviations

ADT	Accept Decision Time (temps de décision d'acceptation – temps auquel l'essai a été arrêté avec une décision d'acceptation)
CDF	Cumulative Distribution Function (fonction de répartition)
CRP	Consumer's Risk Point (point de risque du client)
ETT	Expected accumulated Test Time (temps d'essai cumulé prévu pour décision d'acceptation ou de rejet)
FTFT	Fixed Time/Failure Terminated test (essai à temps fixé/à nombre fixé de défaillances)
MaxTT	Maximal accumulated Test time and accumulated Truncation time of the test (temps d'essai cumulé maximal et temps de troncature cumulé de l'essai)
MTBF	Mean operating Time Between Failures (temps moyen de fonctionnement entre défaillances)
MTTF	Mean operating Time To Failure (temps moyen de fonctionnement avant défaillance)
OC	Operating Characteristic (efficacité)
PDF	Probability Density Function (fonction de densité de probabilité)
PRP	Producer's Risk Point (point de risque du fournisseur)
RDS	Reject Decision Segment (segment de décision de rejet – segment de la ligne du nombre de défaillances en fonction du temps correspondant à l'arrêt de l'essai avec une décision de rejet (voir Figure 2))
SPRT	truncated Sequential Probability Ratio Test (essai de rapport de probabilité progressif tronqué, également appelé PRST (Probability Ratio Sequential Test) dans certains ouvrages de référence)

3.2.2 Symboles

Le symbole générique λ est utilisé dans le présent document pour le taux de défaillance et l'intensité de défaillance.

Le symbole m est utilisé pour désigner les deux mesures de fiabilité suivantes:

- le temps moyen de fonctionnement entre défaillances, MTBF;
- le temps moyen de fonctionnement avant défaillance, MTTF.

La relation entre les grandeurs ci-dessus, lorsqu'elle est utilisée selon les hypothèses données, est:

$$\lambda = 1 / m$$

Les plans d'essai sont basés sur m comme mesure de fiabilité; par conséquent dans ces cas:

$$m = 1 / \lambda$$

c	nombre acceptable de défaillances pendant l'essai FTFT
D	rapport de discrimination: $D = m_0 / m_1$ ou $D = \lambda_1 / \lambda_0$
m	valeur vraie de MTBF ou MTTF
m_j	m indexé, où $j = L, 1, M, 0, H$ (comme représenté à la Figure 1 et dans le Tableau 3)
m_0	valeur spécifiée de MTTF ou MTBF, $m_0 = 1 / \lambda_0$
m_1	limite inférieure pour MTTF ou MTBF, $m_1 = 1 / \lambda_1$
n	nombre d'entités soumises à essai au début de l'essai
P_a	probabilité d'acceptation
p_0	taux de défaillance acceptable
q_0	proportion de succès acceptable, $q_0 = 1 - p_0$
$R(t)$	fonction de fiabilité
r	nombre de défaillances observé pendant l'essai
r_0	nombre maximal de défaillances lorsqu'une décision d'acceptation est possible (voir Figure 2)
r_e	nombre de défaillances prévu avant de prendre une décision
T^*	temps d'essai cumulé
T_a^*	temps d'essai cumulé, établi comme critère d'acceptation (ADT)
$T_{a,min}^*$	temps d'essai minimal pour $r = 0$, établi comme critère d'acceptation
T_e^*	temps d'essai cumulé prévu pour décision
$T_{e,j}^*$	T_e^* indexé, où $j = L, 1, M, 0, H$ (qui sont liés aux cinq valeurs de m_j comme représenté à la Figure 1)
$T_e^*(+)$	temps d'essai cumulé prévu pour acceptation
T_r^*	temps d'essai cumulé prévu, établi comme critère de rejet
T_t^*	temps d'essai cumulé, établi comme critère d'arrêt pour l'essai FTFT et MaxTT pour les essais de types A, C et D
t	temps d'essai
t^*	temps d'essai pour chaque entité soumise à essai

t_e^*	temps d'essai prévu pour décision
t_t^*	temps de troncature d'essai
t_i	temps d'essai d'une entité défaillante i
$t_{cal,t}^*$	temps d'essai calendaire, établi comme critère d'arrêt
R_D	critère d'optimisation, Formule (E.11)
R_R	critère d'optimisation, Formule (E.12)
$P(r)$	probabilité de r défaillances
α	risque du fournisseur (risque de type I)
α'	risque vrai du fournisseur (risque de type I)
β	risque du client (risque de type II)
β'	risque vrai du client (risque de type II)
λ	taux de défaillance vrai par entité
λ_0	taux de défaillance prévu spécifié par entité (objectif de conception)
λ_1	limite supérieure pour taux de défaillance constant par entité

4 Exigences générales et domaine d'application

4.1 Exigences et caractéristiques

Il est présumé, sauf spécification contraire, que pendant le temps d'essai cumulé, les temps de fonctionnement avant défaillance ou les temps de fonctionnement entre défaillances sont indépendants et suivent une distribution identique et exponentielle. Cette hypothèse implique que le taux de défaillance ou l'intensité de défaillance est présumé constant. Selon cette hypothèse, il n'y a pas de différence entre le taux de défaillance et l'intensité de défaillance. Par conséquent, les deux sont indiqués par λ et appelés "taux de défaillance" dans le présent document.

L'exigence est présumée spécifiée dans un des termes suivants: taux de défaillance constant acceptable, ou nombre moyen acceptable de défaillances par unité de temps, λ_0 , ou temps moyen de fonctionnement acceptable avant défaillance ou entre défaillances, m_0 .

Les essais sont caractérisés par leur efficacité (OC) et le temps d'essai pour décision.

L'efficacité d'un essai désigne la probabilité d'accepter une entité comme satisfaisant aux exigences (voir exemple à la Figure 3). L'efficacité est une fonction de la valeur vraie de m , ou de λ . Dans le présent document, l'efficacité est représentée par les coordonnées de ses deux points (voir ISO 3534-2):

- $(m_0, 1 - \alpha)$ sont les coordonnées du point de risque du fournisseur (PRP), ou $(\lambda_0, 1 - \alpha)$;
- (m_1, β) sont les coordonnées du point de risque du client (CRP), ou (λ_1, β) .

Le temps d'essai avant de prendre une décision concernant l'essai est une valeur aléatoire qui, dans le présent document, est généralement caractérisée par sa valeur prévue (ETT) et sa valeur maximale (MaxTT) (voir exemple à la Figure 1). La valeur ETT est une fonction de la valeur vraie de m ou de λ .

Il est possible que des traitements spéciaux soient exigés pour assurer un taux de défaillance ou une intensité de défaillance constant, par exemple un filtrage afin d'éliminer la période de défaillance précoce.

S'il est nécessaire de vérifier l'hypothèse du taux de défaillance constant/de l'intensité de défaillance constante, il faut utiliser les procédures données dans l'IEC 60605-6.

4.2 Applicabilité aux entités réparées et remplacées

Les plans d'essai de rapport de probabilité progressifs tronqués (voir Article 6), les plans d'essai tronqués/censurés (voir Article 7) et les plans d'essai combinés (voir Article 10) s'appliquent dans les cas suivants:

- avec remplacement des entités défaillantes;
- sans remplacement des entités défaillantes;

en prenant pour hypothèse que:

- une entité peut être remplacée par une réparation de l'entité à proprement parler;
- le temps d'essai cumulé est calculé comme le temps écoulé de fonctionnement de l'entité, conformément à 5.4;
- les entités remplacées appartiennent à la même population que les entités d'origine;
- l'intensité de défaillance des entités réparées peut être considérée comme étant identique après et avant réparation.

Cependant, les plans d'essai tronqués/censurés décrits à l'Article 9 s'appliquent dans le cas d'entités défaillantes non remplacées, lorsqu'un nombre déterminé d'entités est soumis à essai pendant une durée calendaire fixe. Cela signifie que l'essai se poursuit même si le nombre d'entités soumises à essai ne demeure pas constant, car certaines entités ne survivent pas.

4.3 Types de plans d'essai

4.3.1 Généralités

Des plans d'essai sont donnés pour quatre types d'essais:

- essai SPRT à troncature optimale (plans d'essai de type A prêts à l'emploi, voir Article 6);
- essai SPRT à troncature maximale (plans d'essai de type C prêts à l'emploi, voir Article 6);
- essai FTFT (plans d'essai de type B prêts à l'emploi, voir Articles 7 et 8 pour la conception d'une variante d'essai FTFT);
- essai FTFT (essais tronqués à durée calendaire sans remplacement, voir Article 9);
- plans d'essai combinés (voir Article 10).

Tous les plans du présent document sont progressifs, c'est-à-dire qu'à chaque fois qu'un événement se produit pendant l'essai, une décision est prise quant à la poursuite/l'arrêt de l'essai. L'événement est une défaillance ou un franchissement de la limite d'acceptation pour la conformité à l'hypothèse. La décision peut être l'une des trois suivantes:

- accepter la conformité à l'hypothèse et arrêter l'essai;
- rejeter la conformité à l'hypothèse et arrêter l'essai;
- continuer l'essai parce qu'il n'y a pas assez d'informations pour l'arrêter.

La différence entre les types d'essais est la forme des limites, comme représenté dans le Tableau 1.

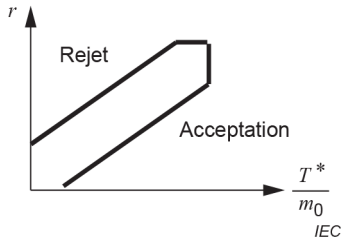
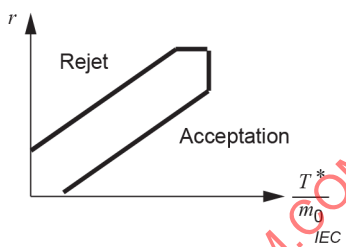
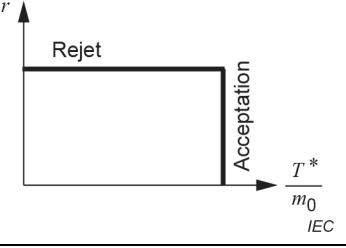
La durée des essais est une variable aléatoire continue délimitée, ce qui signifie que l'essai, s'il n'a pas déjà été arrêté, s'arrête dès que la valeur MaxTT est atteinte. Cette variable aléatoire est facilement caractérisée par les valeurs ETT et MaxTT . La valeur ETT est une fonction de la valeur vraie de m (Figure 1).

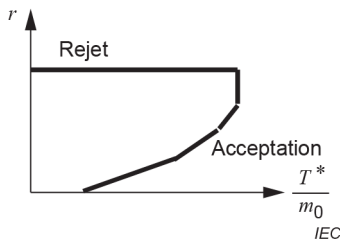
NOTE Les plans prêts à l'emploi sont des plans d'essai pour lesquels le présent document spécifie: les limites de l'essai, D , α' , β' , ETT et MaxTT.

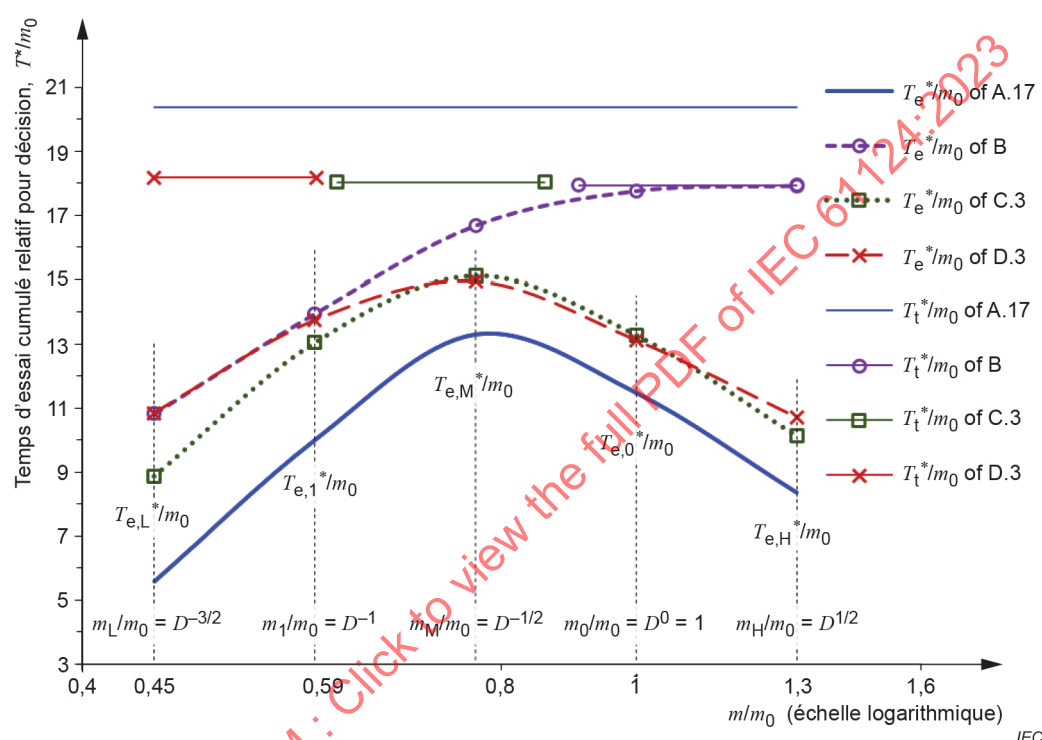
4.3.2 Avantages et inconvénients des différents types de plans d'essai

Le Tableau 1 établit une comparaison entre les différents types de plans d'essai. La Figure 1 montre des exemples de valeurs MaxTT et ETT relatives pour les différents types de plans. Pour tous les plans représentés à la Figure 1, les courbes d'efficacité sont très proches et se rencontrent en deux points (PRP et CRP), dont les coordonnées sont respectivement: $(m_0, 1 - \alpha')$ et (m_1, β') , respectivement. Voir [5].

Tableau 1 – Avantages et inconvénients des différents types de plans d'essai

Type de plan d'essai	Avantages	Inconvénients
Essai SPRT à troncature optimale (plans d'essai de type A, voir Article 6) 	Assure la plus grande efficacité d'essai (valeur ETT la plus faible, sans augmentation significative de la valeur MaxTT). Le présent document contient un large éventail de ces plans d'essai. L'utilisateur peut prévoir des plans d'essai supplémentaires en appliquant une interpolation (Annex C). Les plans d'essai de type A prêts à l'emploi incluent les valeurs vraies de α, β (données dans le Tableau 4), qui sont très proches des valeurs nominales.	La valeur MaxTT est plus élevée que dans les autres essais énumérés ici (de 5 % à 20 %). Cela peut affecter l'essai (avec une faible probabilité) uniquement si $m_1 < m < m_0$. Pour m hors de cet intervalle, la valeur MaxTT n'est dans la pratique pas atteinte et est, par conséquent, sans effet.
Essai SPRT à troncature maximale (plans d'essai de type C, voir Article 6) 	La valeur MaxTT des essais de type C est inférieure à celle des essais de type A et est quasiment égale à la valeur MaxTT de l'essai FTFT. Les plans d'essai de type C prêts à l'emploi incluent les valeurs vraies de α, β (données dans le Tableau 5), qui sont très proches des valeurs nominales.	La valeur ETT des essais de type C est bien plus élevée que celle des essais de type A. Un ensemble très limité de plans d'essai de type C prêts à l'emploi est disponible (uniquement pour $D = 1,7$). Le développement de plans supplémentaires exige d'appliquer un processus itératif chronophage.
Essais FTFT - plans d'essai de type B prêts à l'emploi de l'Article 7, et des essais supplémentaires pouvant être planifiés selon l'Article 8. - essais tronqués à durée calendaire sans remplacement, pouvant être planifiés selon l'Article 9. 	L'utilisateur peut développer des plans d'essai supplémentaires en utilisant une feuille de calcul. La valeur MaxTT des essais FTFT est plus faible que celle des essais de type A. Administration aisée et temps d'essai cumulé connu pour la décision d'acceptation.	La valeur ETT est bien plus élevée que celle des autres essais énumérés ici.

Essais combinés Plans d'essai de l'Article 10. 	Les entités très fiables soumises à essai sont acceptées plus rapidement que dans les plans d'essai de type C, alors que des entités présentant des défaillances précoces dans l'essai ne sont pas rejetées rapidement. La valeur MaxTT des essais de type D est égale à celle des essais de type C.	Un ensemble très limité de plans d'essai de type D prêts à l'emploi est disponible (uniquement pour $D = 1,7$). Le développement de plans supplémentaires exige d'appliquer un processus itératif, complexe et chronophage.
---	--	---



NOTE 1 La présente Figure 1 est tracée pour $D = 1,7$, $\alpha' = \beta' = 10\%$.

NOTE 2 Les plans A.17, C.3 et D.3 correspondent à des essais issus respectivement du Tableau 4, du Tableau 5 et du Tableau 7.

NOTE 3 B est l'essai FTFT virtuel mené selon l'Article 8, avec les caractéristiques données dans la NOTE 1. Sa valeur T_e^*/m_0 est calculée conformément à l'Annex F. L'essai est virtuel car son nombre acceptable de défaillances n'est pas un nombre entier.

Figure 1 – Valeurs ETT relative (T_e^*/m_0) et MaxTT (T_t^*/m_0) de différents essais avec les mêmes risques

5 Procédure générale d'essai

5.1 Conditions d'essai

Un guide sur les modalités de planification, de réalisation, d'analyse et de production de rapport sur un essai peut être consulté dans l'IEC 60300-3-5. Les conditions d'essai peuvent être trouvées dans l'IEC 60605-2 et l'IEC 60300-3-5.

Tous ces types d'essais peuvent être accélérés pour répondre à des exigences de fiabilité élevées et réduire le délai de mise sur le marché (voir IEC 62506 [11]). Les profils de mission

et les profils environnementaux de cycle de vie, ainsi que les conditions d'essai, sont les suivants.

- Il convient d'utiliser les profils de mission pour déterminer les spécifications d'environnement et de les obtenir à partir du profil de vie opérationnel défini par l'équipement ou les exigences du système. Si cette information n'est pas fournie dans la documentation contractuelle d'origine, il est recommandé de prendre des dispositions pour définir les profils de mission et les spécifications d'environnement de l'équipement. Ici, le terme "équipement" se substitue au terme général et plus approprié "entité" afin de correspondre à la terminologie des normes de référence.
- Il convient que cette détermination utilise des données historiques sur des applications d'équipement similaires et des plates-formes de montage similaires, et que l'effet de l'emplacement de l'équipement dans la plate-forme soit pris en compte. Chaque événement significatif du cycle de vie doit être pris en compte, en incluant le transport, la manipulation, l'installation et les essais de même que la catégorie de plate-forme et les conditions de fonctionnement.
- Il convient de reproduire les conditions d'environnement d'essai (pour la croissance de la fiabilité, la qualification, les essais d'acceptation). Il est recommandé que tous les types d'essais soient réalisés sous l'influence de conditions d'essai appropriées, dont la combinaison est prévue dans les environnements utilisés.
- Il y a lieu de déterminer le niveau d'essai pour ces conditions d'essai à partir du profil de mission et du profil environnemental de l'équipement:
 - lorsque l'équipement est conçu pour une application à mission unique ou pour un type de mission répétitif, il existe une relation simple entre le profil d'essai, le profil de mission et le profil environnemental de cycle de vie. Il convient que les conditions d'essai simulent le niveau de contraintes pendant la mission;
 - si l'équipement est conçu pour de multiples missions et conditions d'environnement, il est recommandé que le profil d'essai représente une combinaison de ces missions, avec les niveaux d'essai et les durées établis d'après le pourcentage de chaque type de mission prévu pendant le cycle de vie de l'équipement. Pour déterminer des conditions et niveaux d'essai réalistes, il convient de mesurer les environnements réels (plus particulièrement la température et les vibrations) à l'endroit où l'équipement est destiné à être fixé pendant son fonctionnement en conditions réelles;
 - si des modifications de conception sont apportées pendant l'essai, le temps d'essai cumulé doit commencer à 0 après intégration des modifications dans les entités soumises à essai, sauf accord contraire spécifique entre les parties, la justification étant mentionnée dans le rapport d'essai (voir l'IEC 60300-3-5 et l'IEC 61014 [13]).

5.2 Caractéristiques générales des plans d'essai

Tous les plans d'essai et tous les critères de décision sont fondés sur l'une ou l'autre des caractéristiques suivantes:

- un nombre acceptable de défaillances survenant au cours d'un temps d'essai spécifié;
- un temps d'essai acceptable pour un nombre spécifié de défaillances.

Les critères détaillés relatifs aux plans d'essai, variantes incluses, sont spécifiés en 6.3, 7.3, 8.4 et 9.3.

5.3 Données à consigner

Les données suivantes doivent être consignées pour la mise en application des méthodes statistiques définies dans le présent document:

- le nombre de défaillances observées;
- le temps d'essai cumulé.

S'il est nécessaire de vérifier l'hypothèse exposée en 4.1, l'information suivante doit également être consignée:

– l'instant où se produit chaque défaillance.

5.4 Calcul du temps d'essai cumulé, T^*

Chaque fois que le terme "temps" est utilisé dans le présent document, il peut être remplacé par d'autres mesures similaires de durée de fonctionnement pour la ou les entités soumises à essai, par exemple la distance, les cycles d'exploitation, les cycles de démarrage et d'arrêt, etc. (voir IEC 60605-2).

Le temps d'essai cumulé T^* est calculé comme étant la somme des temps d'essai cumulés par chaque entité au cours de l'essai. Lorsqu'au moins deux entités soumises à essai sont réparées, le temps d'essai cumulé est égal à la somme de tous les temps de fonctionnement (à l'exclusion des temps de réparation et autres temps d'indisponibilité).

Lorsque n entités sont soumises à essai en même temps, le temps d'essai cumulé peut être déterminé en utilisant les formules suivantes:

$T^* = nt_t^*$ pour les essais avec remplacement des entités défaillantes;

$T^* = (n-r)t_t^* + \sum_{i=1}^r t_i$ pour les essais sans remplacement des entités défaillantes;

où

n est le nombre d'entités au début de l'essai;

t_t^* est le temps de troncature d'essai;

t_i est le temps d'essai des entités défaillantes;

r est le nombre d'entités défaillantes.

Il est nécessaire de contrôler les entités contrôlées pendant l'essai de façon à remplacer les entités défaillantes, enregistrer les temps d'essai accumulés et, lorsque cela est exigé, consigner les temps avant défaillance (voir 5.3).

Plusieurs entités peuvent être soumises à essai de manière simultanée ou séquentielle. La taille d'échantillon recommandée est $n \geq 1$ avec remplacement, et $n \geq r_0 + 1$ (Articles 6 et 10) et $n \geq c + 1$ (Articles 7, 8 et 9) sans remplacement.

La durée calendaire est utilisée pour établir le temps d'essai lorsque plusieurs entités sont soumises à essai simultanément (voir Article 9).

Le calcul du temps d'essai cumulé lorsque des entités sont soumises à essai alors que cet essai a déjà commencé, ou lorsque des entités sont retirées de l'essai avant qu'il ne soit terminé (censure), doit être conforme à l'IEC 60300-3-5 et à l'IEC 60605-4:2001, Annexe C. Le temps d'essai cumulé est normalement comptabilisé comme temps de fonctionnement. Si les parties prenantes à l'essai souhaitent inclure d'autres modes de fonctionnement, tels que "inactif" ou "passif" dans le temps d'essai, par exemple dans un cycle d'essai, ceci doit être spécifié et faire l'objet d'un accord avant que l'essai ne démarre (il doit être conforme à l'IEC 60605-2).

5.5 Nombre de défaillances

Dans le présent document, le résultat de l'essai est déterminé par le temps d'essai et le nombre de défaillances. Cependant, dans la pratique, les défaillances peuvent avoir des conséquences très différentes. Il convient, par conséquent, que l'utilisateur prenne en compte la possibilité que certaines défaillances soient tellement critiques que l'essai échoue bien que le nombre total de défaillances ne soit pas dépassé. En variante, certaines défaillances peuvent avoir des conséquences si insignifiantes qu'il convient de ne pas les considérer comme des défaillances pertinentes. Toutes les défaillances sont comptabilisées, sauf lorsqu'elles peuvent être

classées comme non appropriées, par exemple si elles sont provoquées par des facteurs non pertinents pour la fiabilité de l'entité dans son contexte d'utilisation. Il convient que les parties s'accordent sur de telles règles de classification avant le début de l'essai (voir IEC 60300-3-5). La reclassification des défaillances exige un accord entre les parties et doit être justifiée dans le rapport d'essai.

6 Plans d'essai de rapport de probabilité progressif (SPRT) tronqués

6.1 Généralités

Les essais SPRT sont caractérisés par des règles de décision relatives à l'acceptation ou au rejet de la conformité, ou à la poursuite de l'essai à n'importe quel moment de l'essai. Les règles sont déterminées par des valeurs de risques et par un rapport de discrimination choisis. Il faut spécifier une valeur m_0 pour mettre en œuvre un plan d'essai. Une vue d'ensemble des plans d'essai est donnée en 6.6. Les limites du plan d'essai et un exemple sont donnés à l'Annex A. Les essais SPRT de type A (à troncature optimale) sont déterminés à l'aide d'une méthodologie basée sur les références [5], [6], [7].

L'essai SPRT de type C (à troncature maximale) est déterminé à l'aide d'une méthodologie différente, basée sur la GOST R 27.402 [12]. Des descriptions des procédures itératives pour la création de ces plans d'essai peuvent être consultées à l'Annex H. Une vue d'ensemble des plans d'essai pour les essais de type C est donnée en 6.6. Une comparaison des essais de types C et D est donnée à l'Annex B.

6.2 Procédure d'essai commune

Il convient que la procédure d'essai comprenne les étapes suivantes.

- Décider des conditions d'environnement combinées à appliquer pendant l'essai, en se basant sur l'analyse pour déterminer les conditions d'essai appropriées (voir 5.1 et l'IEC 60300-3-5).
- Spécifier la valeur m_0 , selon l'exigence ou l'accord conclu.
- Choisir les risques, α et β , et le rapport de discrimination, D , en tenant compte du fait que les valeurs basses de α , β et D améliorent la performance de l'essai, mais exigent d'augmenter le temps d'essai ou le nombre d'entités, ou les deux.
- Sélectionner un plan d'essai approprié à partir du Tableau 4, du Tableau 5 et de l'Annex A.
- Consigner les temps d'essai, T_a^* pour la décision d'acceptation, et T_r^* pour la décision de rejet (Annex A).
- Réaliser l'essai et appliquer les critères de décision conformément à 6.3.

6.3 Critères de décision

Le temps d'essai cumulé et le nombre de défaillances doivent être comparés aux critères d'acceptation et de rejet, de manière continue pendant l'essai (Figure 2) ou à des intervalles de temps n'excédant pas la durée du cycle d'essai ou l'intervalle adopté pour les contrôles (voir 5.1 et l'IEC 60300-3-5:2001, 7.1.3). Les critères suivants doivent s'appliquer.

Accepter l'hypothèse de conformité si la durée écoulée $T^* \geq T_a^*$ pour la valeur observée $r \leq r_0$.
L'exigence spécifiée est considérée comme étant satisfaite.

Poursuivre l'essai si la durée écoulée T^* se situe entre les limites $T_r^* < T^* < T_a^*$ pour la valeur observée $r \leq r_0$.

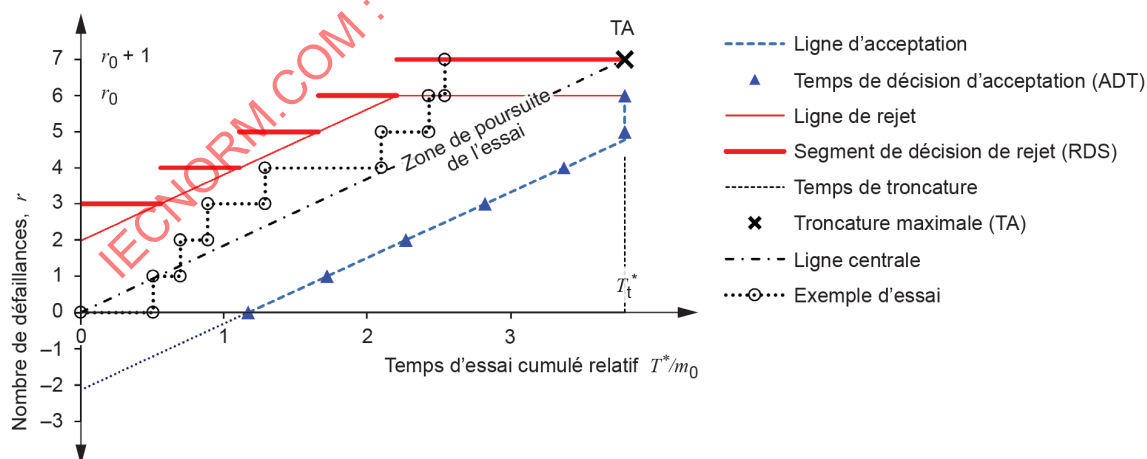
Aucune décision ne peut être prise.

Rejeter l'hypothèse de conformité si la durée écoulée $T^* \leq T_r^*$ pour la valeur observée $r \leq r_0$, ou si $r \geq r_0 + 1$.

L'exigence spécifiée est considérée comme n'étant pas satisfaite.

Des explications sont données ci-dessous pour le schéma d'essai SPRT et l'exemple d'essai associé, représentés à la Figure 2:

- la ligne d'acceptation constitue la limite pour l'acceptation;
- les temps de décision d'acceptation (ADT) sont des points sur la ligne d'acceptation correspondant à l'arrêt de l'essai;
- la ligne de rejet constitue la limite pour le rejet, définie par le point de passage sur cette ligne de rejet;
- les segments de décision de rejet (RDS) sont des segments correspondant à l'arrêt de l'essai avec une décision de rejet;
- la ligne centrale est une ligne parallèle aux lignes d'acceptation et de rejet et passant par l'origine;
- temps de troncature (T_t^*);
- l'exemple d'essai est un exemple de réalisation d'un essai.



IEC

NOTE Le tracé de la présente Figure 2 correspond au plan d'essai A.41 (Tableau 4, $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10,0\%$).

Figure 2 – Schéma d'essai SPRT et exemple d'essai

6.4 Courbe d'efficacité (OC)

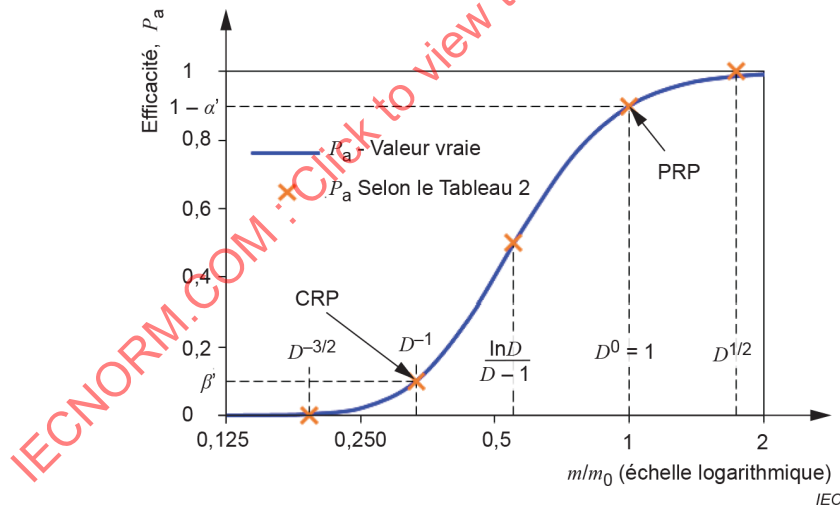
Pour tous les essais décrits dans le présent document (incluant les essais autres que les essais SPRT), les points d'approximation suivants de la courbe d'efficacité sont donnés dans le Tableau 2 et représentés à la Figure 3. L'approximation est basée sur deux points d'efficacité donnés: CRP et PRP. Cette approximation présente une exactitude suffisante à des fins pratiques.

Tableau 2 – Courbe d'efficacité

<i>m</i>		<i>P_a</i>
Désignation	Valeur	
<i>m_H</i>	$m_0 D^{0,5}$	~ 1
<i>m₀</i>	m_0	$1 - \alpha'$
<i>m_S</i>	$m_0 \frac{\ln D}{D - 1}$	$\frac{\ln(1 - \beta') - \ln \alpha'}{\ln(1 - \beta') - \ln \alpha' - \ln \beta' + \ln(1 - \alpha')}$
<i>m₁</i>	$m_1 = m_0 D^{-1}$	β'
<i>m_L</i>	$m_0 D^{-1,5}$	~ 0

NOTE 1 Pour le cas $\alpha' = \beta'$, $P_a(m_S) = 0,5$.

NOTE 2 Le tableau est pertinent pour tous les essais du présent document.



NOTE Le tracé de la présente Figure 3 correspond à $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10,0 \%$ (plan d'essai A.41).

Figure 3 – Courbe d'efficacité, *P_a*

NOTE 1 La procédure pour le calcul exact de l'efficacité d'un plan d'essai à ses limites est donnée dans la référence [2]. Une autre procédure visant la même finalité est donnée à l'Annex D. Ces procédures sont relativement difficiles à mettre en œuvre avec une feuille de calcul.

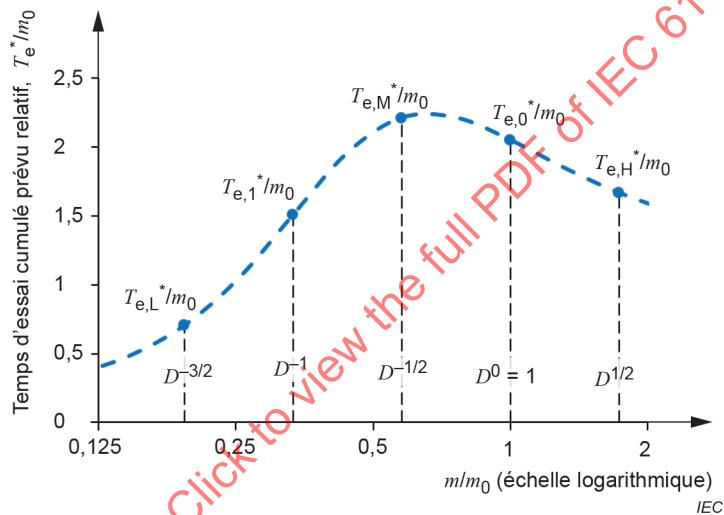
NOTE 2 Il est possible de définir une approximation de l'efficacité avec une exactitude élevée, en se basant sur la formule de Wald [1] ou la formule applicable aux essais FTFT. Ces approximations sont basées sur les points CRP et PRP; elles n'exigent pas de connaître les limites de l'essai et peuvent être définies en utilisant une feuille de calcul. L'une des finalités de ces approximations est d'obtenir davantage de points d'efficacité que ceux donnés dans le Tableau 2. La procédure d'approximation selon la formule de Wald (plus appropriée pour les essais de type A) est décrite à l'Annex D, et la procédure basée sur la formule applicable aux essais FTFT (plus appropriée pour les essais de types C et D) est décrite aux Articles E.4 et F.8. En outre, la méthodologie détaillée pour calculer l'approximation de l'efficacité est décrite en [4], sous-section 2.2 et [5], Annexe A.

6.5 Temps d’essai cumulé prévu pour décision (ETT)

Pour un essai SPRT quelconque du Tableau 4, la courbe de la valeur ETT relative est définie par 5 points $\left(T_{e,j}^*/m_0\right)$ en fonction de la valeur vraie du rapport m_j/m_0 (conformément au Tableau 3 et à la Figure 4).

Tableau 3 – Valeur ETT relative en fonction de m / m_0

m / m_0	$m_L/m_0 = D^{-3/2}$	$m_1/m_0 = D^{-1}$	$m_M/m_0 = D^{-1/2}$	$m_0/m_0 = D^0$	$m_H/m_0 = D^{1/2}$
$T_{e,j}^*/m_0$	$T_{e,L}^*/m_0$	$T_{e,1}^*/m_0$	$T_{e,M}^*/m_0$	$T_{e,0}^*/m_0$	$T_{e,H}^*/m_0$
NOTE $j = L, 0, M, 1, H$ (voir Figure 4).					



NOTE La présente Figure 4 est tracée pour $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10,0 \%$.

Figure 4 – Essai SPRT – Courbe du temps d’essai cumulé prévu pour décision (ETT)

Le nombre de défaillances prévu avant de prendre une décision est calculé comme suit:

$$r_e = T_e^*/m \tag{1}$$

Le temps d’essai prévu avant de prendre une décision, dans l’essai avec remplacement, est calculé comme suit:

$$t_e^* = T_e^*/n \tag{2}$$

Lorsque l'essai est sans remplacement, le temps d'essai prévu pour arriver à une décision pour $n \geq r_0 + 1$ entités soumises à essai est calculé comme suit [2]:

$$t_e^* = m \ln \left(\frac{n}{n - r_e} \right) \quad (3)$$

où r_e est déduit de la Formule (1).

6.6 Vue d'ensemble des plans d'essai

Le Tableau 4 et le Tableau 5 présentent les paramètres des caractéristiques des plans d'essai SPRT de types A et C, respectivement. Ces paramètres sont suffisants pour choisir un plan d'essai spécifique. Les paramètres pour les limites de chaque essai sont données à l'Annex A. Un exemple de plan d'essai SPRT est donné à l'Article A.3.

Tableau 4 – Vue d'ensemble des plans d'essai SPRT de type A

Plan d'essai n°	Caractéristiques du plan			Temps d'essai minimal (acceptation à 0 défaillance)	ETT par multiples de m_0 pour différentes valeurs m					Temps de troncature d'essai par multiples de m_0
	Rapport de discrimination	Risques vrais			$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$	
					$\frac{T_{e,L}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,0}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,H}^*}{m_0}$	
A.1	1,5	5	5	6,54	13,6	27,0	40,8	30,5	19,3	63,93
A.2	1,5	5	10	5,24	13,8	24,8	31,8	23,7	15,4	48,37
A.3	1,5	5	20	3,61	12,5	19,5	21,5	15,8	10,5	36,22
A.4	1,5	10	5	6,60	11,1	21,3	32,1	27,9	19,2	48,69
A.5	1,5	10	10	5,03	10,4	18,3	24,2	20,6	14,5	37,96
A.6	1,5	10	20	3,63	9,8	14,5	16,4	13,8	10,3	24,97
A.7	1,5	10	40	1,99	6,3	7,6	7,7	6,6	5,3	13,70
A.8	1,5	20	5	6,09	7,6	14,2	21,8	21,9	17,0	37,39
A.9	1,5	20	10	4,71	7,5	12,4	16,4	16,0	12,8	25,92
A.10	1,5	20	20	3,23	6,3	8,8	10,2	9,8	8,3	16,09
A.11	1,5	30	30	1,88	3,0	3,5	3,9	3,9	3,7	6,44
A.12	1,5	40	10	3,97	4,0	6,0	7,9	8,8	8,6	14,26
A.13	1,7	5	5	4,65	7,1	14,6	22,3	16,9	11,1	34,80
A.14	1,7	5	10	3,70	7,1	13,3	17,3	13,1	8,8	26,50
A.15	1,7	5	20	2,55	6,4	10,4	11,7	8,7	6,0	19,87
A.16	1,7	10	5	4,70	5,9	11,6	17,6	15,6	11,1	26,38
A.17	1,7	10	10	3,59	5,6	10,0	13,3	11,5	8,4	20,38
A.18	1,7	10	20	2,54	5,1	7,7	8,9	7,6	5,8	13,70
A.19	1,7	10	40	1,45	3,4	4,2	4,2	3,7	3,1	7,11
A.20	1,7	20	5	4,35	4,1	7,7	12,0	12,2	9,8	20,18
A.21	1,7	20	10	3,41	3,9	6,6	8,9	8,9	7,4	14,10
A.22	1,7	20	20	2,22	3,2	4,7	5,5	5,4	4,6	9,03

Plan d'essai n°	Caractéristiques du plan			Temps d'essai minimal (acceptation à 0 défaillance)	ETT par multiples de m_0 pour différentes valeurs m					Temps de troncature d'essai par multiples de m_0
	Rapport de discrimination	Risques vrais			$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$	
D	$\alpha' \%$	$\beta' \%$	$\frac{T_{a,min}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,L}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,0}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,H}^*}{m_0}$	$\frac{T_t^*}{m_0}$	
A.23	1,7	30	30	1,29	1,5	1,9	2,1	2,1	2,1	3,76
A.24	1,7	40	10	2,81	2,1	3,3	4,4	4,9	4,9	7,75
A.25	2	5	5	3,24	3,6	7,7	11,9	9,3	6,3	18,65
A.26	2	5	10	2,59	3,7	7,1	9,3	7,2	5,0	14,00
A.27	2	5	20	1,75	3,2	5,4	6,2	4,7	3,4	10,82
A.28	2	10	5	3,24	3,0	6,1	9,4	8,5	6,2	14,29
A.29	2	10	10	2,49	2,8	5,2	7,1	6,3	4,7	11,00
A.30	2	10	20	1,69	2,4	3,9	4,6	4,0	3,2	7,81
A.31	2	10	40	0,95	1,7	2,1	2,2	2,0	1,7	3,98
A.32	2	20	5	2,97	2,0	4,0	6,4	6,6	5,5	11,28
A.33	2	20	10	2,29	1,9	3,4	4,7	4,8	4,1	7,95
A.34	2	20	20	1,54	1,7	2,5	3,0	2,9	2,6	4,79
A.35	2	30	30	0,88	0,8	1,0	1,1	1,2	1,2	2,05
A.36	2	40	10	1,85	1,0	1,6	2,2	2,6	2,6	4,82
A.37	3	5	5	1,59	0,9	2,3	3,8	3,1	2,3	6,01
A.38	3	5	10	1,24	0,9	2,1	2,9	2,4	1,8	4,65
A.39	3	5	20	0,87	0,9	1,6	2,0	1,6	1,2	3,34
A.40	3	10	5	1,60	0,8	1,8	3,0	2,8	2,3	4,58
A.41	3	10	10	1,17	0,7	1,5	2,2	2,0	1,7	3,80
A.42	3	10	20	0,82	0,7	1,2	1,5	1,3	1,1	2,48
A.43	3	10	40	0,47	0,5	0,6	0,7	0,7	0,6	1,19
A.44	3	20	5	1,47	0,5	1,2	2,0	2,2	2,0	3,67
A.45	3	20	10	1,17	0,6	1,1	1,6	1,7	1,5	2,32
A.46	3	20	20	0,73	0,4	0,7	0,9	1,0	0,9	1,61
A.47	3	30	30	0,42	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	1,08
A.48	3	40	10	0,95	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0	1,36
A.49	5	5	5	0,76	0,2	0,7	1,3	1,1	0,9	2,40
A.50	5	5	10	0,58	0,2	0,6	1,0	0,9	0,7	1,88
A.51	5	5	20	0,40	0,2	0,5	0,7	0,6	0,5	1,39
A.52	5	10	5	0,76	0,2	0,6	1,0	1,0	0,9	1,71
A.53	5	10	10	0,56	0,2	0,5	0,8	0,7	0,7	1,58
A.54	5	10	20	0,38	0,2	0,4	0,5	0,5	0,4	1,09
A.55	5	10	40	0,21	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,55
A.56	5	20	5	0,71	0,1	0,4	0,7	0,8	0,8	1,41
A.57	5	20	10	0,54	0,2	0,3	0,5	0,6	0,6	0,87
A.58	5	20	20	0,35	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,78
A.59	5	23,5	26,2	0,27	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,39
A.60	5	37,2	9,8	0,46	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,55

Tableau 5 – Vue d'ensemble des plans d'essai SPRT de type C

Plan d'es-sai n°	Caractéristiques du plan			Temps d'essai minimal (acceptation à 0 défaillance)	ETT par multiples de m_0 pour différentes valeurs m					Temps de troncature d'essai par multiples de m_0
	Rapport de discri-mination	Risques vrais			$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$	
		D	α %	β %	$\frac{T_{a,min}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,L}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,0}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,H}^*}{m_0}$
C.1	1,7	5	5	7,58	10,3	18,9	26,0	23,9	17,3	29,30
C.2	1,7	10	5	5,03	10,1	16,3	19,8	16,6	11,8	24,24
C.3	1,7	10	10	4,43	8,9	13,0	15,1	13,3	10,1	18,03
C.4	1,7	15	5	5,84	9,9	14,2	17,2	16,4	13,1	19,90
C.5	1,7	20	10	4,02	5,5	8,2	10,1	10,0	8,6	12,60
C.6	1,7	20	20	2,34	3,8	5,1	5,8	5,6	4,8	8,30
C.7	1,7	30	20	2,10	2,6	3,3	3,9	4,0	3,7	5,50
C.8	1,7	30	30	1,28	1,5	1,8	2,0	2,1	2,0	3,80

7 Plans d'essai à temps fixé/à nombre fixé de défaillances – Plans d'essai à durée fixe (jusqu'à acceptation)

7.1 Généralités

Les plans d'essai à temps fixé/à nombre fixé de défaillances (FTFT) sont caractérisés par des règles de décision relatives à l'acceptation ou au rejet de la conformité, lorsque le temps d'essai jusqu'à l'arrêt de l'essai est écoulé ou lorsque le nombre acceptable de défaillances est dépassé. Ces plans d'essai sont déterminés par des valeurs de risques et par un rapport de discrimination choisis. Pour mettre en œuvre un plan d'essai, la valeur m_0 doit être spécifiée (ou déduite).

Les plans FTFT ont pour avantages leur simplicité d'administration, et le fait que le temps d'essai cumulé pour la décision d'acceptation soit connu avant l'essai, ce qui est important pour planifier et réserver l'équipement d'essai.

Il existe quatre types d'essais à durée fixe:

- essais tronqués avec remplacement;
- essais tronqués sans remplacement;
- essais censurés avec remplacement;
- essais censurés sans remplacement.

Les plans d'essai mentionnés en (a) et (c) diffèrent uniquement par la représentation, sur les graphiques, des limites de l'essai. Dans le cas (a), l'axe des abscisses correspond au temps et l'axe des ordonnées au nombre de défaillances. Dans le cas (c), l'axe des abscisses correspond au nombre de défaillances et l'axe des ordonnées au temps. Ce constat est également valide pour la paire (b) et (d).

Dans le présent document, les Articles 7 à 9 et l'Annex E, l'Annex F et l'Annex G sont dédiés aux FTFT.

L'Article 7 contient 13 essais FTFT prêts à l'emploi (plans d'essai de type B, voir Tableau 6); aucun calcul supplémentaire n'est exigé pour les utiliser. Des exemples d'application des plans d'essai de type B sont donnés à l'Article E.3, et des références mathématiques à l'Annex E.

L'Article 8 est dédié à la conception d'essais FTFT supplémentaires (en variante). Les références mathématiques et les algorithmes pour la conception sont donnés à l'Annex E. L'Annex F décrit la conception d'un essai FTFT à l'aide d'une feuille de calcul, et représente la conception à l'aide de nombreux exemples.

L'Article 9 est dédié aux essais FTFT à durée calendaire pour des entités non remplacées. Des exemples et des références mathématiques pour les plans d'essai sont donnés à l'Annex G.

7.2 Procédure d'essai commune

Il convient que la procédure d'essai comprenne les étapes suivantes.

- Décider des conditions d'environnement combinées à appliquer pendant l'essai, en se basant sur l'analyse pour déterminer les conditions d'essai appropriées (voir 5.1 et l'IEC 60300-3-5).
- Spécifier la valeur m_0 selon l'exigence ou l'accord conclu.
- Choisir un plan d'essai approprié dans le Tableau 6, en prenant en compte le fait que les valeurs basses de α , β et D améliorent la performance de l'essai, mais exigent d'augmenter le temps d'essai ou le nombre d'entités, ou les deux.
- Obtenir à partir du Tableau 6 les temps d'essai cumulés jusqu'à l'arrêt de l'essai, T_t^* , et le nombre acceptable de défaillances, c .
- Réaliser l'essai et appliquer les critères de décision conformément à 7.3.

7.3 Critères de décision

Les critères de décision suivants doivent s'appliquer.

Accepter l'essai si $r \leq c$ à T_t^* .

L'exigence spécifiée est considérée comme étant satisfaite.

Rejeter l'essai si $r > c$ à ou avant T_t^* .

L'exigence spécifiée est considérée comme n'étant pas satisfaite.

7.4 Plans d'essai

Le Tableau 6 synthétise les plans d'essai FTFT recommandés. Le temps d'essai est cumulé soit jusqu'à ce qu'un temps d'essai prédéterminé soit écoulé (acceptation), soit jusqu'à ce qu'un nombre prédéterminé de défaillances ait été dépassé (rejet).

Pour un essai FTFT quelconque du Tableau 6, la courbe ETT est définie par 5 points ($T_{e,j}^*/m_0$ en fonction de la valeur vraie de m) (également définis dans le Tableau 6), conformément au Tableau 3 et à la Figure 1.

Pour un essai FTFT quelconque, les cinq points d'approximation de l'efficacité sont donnés dans le Tableau 2 et l'exemple est représenté à la Figure 3. Le calcul exact de l'efficacité à l'aide de la feuille de calcul est donné à l'Annex F.

Tableau 6 – Plans d'essai FTFT de type B

Plan d'essai n°	Caractéristiques du plan			Temps d'essai pour arrêt	Nombre acceptable de défaillances	ETT par multiples de m_0 pour différentes valeurs m				
	Risques vrais		Rapport de discrimination			$m_L = m_0 D^{-1,5}$	$m_1 = m_0 D^{-1}$	$m_M = m_0 D^{-0,5}$	m_0	$m_H = m_0 D^{0,5}$
	$\alpha' \%$	$\beta' \%$	D	T_t^*/m_0	c	$T_{e,L}^*/m_0$	$T_{e,1}^*/m_0$	$T_{e,M}^*/m_0$	$T_{e,0}^*/m_0$	$T_{e,H}^*/m_0$
B.1	4,96	4,84	1,5	54,10	66	36,5	44,5	51,7	54,0	54,1
B.2	4,97	4,99	2	15,71	22	8,1	11,4	14,6	15,6	15,7
B.3	5,35	5,40	3	4,76	8	1,7	3,0	4,3	4,7	4,8
B.4	4,25	4,29	5	1,88	4	0,4	1,0	1,7	1,9	1,9
B.5	10,00	10,20	1,5	32,14	39	21,8	26,4	30,3	31,9	32,1
B.6	10,00	10,07	2	9,47	13	4,9	6,9	8,6	9,3	9,5
B.7	9,40	9,90	3	3,10	5	1,2	1,9	2,7	3,0	3,1
B.8	9,96	9,48	5	1,08	2	0,3	0,6	0,9	1,0	1,1
B.9	19,49	19,94	1,5	14,30	17	9,8	11,6	13,1	13,9	14,2
B.10	20,40	20,44	2	3,93	5	2,1	2,8	3,4	3,7	3,9
B.11	18,37	18,40	3	1,47	2	0,6	0,9	1,2	1,4	1,4
B.12	29,99	29,95	1,5	5,41	6	3,7	4,2	4,7	5,0	5,2
B.13	28,28	28,54	2	1,85	2	1,0	1,3	1,5	1,7	1,8

8 Conception de variantes de plans d'essai tronqués/censurés (FTFT)

8.1 Généralités

Les plans d'essai FTFT décrits dans le présent Article 8 sont des variantes des plans d'essai FTFT prêts à l'emploi spécifiés à l'Article 7.

Les variantes de plans d'essai FTFT sont caractérisées par des règles de décision relatives à l'acceptation ou au rejet de la conformité, lorsque le temps d'essai jusqu'à l'arrêt de l'essai est écoulé, ou lorsque le nombre acceptable de défaillances est dépassé. Les plans d'essai sont déterminés par des valeurs de risques et par un temps d'essai choisis. Le temps d'essai est déterminé indépendamment de λ_0 , ce qui permet de concevoir des plans d'essai "sur mesure" afin de répondre à des besoins particuliers, par exemple en matière d'économie, de moyen d'exploitation ou de calendrier.

Pour mettre en œuvre un plan d'essai, il faut spécifier (ou déduire) la valeur λ_0 . La transformation entre λ_0 et m_0 est donnée en 3.2.2.

Il est également possible de choisir différents paramètres pour le plan d'essai et de déterminer les paramètres manquants, comme cela est indiqué à l'Annex E et à l'Annex F. Plus spécifiquement, l'Annex E contient les références mathématiques pour les plans d'essai FTFT; l'Annex F décrit la conception d'un essai FTFT à l'aide d'une feuille de calcul et représente la conception à l'aide de nombreux exemples.

8.2 Procédures de conception

Les procédures données à l'Annex E et à l'Annex F peuvent être appliquées directement aux essais pour lesquels:

- un remplacement est effectué, et les temps de remplacement/réparation sont négligeables;
- aucun remplacement n'est effectué, et la condition $\lambda_0 t_t^* < 0,1$ est valide.

Dans de tels cas, $T_t^* = nt_t^*$.

Toutefois, les procédures peuvent également être appliquées à des essais pour lesquels:

- un remplacement est effectué, et les temps de remplacement sont longs (en raison par exemple d'une réparation);
- aucun remplacement n'est effectué, et $\lambda_0 t_t^* > 0,1$.

Dans de tels cas, les formules comportant le temps d'essai cumulé, T_t^* (voir 5.4) doivent être utilisées, et nt_t^* doit être remplacé par T_t^* dans les formules. Cela implique que n et t_t^* ne peuvent pas être séparés.

Dans chaque cas, les valeurs de α et β égales à 5 %, 10 % ou 20 % doivent, s'il y a lieu, être considérées comme des valeurs préférentielles.

8.3 Procédure commune pour les essais FTFT

Les paramètres d'entrée pour l'essai peuvent être les ressources de l'essai (temps d'essai maximal et nombre d'entités soumises à essai disponibles), ou l'efficacité, ou bien une combinaison de ces paramètres.

Il convient que la procédure d'essai comprenne les étapes suivantes.

- Décider des conditions d'environnement combinées à appliquer pendant l'essai, en se basant sur l'analyse pour déterminer les conditions d'essai appropriées (voir 5.1 et l'IEC 60300-3-5).
- Spécifier la valeur acceptable de λ_0 (or m_0), selon l'exigence ou l'accord conclu.
- Choisir les risques, α and β , le temps d'essai pour chaque entité, t_t^* , et le nombre d'entités soumises à essai, n , selon les ressources.
- Concevoir le plan d'essai conformément à l'Annex E et l'Annex F.
- Évaluer le plan d'essai en tenant compte en particulier des ressources affectées à l'essai, et revoir éventuellement la conception avec des paramètres modifiés pour satisfaire à l'exigence.
- Réaliser l'essai en appliquant le temps d'essai établi, $T_t^* = nt_t^*$ et le nombre acceptable de défaillances déduit, c , puis appliquer les critères de décision conformément à 8.4.

8.4 Critères de décision

Les critères de décision suivants doivent s'appliquer.

Accepter l'essai si $r \leq c$ à T_t^* .

L'exigence spécifiée est considérée comme étant satisfaite.

Rejeter l'essai si $r > c$ à ou avant T_t^* .

L'exigence spécifiée est considérée comme n'étant pas satisfaite.

9 Plans d'essai tronqués (à durée calendaire)/censurés (FTFT) pour entités non remplacées

9.1 Généralités

Les essais FTFT à durée calendaire pour entités non remplacées sont caractérisés par des règles de décision relatives à l'acceptation ou au rejet de la conformité, lorsque le temps d'essai jusqu'à l'arrêt de l'essai est écoulé ou lorsque le nombre acceptable de défaillances est dépassé. Les plans d'essai sont déterminés par des valeurs de risques et par un rapport de discrimination choisis. Pour mettre en œuvre un plan d'essai, la valeur m_0 doit être spécifiée (ou déduite). La transformation entre λ_0 et m_0 est décrite en 3.2.2.

Étant donné qu'aucun remplacement n'est effectué, le nombre d'entités soumises à essai ne reste généralement pas constant et la durée cumulée de fonctionnement est indéterminée, et donc non pertinente. Par conséquent, il faut utiliser les plans d'essai de conformité pour une proportion de succès décrits dans l'IEC 61123:2019, Tableau 5. Une variante consiste à utiliser l'IEC 61710 (modèle de loi en puissance) [14] ou l'IEC 61649 (analyse de Weibull) [15].

Toutefois, si le nombre d'entités est important en comparaison du nombre de défaillances, les plans d'essai FTFT (voir Article 7) peuvent être utilisés.

Des exemples et des références mathématiques sont donnés à l'Annex G.

9.2 Procédure d'essai commune

Il convient que la procédure d'essai comprenne les étapes suivantes.

- Décider des conditions d'environnement combinées à appliquer pendant l'essai, en se basant sur l'analyse pour déterminer les conditions d'essai appropriées (voir 5.1 et l'IEC 60300-3-5).
- Spécifier la valeur λ_0 , selon l'exigence ou l'accord conclu.
- Choisir les risques, α et β , et le rapport de discrimination, D , en tenant compte du fait que les valeurs basses de α , β et D améliorent la performance de l'essai, mais exigent d'augmenter le temps d'essai et/ou le nombre d'entités.
- Choisir le temps de fin de l'essai, $t_{\text{cal},t}^*$, ou le nombre d'entités, n , et procéder au calcul, respectivement selon 9.4.2 ou 9.4.3.
- Choisir le plan d'essai approprié dans l'IEC 61123:2019, Tableau 5, en utilisant la valeur déduite de q_0 et la valeur calculée de n , afin d'obtenir le nombre acceptable de défaillances, c .
- Réaliser l'essai et appliquer les critères de décision conformément à 9.3.

9.3 Critères de décision

Les critères de décision comprennent les éléments suivants.

- | | |
|------------------|---|
| Accepter l'essai | si $r \leq c$ à $t_{\text{cal},t}^*$.
L'exigence spécifiée est considérée comme étant satisfaite. |
| Rejeter l'essai | si $r > c$ à ou avant $t_{\text{cal},t}^*$.
L'exigence spécifiée est considérée comme n'étant pas satisfaite. |

9.4 Utilisation de l'IEC 61123:2019, Tableau 5 pour les essais à durée calendaire fixe

9.4.1 Généralités

Deux procédures peuvent être utilisées. La première, décrite en 9.4.2, est utilisée lorsque le temps d'essai (maximal disponible) est indiqué. La seconde, décrite en 9.4.3, est utilisée lorsque le nombre d'entités (maximal disponible) est spécifié.

Les formules suivantes s'appliquent:

$$p_0 = 1 - q_0 = 1 - e^{-t/m_0} = 1 - e^{-\lambda_0 t} \quad (4)$$

où $t = t_{\text{cal},t}^*$

et la valeur déduite

$$t_{\text{cal},t}^* = -m_0 \cdot \ln(1 - p_0) = -m_0 \cdot \ln(q_0) \quad (5)$$

où

p_0 est le taux de défaillance acceptable;

q_0 est la proportion de succès acceptable, $q_0 = 1 - p_0$.

NOTE 1 Selon l'utilisation normale de l'IEC 61123:2019, p_0 ou q_0 est spécifié, mais dans ce cas, p_0 est déduit des valeurs spécifiées m_0 ou λ_0 , selon la Formule (4). Pour plus d'informations sur p_0 et q_0 , voir IEC 61123:2019.

NOTE 2 Dans ce cas, p_0 exprime la probabilité de défaillance $1 - R(t)$ pour $t = t_{\text{cal},t}^*$.

NOTE 3 Les procédures permettent uniquement de déterminer le produit nt^* .

9.4.2 Procédure relative à un temps d'essai déterminé

Il convient que la procédure d'essai comprenne les étapes suivantes.

- Choisir $t_{\text{cal},t}^* \leq 0,223$ et $m_0 = 0,223 / \lambda_0$ (de sorte que p_0 soit compris dans la plage de l'IEC 61123:2019, Tableau 5).
- Calculer p_0 à l'aide de la Formule (4).
- À l'aide de la Formule (5), ajuster si nécessaire $t_{\text{cal},t}^*$ afin d'obtenir une valeur $q_0 = 1 - p_0$ comme défini dans l'IEC 61123:2019, Tableau 5.
- À partir du Tableau 5 de l'IEC 61123:2019, choisir un plan d'essai correspondant qui satisfait aux exigences pour les valeurs α , β et D , et à partir de là, déterminer les valeurs n et c .

9.4.3 Procédure relative à un nombre d'entités déterminé

Il convient que la procédure d'essai comprenne les étapes suivantes.

- Dans l'IEC 61123:2019, Tableau 5, choisir un plan d'essai correspondant qui satisfait aux exigences pour les valeurs α , β et D , et avec une valeur n proche de la valeur n indiquée, et à partir de là, déterminer les valeurs $q_0 = 1 - p_0$, n et c .
- Calculer $t_{\text{cal},t}^*$ à l'aide de la Formule (5).

10 Plans d'essai combinés

10.1 Généralités

Les plans d'essai combinés utilisent une ligne de rejet avec un nombre de défaillances constant, alors que la ligne d'acceptation est une courbe (voir Figure 5 et le Tableau 1). Par conséquent, les entités soumises à essai avec une fiabilité élevée sont acceptées rapidement, alors que des entités avec de nombreuses défaillances précoces ne sont pas rejetées immédiatement. Les plans d'essai sont également adaptés à un programme d'essai, d'analyse et de correction (TAAF) étant donné que davantage d'informations sont collectées sur les modes de défaillance, par rapport aux essais SPRT. Les plans d'essai sont déduits en utilisant une procédure itérative qui est décrite à l'Annex H.

L'Article 10 contient les caractéristiques de 8 plans d'essai combinés prêts à l'emploi (plans d'essai de type D, voir Tableau 7). Les paramètres pour les limites de chaque essai sont donnés à l'Annex B. Elle contient également un exemple de tracé des limites pour ces paramètres; aucun calcul supplémentaire n'est exigé pour les utiliser.

10.2 Procédure d'essai commune

Il convient que la procédure d'essai comprenne les étapes suivantes.

- Décider des conditions d'environnement combinées à appliquer pendant l'essai, en se basant sur l'analyse pour déterminer les conditions d'essai appropriées (voir 5.1 et l'IEC 60300-3-5).
- Spécifier la valeur m_0 , selon l'exigence ou l'accord conclu.
- Choisir les risques, α et β , et le rapport de discrimination, D , en tenant compte du fait que les valeurs basses de α , β et D améliorent la performance de l'essai, mais exigent d'augmenter le temps d'essai et/ou le nombre d'entités.
- Sélectionner un plan d'essai approprié à partir du Tableau 7 et de l'Annex B.
- Consigner les temps d'essai, T_a^* , pour la décision d'acceptation, et le nombre de défaillances pour la décision de rejet, $r_0 + 1$ (voir).
- Réaliser l'essai et appliquer les critères de décision conformément à 10.3.

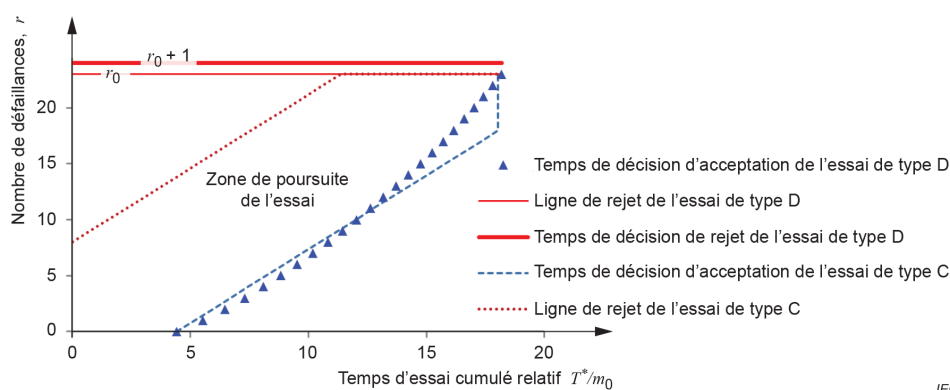
10.3 Critères de décision

Le temps d'essai cumulé et le nombre de défaillances doivent être comparés aux critères d'acceptation et de rejet de manière continue pendant l'essai, ou à des intervalles de temps suffisamment courts pour éviter d'introduire un biais substantiel dans les résultats d'essai (voir 5.1 et l'IEC 60300-3-5:2001, 7.1.3).

Les critères suivants doivent s'appliquer.

- | | |
|--------------------|---|
| Accepter l'essai | si la durée écoulée $T^* \geq T_a^*$ pour la valeur observée $r \leq r_0$.
L'exigence spécifiée est considérée comme étant satisfaite. |
| Poursuivre l'essai | si $T^* < T_a^*$ pour la valeur observée $r \leq r_0$.
Aucune décision ne peut être prise. |
| Rejeter l'essai | si le nombre de défaillances est $r \geq r_0 + 1$ au cours de l'essai.
L'exigence spécifiée est considérée comme n'étant pas satisfaite. |

La Figure 5 représente un exemple des limites d'un essai de type D, conforme aux critères ci-dessus. À des fins de comparaison, la figure représente les lignes d'acceptation et de rejet pour un essai SPRT de type C, à efficacité identique. Une comparaison des caractéristiques de ces essais est donnée en 4.3.2.



NOTE 1 Le tracé de la présente Figure 5 correspond aux plans d'essai D.3 et C.3 (voir respectivement Tableau 7 et Tableau 5, $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10\%$).

NOTE 2 La décision de rejet se prend lorsque les résultats d'essai observés montent au-delà de la ligne de rejet.

Figure 5 – Exemple de graphique de décision pour un plan d'essai combiné (type D) et pour un essai SPRT de type C

10.4 Plans d'essai

Le Tableau 7 donne les paramètres des caractéristiques pour les plans d'essai combinés. Ces paramètres sont suffisants pour choisir un plan d'essai spécifique. Les paramètres pour les limites de chaque essai sont donnés à l'Annex B. Celle-ci contient également des exemples de tracé des limites et caractéristiques de ces essais.

Pour un plan d'essai combiné quelconque du Tableau 7, la courbe ETT est définie par 5 points donnés dans le Tableau 7 ($T_{e,j}^*/m_0$ en fonction de la valeur vraie de m , conformément au Tableau 3 et à la Figure 1).

Pour un plan d'essai combiné quelconque, les cinq points d'approximation de l'efficacité sont donnés dans le Tableau 2 et l'exemple est représenté à la Figure 3. Les essais du Tableau 7 présentent un temps d'essai cumulé maximal (MaxTT) proche de la valeur MaxTT de l'essai FTFT (avec les mêmes valeurs D , α' et β'). Par conséquent, la courbe d'efficacité de ces essais de type D va exactement coïncider avec celle de l'essai FTFT correspondant. Dès lors, pour des calculs d'efficacité d'une haute exactitude, la procédure de l'Article E.4 et la feuille de calcul de l'Article F.8 peuvent être utilisées.

Tableau 7 – Vue d'ensemble des plans d'essai combinés de type D

Plan d'essai n°	Caractéristiques du plan			Temps d'essai minimal pour acceptation (à 0 défaut-lance)	ETT par multiples de m_0 pour différentes valeurs m					Temps d'essai cumulé maximal
	Rapport de discrimination	Risques vrais			$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$	
D	$\alpha' \%$	$\beta' \%$	$\frac{T_{a,min}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,L}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,0}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,H}^*}{m_0}$	$\frac{T_t^*}{m_0}$	
D.1	1,7	5	5	6,45	17,6	22,7	25,7	22,1	17,2	29,46
D.2	1,7	10	5	4,72	14,0	17,9	19,9	16,6	12,5	24,52
D.3	1,7	10	10	4,43	10,8	13,7	15,0	13,1	10,5	18,18
D.4	1,7	15	5	5,73	11,3	14,6	17,0	16,2	13,6	19,99
D.5	1,7	20	10	3,95	7,2	9,1	10,3	9,8	8,4	12,76
D.6	1,7	20	20	2,44	4,9	5,8	6,1	5,6	4,8	8,57
D.7	1,7	30	20	2,14	3,1	3,7	4,0	4,0	3,7	5,71
D.8	1,7	30	30	1,22	2,0	2,3	2,4	2,3	2,1	4,39

11 Réalisation de l'essai et présentation des résultats

Des recommandations sur les conditions d'essai et la gestion pratique de l'essai sont fournies en 5.1, dans l'IEC 60300-3-5 et dans l'IEC 60605-2.

Les informations suivantes doivent être données lors de la présentation des résultats d'un essai:

- les conditions d'essai (voir 5.1 et l'IEC 60300-3-5);
- l'identification des entités soumises à essai, le nombre d'entités soumises à essai et la possibilité de remplacement au cours de l'essai;
- le plan d'essai utilisé;
- la valeur acceptable spécifiée λ_0 ou m_0 ;
- les paramètres déterminés ou déduits pour le plan d'essai, par exemple les niveaux de risque, le rapport de discrimination, le temps d'essai cumulé jusqu'à l'arrêt de l'essai, le nombre acceptable de défaillances;
- le nombre de défaillances observées et la justification de toute défaillance classée comme non prise en compte;
- la définition du temps d'essai cumulé, plus particulièrement si des cycles d'essai ou plusieurs modes de mission sont utilisés;
- le temps d'essai cumulé lorsque l'essai est interrompu;
- le ou les résultats d'autres analyses, si cela est exigé;
- les conclusions.

Annexe A (normative)

Tableaux des limites des plans d'essai SPRT (essais de types A et C)

NOTE 1 Voir Article 6.

NOTE 2 Le contient des plans d'essai SPRT de type C issus de la GOST R 27.402 [12].

A.1 Symboles

Outre les symboles donnés en 3.2.2, les symboles suivants sont utilisés dans la présente Annex A:

- a intersection de la ligne d'acceptation et de l'axe r (voir Figure A.1)
- b pente des lignes d'acceptation et de rejet
- b^* pente associée (voir Formule (A.3) et Figure A.1)
- c intersection de la ligne de rejet et de l'axe r (voir Figure A.1)
- r_a ordonnée (nombre de défaillances) du point appartenant à la ligne d'acceptation
- r_r ordonnée (nombre de défaillances) du point appartenant à la ligne de rejet
- r_0 nombre maximal de défaillances possible pour la décision d'acceptation (voir Figure A.1)
- T_t^* temps d'essai cumulé, établi comme critère d'arrêt (voir Figure A.1)
- t^* temps d'essai pour chaque entité soumise à essai
- t_a^* temps d'essai pour chaque entité soumise à essai, établi comme critère d'acceptation
- t_r^* temps d'essai pour chaque entité soumise à essai, établi comme critère de rejet

A.2 Limites

Le et le présentent les données des limites des plans d'essai SPRT de types A et C, respectivement. Les données contiennent les constantes et les coordonnées extrêmes des limites, incluant r_0 et T_t^* (voir Figure A.1). Les formules des limites sont données ci-après.

Ligne d'acceptation:

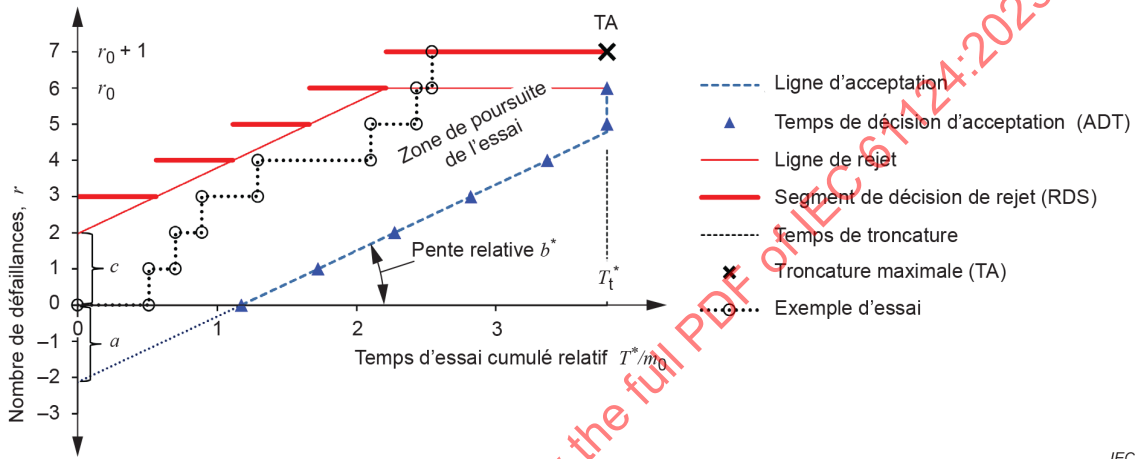
$$r_a = a + b^* \cdot T_t^* / m_0 \quad (\text{A.1})$$

Ligne de rejet:

$$r_r = c + b^* \cdot T^*/m_0 \quad (\text{A.2})$$

où

$$b^* = b \cdot m_0 = (D-1)/(\ln(D)) \quad (\text{A.3})$$



NOTE Le tracé de la présente Figure A.1 correspond au plan d'essai A.41 (Tableau 4, $D = 3$, $\alpha' = \beta' = 10,0 \%$).

Figure A.1 – Graphique de décision du plan d'essai SPRT

Plutôt que de tracer un graphique comme à la Figure A.1, le Tableau A.3 peut être utilisé. Les données figurant dans les trois colonnes de gauche dans le Tableau A.3 peuvent être déduites des Formules (A.1) et (A.2), respectivement pour les lignes d'acceptation et de rejet, écrites sous la forme suivante:

Ligne d'acceptation:

$$T^*/m_0 = (r_a - a)/b^* \quad (\text{A.4})$$

Ligne de rejet:

$$T^*/m_0 = (r_r - c)/b^* \quad (\text{A.5})$$

Les coordonnées extrêmes des limites, incluant r_0 et T_t^* , sont données dans le Tableau A.3.

Tableau A.1 – Constantes pour les formules des limites, et coordonnées de ces limites pour les plans d'essai SPRT de type A

Plan d'essai	Caractéristiques du plan d'essai			Constantes pour les formules des limites			Coordonnées pour les limites $\{T^* / m_0; r\}$							
							Ligne de rejet				Ligne d'acceptation			
	D	α' %	β' %	a	b^*	c	De		Jusqu'à		De		Jusqu'à	
							T	$r = c$	T	r_0	$T_{a,min}^*$	r	T_t^*	r
A.1	1,5	5	5	-8,07	1,233 3	7,90	0	7,90	56,84	78	6,54	0	63,93	70,78
A.2	1,5	5	10	-6,47	1,233 3	8,05	0	8,05	42,12	60	5,24	0	48,37	53,19
A.3	1,5	5	20	-4,45	1,233 3	7,51	0	7,51	31,21	46	3,61	0	36,22	40,22
A.4	1,5	10	5	-8,14	1,233 3	6,40	0	6,40	41,84	58	6,60	0	48,69	51,91
A.5	1,5	10	10	-6,21	1,233 3	6,05	0	6,05	32,39	46	5,03	0	37,96	40,61
A.6	1,5	10	20	-4,48	1,233 3	5,96	0	5,96	20,30	31	3,63	0	24,97	26,32
A.7	1,5	10	40	-2,46	1,233 3	4,59	0	4,59	10,87	18	1,99	0	13,70	14,44
A.8	1,5	20	5	-7,52	1,233 3	4,30	0	4,30	31,38	43	6,09	0	37,39	38,60
A.9	1,5	20	10	-5,81	1,233 3	4,36	0	4,36	20,79	30	4,71	0	25,92	26,16
A.10	1,5	20	20	-3,98	1,233 3	3,92	0	3,92	12,23	19	3,23	0	16,09	15,87
A.11	1,5	30	30	-2,32	1,233 3	2,35	0	2,35	3,77	7	1,88	0	6,44	5,62
A.12	1,5	40	10	-4,90	1,233 3	2,26	0	2,26	10,83	15	3,97	0	14,26	12,69
A.13	1,7	5	5	-6,13	1,319 4	6,04	0	6,04	29,53	45	4,65	0	34,80	39,79
A.14	1,7	5	10	-4,89	1,319 4	6,11	0	6,11	21,90	35	3,70	0	26,50	30,08
A.15	1,7	5	20	-3,36	1,319 4	5,67	0	5,67	16,17	27	2,55	0	19,87	22,85
A.16	1,7	10	5	-6,21	1,319 4	4,94	0	4,94	21,27	33	4,70	0	26,38	28,60
A.17	1,7	10	10	-4,74	1,319 4	4,73	0	4,73	16,12	26	3,59	0	20,38	22,15
A.18	1,7	10	20	-3,36	1,319 4	4,52	0	4,52	10,22	18	2,54	0	13,70	14,71
A.19	1,7	10	40	-1,91	1,319 4	3,59	0	3,59	4,86	10	1,45	0	7,11	7,48
A.20	1,7	20	5	-5,74	1,319 4	3,31	0	3,31	15,68	24	4,35	0	20,18	20,89
A.21	1,7	20	10	-4,50	1,319 4	3,23	0	3,23	10,44	17	3,41	0	14,10	14,10
A.22	1,7	20	20	-2,93	1,319 4	2,91	0	2,91	6,13	11	2,22	0	9,03	8,98
A.23	1,7	30	30	-1,70	1,319 4	1,63	0	1,63	1,80	4	1,29	0	3,76	3,26
A.24	1,7	40	10	-3,70	1,319 4	1,74	0	1,74	4,75	8	2,81	0	7,75	6,52
A.25	2	5	5	-4,68	1,442 9	4,58	0	4,58	14,84	26	3,24	0	18,65	22,23
A.26	2	5	10	-3,74	1,442 9	4,76	0	4,76	10,56	20	2,59	0	14,00	16,46
A.27	2	5	20	-2,53	1,442 9	4,23	0	4,23	8,16	16	1,75	0	10,82	13,08
A.28	2	10	5	-4,67	1,442 9	3,74	0	3,74	10,57	19	3,24	0	14,29	15,95
A.29	2	10	10	-3,59	1,442 9	3,54	0	3,54	7,94	15	2,49	0	11,00	12,29
A.30	2	10	20	-2,44	1,442 9	3,17	0	3,17	5,42	11	1,69	0	7,81	8,83
A.31	2	10	40	-1,38	1,442 9	2,58	0	2,58	2,37	6	0,95	0	3,98	4,36
A.32	2	20	5	-4,28	1,442 9	2,41	0	2,41	8,03	14	2,97	0	11,28	11,99
A.33	2	20	10	-3,30	1,442 9	2,32	0	2,32	5,33	10	2,29	0	7,95	8,17
A.34	2	20	20	-2,23	1,442 9	2,25	0	2,25	2,60	6	1,54	0	4,79	4,68
A.35	2	30	30	-1,27	1,442 9	1,10	0	1,10	0,62	2	0,88	0	2,05	1,69
A.36	2	40	10	-2,67	1,442 9	1,01	0	1,01	2,76	5	1,85	0	4,82	4,29
A.37	3	5	5	-2,89	1,820 8	2,81	0	2,81	3,95	10	1,59	0	6,01	8,05
A.38	3	5	10	-2,25	1,820 8	2,77	0	2,77	2,87	8	1,24	0	4,65	6,22

Plan d'essai	Caractéristiques du plan d'essai			Constantes pour les formules des limites			Coordonnées pour les limites $\{T^* / m_0; r\}$							
							Ligne de rejet				Ligne d'acceptation			
	D	α' %	β' %	a	b^*	c	De		Jusqu'à		De		Jusqu'à	
							T	$r = c$	T	r_0	$T_{a,min}^*$	r	T_t^*	r
A.39	3	5	20	-1,58	1,820 8	2,64	0	2,64	1,84	6	0,87	0	3,34	4,51
A.40	3	10	5	-2,90	1,820 8	2,29	0	2,29	2,58	7	1,60	0	4,58	5,43
A.41	3	10	10	-2,14	1,820 8	1,98	0	1,98	2,21	6	1,17	0	3,80	4,78
A.42	3	10	20	-1,49	1,820 8	1,91	0	1,91	1,15	4	0,82	0	2,48	3,02
A.43	3	10	40	-0,85	1,820 8	1,60	0	1,60	0,22	2	0,47	0	1,19	1,32
A.44	3	20	5	-2,68	1,820 8	1,38	0	1,38	1,99	5	1,47	0	3,67	4,00
A.45	3	20	10	-2,14	1,820 8	1,73	0	1,73	0,70	3	1,17	0	2,32	2,09
A.46	3	20	20	-1,33	1,820 8	1,23	0	1,23	0,42	2	0,73	0	1,61	1,61
A.47	3	30	30	-0,77	1,820 8	0,45	0	0,45	0,30	1	0,42	0	1,08	1,19
A.48	3	40	10	-1,73	1,820 8	0,78	0	0,78	0,12	1	0,95	0	1,36	0,75
A.49	5	5	5	-1,88	2,486 1	1,67	0	1,67	1,34	5	0,76	0	2,40	4,07
A.50	5	5	10	-1,44	2,486 1	1,64	0	1,64	0,95	4	0,58	0	1,88	3,23
A.51	5	5	20	-1,00	2,486 1	1,57	0	1,57	0,58	3	0,40	0	1,39	2,45
A.52	5	10	5	-1,88	2,486 1	1,41	0	1,41	0,64	3	0,76	0	1,71	2,37
A.53	5	10	10	-1,39	2,486 1	1,06	0	1,06	0,78	3	0,56	0	1,58	2,53
A.54	5	10	20	-0,95	2,486 1	0,98	0	0,98	0,41	2	0,38	0	1,09	1,75
A.55	5	10	40	-0,52	2,486 1	0,86	0	0,86	0,06	1	0,21	0	0,55	0,84
A.56	5	20	5	-1,76	2,486 1	0,85	0	0,85	0,46	2	0,71	0	1,41	1,76
A.57	5	20	10	-1,34	2,486 1	0,95	0	0,95	0,02	1	0,54	0	0,87	0,83
A.58	5	20	20	-0,86	2,486 1	0,63	0	0,63	0,15	1	0,35	0	0,78	1,08
A.59	5	23,5	26,2	-0,67	2,486 1	0,46	0	0,46	-0,18	0	0,27	0	0,39	0,30
A.60	5	37,2	9,8	-1,16	2,486 1	0,49	0	0,49	-0,20	0	0,46	0	0,55	0,20

Tableau A.2 – Constantes pour les formules des limites, et coordonnées de ces limites pour les plans d'essai SPRT de type C

Plan d'essai	Caractéristiques du plan d'essai			Constantes pour les formules des limites			Coordonnées pour les limites $\{T^* / m_0; r\}$							
							Ligne de rejet				Ligne d'acceptation			
	D	α' %	β' %	a	b^*	c	De		Jusqu'à		De		Jusqu'à	
							T	$r = c$	T	r_0	$T_{a,min}^*$	r	T_t^*	r
C.1	1,7	5	5	-9,76	1,319 4	8,96	0	8,96	22,01	38	7,40	0	29,30	28,90
C.2	1,7	10	5	-6,63	1,319 4	8,99	0	8,99	15,92	30	5,02	0	24,24	25,35
C.3	1,7	10	10	-5,83	1,319 4	8,20	0	8,20	11,22	23	4,42	0	18,03	17,96
C.4	1,7	15	5	-7,66	1,319 4	9,56	0	9,56	10,95	24	5,80	0	19,90	18,60
C.5	1,7	20	10	-5,32	1,319 4	5,02	0	5,02	7,56	15	4,03	0	12,60	11,31
C.6	1,7	20	20	-3,08	1,319 4	3,76	0	3,76	4,73	10	2,33	0	8,30	7,87
C.7	1,7	30	20	-2,77	1,319 4	2,68	0	2,68	2,52	6	2,10	0	5,50	4,48
C.8	1,7	30	30	-1,67	1,319 4	1,62	0	1,62	1,81	4	1,26	0	3,80	3,35

A.3 Exemple du plan d'essai SPRT de l'Article 6

Paramètres spécifiés: $n = 500$ entités qui sont placées en conditions d'essai avec remplacement. Le fournisseur et le client conviennent des valeurs suivantes: $\lambda_0 = 9 \times 10^{-7} \text{ h}^{-1}$, $\alpha = \beta = 10 \%$ et $D = 3$.

Paramètres à obtenir: plan d'essai SPRT et exemples simulés.

Procédure: $m_0 = 1 / \lambda_0 = 1,11 \times 10^6 \text{ h}$ (= 126,7 ans).

Comme le remplacement est utilisé, le temps d'essai cumulé pour 500 composants, T^* , est:

$$T^* = nt^* = 500t^*$$

où t^* est le temps d'essai par entité.

Le plan d'essai A.41 respecte les valeurs spécifiées α , β et D , tandis que T_a^* et T_r^* sont les temps d'essai cumulés respectivement pour les lignes d'acceptation et de rejet; ils sont déclarés comme des multiples de m_0 , c'est-à-dire T_a^* / m_0 et T_r^* / m_0 .

À chaque fois qu'une défaillance se produit ou que les limites d'acceptation sont atteintes, il convient de tracer le point $(T^* / m_0, r) = (nt^* / m_0, r)$ dans le graphique, et il convient de consigner les décisions suivantes, selon le contexte (voir 6.3):

- au-dessus des limites de rejet: décision de rejet;
- sur ou au-dessous des limites d'acceptation: décision d'acceptation;
- sinon, poursuivre l'essai.

Les formules des limites sont les suivantes (issues des données du Tableau A.1).

Lignes de rejet: $r = 1,98 + 1,820\,8(T^* / m_0)$, $0 \leq (T^* / m_0) < 2,21$ et $r = 6$, $2,21 \leq (T^* / m_0) < 3,80$.

Lignes d'acceptation: $r = -2,14 + 1,820\,8(T^* / m_0)$, $1,17 \leq (T^* / m_0) < 3,80$ et $4,78 < r \leq 6$, $(T^* / m_0) = 3,80$.

Les limites sont représentées à la Figure A.1. L'efficacité de l'essai est représentée à la Figure 3, et son ETT à la Figure 4.

L'abscisse T^* / m_0 peut être modifiée en t^* en effectuant une multiplication par $m_0 / n = 1,11 \times 10^6 / 500 = 2\,222 \text{ h}$.

Plutôt que de tracer un graphique comme à la Figure A.1, le Tableau A.3 peut être utilisé. Les données figurant dans les trois colonnes de gauche du peuvent être déduites des formules pour les lignes d'acceptation et de rejet, comme indiqué ci-dessus. Les colonnes pour t_a^* et t_r^* (en heures d'essai) sont calculées comme suit: $t_a^* = [T_a^* / m_0] \cdot (m_0 / n)$ et $t_r^* = [T_r^* / m_0] \cdot (m_0 / n)$, où les grandeurs entre crochets correspondent aux valeurs déclarées.

Un moyen aisé de réaliser un essai SPRT consiste à reproduire le tableau dans une feuille de calcul avec des graphiques.

Les résultats issus d'un exemple avec des données fictives (simulées) sont donnés dans le . Dans la deuxième colonne en partant de la droite (t^* en heures), le temps depuis le début de l'essai jusqu'à la $r^{\text{ème}}$ défaillance est donné. Le même exemple est représenté à la Figure A.1.

**Tableau A.3 – Exemple pour un essai SPRT utilisant le plan d'essai A.41
(avec données d'exemple)**

$\alpha' = \beta' = 10 \text{ \%, } D = 3, m_0 = 1,11 \times 10^6 \text{ h, } t^* = 2\,222 \cdot T^* / m_0 \text{ h}$							
Plan d'essai A.41					Résultat d'essai		
r	T_r^* / m_0 Rejet (inférieur ou égal)	T_a^* / m_0 Acceptation (supérieur ou égal)	t_r^* en heures Rejet (inférieur ou égal)	t_a^* en heures Acceptation (supérieur ou égal)	T^* / m_0	t^* en heures	Décision
0	N/A	1,17	N/A	2 610	0	0	Poursuivre
1	N/A	1,72	N/A	3 832	0,51	1 133	Poursuivre
2	0,01	2,27	24	5 052	0,70	1 555	Poursuivre
3	0,56	2,82	1 245	6 273	0,89	1 978	Poursuivre
4	1,11	3,37	2 465	7 493	1,29	2 866	Poursuivre
5	1,66	3,80	3 685	8 444	2,10	4 666	Poursuivre
$r_0 = 6$	2,21	3,80	4 906	8 444	2,43	5 399	Poursuivre
7	3,80	N/A	8 444	N/A	2,54	5 644	Rejeter

Annexe B (normative)

Tableaux et graphiques relatifs aux plans d'essai combinés (essais de type D)

NOTE 1 La présente annexe utilise les symboles énumérés en 3.2.2.

NOTE 2 La présente Annex B contient des plans d'essai combinés basés sur la GOST R 27.402 [12].

B.1 Généralités

Les plans d'essai combinés associent les avantages des plans d'essai tronqués/censurés (plans d'essai de type B, voir Article 7) aux avantages des plans d'essai progressifs (plans d'essai de type C, voir Article 6). Ils réduisent le temps d'essai des entités soumises à essai à fiabilité élevée, tout en ne rejetant pas de manière précoce les entités présentant une faible fiabilité. Le travail d'administration exigé pour ce type de plan est presque identique à celui des plans d'essai progressifs.

La GOST R 27.402 [12] fournit d'autres plans d'essai de ces types.

La présente Annex B contient les plans d'essai énumérés dans le Tableau B.1.

Tableau B.1 – Plans d'essai combinés de l'Annex B

Plans d'essai combinés de type D $D = 1,7$		α				
		5 %	10 %	15 %	20 %	30 %
β	5 %	D.1	D.2	D.4		
	10 %		D.3		D.5	
	20 %				D.6	D.7
	30 %					D.8

À chaque plan d'essai combiné du correspond un plan d'essai SPRT du Tableau 5 (c'est-à-dire un plan de type C avec les mêmes valeurs D , α' et β').

Pour chaque plan d'essai, les données suivantes sont présentées dans des tableaux et des figures:

- les lignes d'acceptation et de rejet, correspondant au nombre de défaillances r en fonction du temps d'essai cumulé relatif T^* / m_0 (voir , et l'exemple à la Figure 5 et dans le Tableau B.4);
- le temps d'essai cumulé prévu, T_e^* , en fonction de m / m_0 (voir Tableau 7 et l'exemple à la Figure 1);
- le temps d'essai cumulé prévu pour acceptation, $T_e^*(+)$, en fonction de m / m_0 (voir Tableau 7 et l'exemple à la Figure B.1);
- l'efficacité en fonction de m / m_0 . Le Tableau 2 donne cinq points d'approximation de l'efficacité. Pour obtenir davantage de points d'efficacité, la procédure décrite à l'Article E.4 et sa mise en œuvre par la feuille de calcul (voir l'Article F.8) peuvent être utilisées. Voir l'exemple à la Figure B.2.

Pour pouvoir comparer aisément les plans d'essai de types C et D, il est recommandé de tracer leurs caractéristiques sur la même figure ou dans le même tableau, comme représenté à la Figure 5, la Figure 1, la Figure B.1 et dans le Tableau B.3.

Tableau B.2 – Plans d'essai de type D – Lignes d'acceptation et de rejet

Plan d'essai n°	D.1	D.2	D.3	D.4	D.5	D.6	D.7	D.8
α^* %	5	10	10	15	20	20	30	30
β^* %	5	5	10	5	10	20	20	30
Nombre de défaillances pour la décision de rejet, $r_0 + 1$	39	31	24	25	16	11	7	5
Nombre de défaillances, r	Temps d'essai cumulé à la ligne d'acceptation, T^* / m_0							
0	6,454	4,722	4,426	5,732	3,95	2,436	2,144	1,219
1	7,769	5,896	5,531	6,946	4,966	3,257	2,888	1,931
2	8,878	6,899	6,466	7,960	5,818	3,973	3,533	2,689
3	9,875	7,813	7,310	8,866	6,580	4,633	4,126	3,509
4	10,799	8,667	8,092	9,697	7,280	5,258	4,682	4,388
5	11,668	9,479	8,829	10,473	7,932	5,854	5,210	N/A
6	12,494	10,256	9,528	11,204	8,545	6,430	5,715	
7	13,285	11,006	10,196	11,897	9,123	6,987	N/A	
8	14,046	11,732	10,837	12,558	9,670	7,528		
9	14,780	12,438	11,455	13,189	10,189	8,055		
10	15,491	13,127	12,050	13,794	10,681	8,568		
11	16,181	13,799	12,626	14,374	11,147	N/A		
12	16,851	14,456	13,182	14,931	11,588			
13	17,504	15,100	13,721	15,466	12,004			
14	18,140	15,732	14,242	15,980	12,394			
15	18,760	16,352	14,746	16,473	12,757			
16	19,365	16,961	15,234	16,946	N/A			
17	19,956	17,559	15,705	17,399				
18	20,534	18,148	16,160	17,832				
19	21,098	18,726	16,599	18,244				
20	21,649	19,296	17,021	18,637				
21	22,188	19,856	17,426	19,008				
22	22,714	20,408	17,814	19,358				
23	23,229	20,951	18,184	19,686				
24	23,731	21,485	N/A	19,99				
25	24,221	22,011		N/A				
26	24,700	22,529						
27	25,167	23,038						
28	25,621	23,539						
29	26,064	24,032						
30	26,494	24,517						
31	26,912	N/A						
32	27,318							
33	27,710							
34	28,090							
35	28,455							
36	28,806							
37	29,142							
38	29,463							
39	N/A							

NOTE Pour tous les essais, le rapport de discrimination; $D = 1,7$.

Tableau B.3 – Temps d'essai cumulé prévu pour acceptation, $T_e^*(+)$, pour les plans d'essai de types D et C

Plan d'essai n°	Caractéristiques du plan			Temps d'essai cumulé prévu pour acceptation, par multiples de m_0 pour différentes valeurs de m				
	Rapport de discrimination	Risques vrais		$m = m_L$	$m = m_1$	$m = m_M$	$m = m_0$	$m = m_H$
		$\alpha' \%$	$\beta' \%$	$\frac{T_{e,L}^*(+)}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*(+)}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*(+)}{m_0}$	$\frac{T_{e,0}^*(+)}{m_0}$	$\frac{T_{e,H}^*(+)}{m_0}$
D.1	1,7	5	5	27,2	27,2	25,6	21,8	17,2
C.1				28,5	28,8	27,7	23,8	17,7
D.2	1,7	10	5	16,8	19,7	18,8	16,0	12,4
C.2				15,2	19,8	19,3	16,0	11,8
D.3	1,7	10	10	15,2	15,5	14,6	12,8	10,5
C.3				14,7	16,0	15,2	13,0	10,1
D.4	1,7	15	5	18,5	18,4	17,6	15,9	13,6
C.4				18,3	18,8	18,1	16,2	13,1
D.5	1,7	20	10	10,7	10,9	10,4	9,5	8,3
C.5				11,0	11,3	10,9	9,9	8,5
D.6	1,7	20	20	5,6	5,9	5,7	5,3	4,7
C.6				5,6	6,1	6,0	5,4	4,7
D.7	1,7	30	20	4,0	4,1	4,0	3,8	3,6
C.7				4,2	4,3	4,2	4,0	3,7
D.8	1,7	30	30	1,9	2,1	2,1	2,1	2,0
C.8				2,2	2,3	2,3	2,2	2,1

B.2 Plans d'essai D.3 et C.3 ($\alpha = \beta = 10 \%$, $D = 1,7$)

Le présent Article B.2 présente le plan d'essai D.3, comme exemple de plan d'essai combiné. Le plan d'essai SPRT C.3 est également présenté à des fins de comparaison.

Les lignes d'acceptation et de rejet de tous les essais combinés sont données dans le Tableau B.2. Dans le Tableau B.4, ces données sont présentées pour les essais D.3 et C.3, sous une forme plus propice à la prise de décision. Les graphiques de décision des essais sont représentés à la Figure 5.

Le temps d'essai cumulé prévu T_e^* en fonction de m / m_0 est donné dans le Tableau 7 et à la Figure 1. Les graphiques montrent clairement que l'essai C.3 a un avantage par rapport à l'essai D.3 pour $m \leq m_0$.

Le temps d'essai cumulé prévu pour acceptation $T_e^*(+)$ en fonction de m / m_0 est donné dans le Tableau B.3 et à la Figure B.1. Il y apparaît que l'essai D.3 ne présente pas d'avantage par rapport à l'essai C.3.

L'efficacité P_a en fonction de m / m_0 est présentée dans le Tableau 2 et à la Figure B.2. Les graphiques de la sont identiques pour les essais D.3 et C.3. La courbe " P_a – valeur vraie" a été calculée selon la méthode donnée à l'Annex H. Les estimations de P_a dans le Tableau 2 correspondent relativement fidèlement aux valeurs vraies.

Tableau B.4 – Lignes d'acceptation et de rejet pour les plans d'essai D.3 et C.3

Nombre de défaillances r	Temps d'essai cumulé T^* / m_0			
	Plan C.3		Plan D.3	
	Rejet	Acceptation	Rejet	Acceptation
0	N/A	4,429	N/A	4,426
1	N/A	5,187	N/A	5,531
2	N/A	5,946	N/A	6,466
3	N/A	6,704	N/A	7,310
4	N/A	7,462	N/A	8,092
5	N/A	8,220	N/A	8,829
6	N/A	8,978	N/A	9,528
7	N/A	9,736	N/A	10,196
8	0,015	10,494	N/A	10,837
9	0,773	11,252	N/A	11,455
10	1,531	12,010	N/A	12,050
11	2,289	12,768	N/A	12,626
12	3,047	13,526	N/A	13,182
13	3,805	14,284	N/A	13,721
14	4,563	15,042	N/A	14,242
15	5,321	15,800	N/A	14,746
16	6,079	16,558	N/A	15,234
17	6,838	17,316	N/A	15,705
18	7,596	18,030	N/A	16,160
19	8,354	18,030	N/A	16,599
20	9,112	18,030	N/A	17,021
21	9,870	18,030	N/A	17,426
22	10,628	18,030	N/A	17,814
$r_0 = 23$	11,386	18,030	N/A	18,184
24	18,030	N/A	Systématiquement	N/A
Rejet systématique pour 24 défaillances ou plus.				

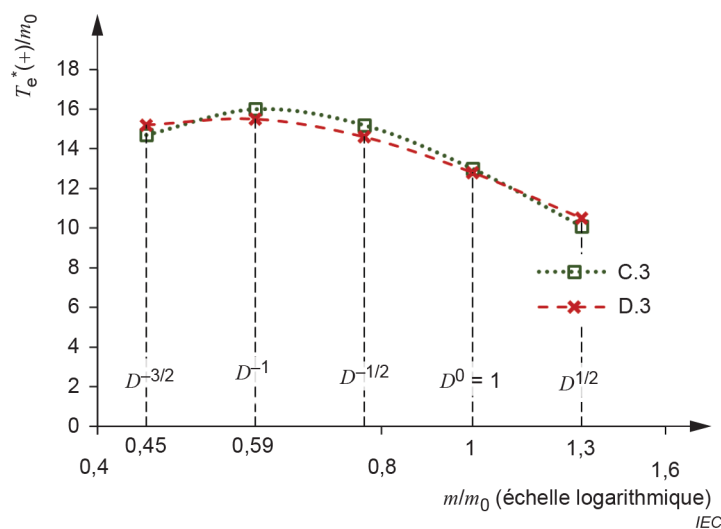
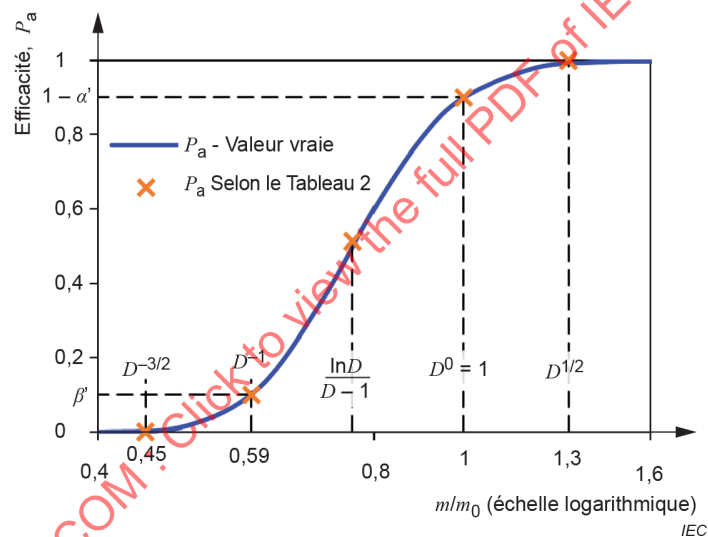


Figure B.1 – Temps d'essai cumulé prévu pour acceptation, $T_e^*(+)$ pour les plans d'essai de types D.3 et C.3



NOTE La présente est tracée pour $D = 1,7$, $\alpha' = \beta' = 10,0 \%$.

Figure B.2 – Efficacité P_a pour les plans d'essai de types D.3 et C.3

Annexe C (informative)

Extension de l'ensemble d'essais SPRT de type A

C.1 Symboles

Outre les symboles donnés en 3.2.2, les symboles suivants sont utilisés:

a	intersection de la ligne d'acceptation et de l'axe r (voir Figure A.1)
b	pente des lignes d'acceptation et de rejet
b^*	pente associée (voir Formule (A.3) et Figure A.1)
c	intersection de la ligne de rejet et de l'axe r (voir Figure A.1)
r_{0x}, r_{01}, r_{02}	nombre maximal de défaillances pour lequel il est possible de prendre une décision d'acceptation (voir Figure A.1) respectivement pour l'essai conçu et pour la paire d'essais, citée en référence et tirée du Tableau 4
y, y_1, y_2	valeurs des paramètres, respectivement pour l'essai conçu et pour la paire d'essais citée en référence
$\alpha_x, \alpha_1, \alpha_2$	valeurs α (risque de type I), respectivement pour l'essai conçu et pour la paire d'essais, citée en référence et tirée du Tableau 4
β_x	valeurs β (risque de type II) pour l'essai conçu

C.2 Extension de l'ensemble d'essais de type A (par interpolation selon α et β)

Si un plan d'essai est exigé et qu'il n'est pas inclus, sa planification est possible en procédant comme suit.

Pour chaque valeur D , et chaque rapport α / β disponible dans le Tableau 4 et dans le Tableau A.1, il est possible d'interpoler les paramètres d'essai pour des valeurs quelconques de α et β . Cela s'effectue par interpolation linéaire des paramètres exigés dans $\ln \alpha$.

La formule générale pour l'interpolation linéaire est:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + y_1 \quad (\text{C.1})$$

où

α_1, α_2	sont les valeurs α (risque de type I) de la paire d'essais, citée en référence et tirée du Tableau 4;
α_x	est la valeur α pour l'essai conçu;
y, y_1, y_2	sont les valeurs des paramètres, respectivement pour l'essai conçu et pour la paire d'essais citée en référence.

Les paramètres $a, c, T_t^* / m_0, r_0$ et $T_{e,j}^* / m_0$ sont calculés par la Formule (C.1). La valeur de b^* reste inchangée.

La procédure de calcul et un exemple sont donnés ci-après pour les valeurs de paramètres suivantes:

$$D = 2, \alpha = 0,15, \alpha / \beta = 2 \text{ (valeurs nominales)} \quad (\text{C.2})$$

Étape 1: calcul et arrondi de r_{0x}

$$r_{0x} = \frac{r_{02} - r_{01}}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + r_{01} \quad (\text{C.3})$$

$$r_{0x} = \frac{10 - 19}{\ln 0,2 - \ln 0,1} (\ln 0,15 - \ln 0,1) + 19 = 13,7 \approx 14$$

Étape 2: calcul de α_x et β_x pour l'entier r_{0x}

$$\alpha_x = \exp \left\{ \frac{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1}{r_{02} - r_{01}} (r_{0x} - r_{01}) + \ln \alpha_1 \right\} \quad (\text{C.4})$$

$$\alpha_x = \exp \left\{ \frac{\ln 0,2 - \ln 0,1}{10 - 19} (14 - 19) + \ln 0,1 \right\} = 0,147$$

β_x est calculé à partir de α_x et de la valeur α / β spécifiée:

$$\beta_x = \alpha_x / (\alpha / \beta) \quad (\text{C.5})$$

$$\beta_x = 0,147 / 2 \approx 0,074$$

Étape 3: Calcul des paramètres a , c , T_t^* / m_0 , et T_{ej}^* / m_0 par la Formule (C.1), par exemple:

$$c_x = \frac{c_2 - c_1}{\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1} (\ln \alpha_x - \ln \alpha_1) + c_1 \quad (\text{C.6})$$

$$c_x = \frac{2,32 - 3,74}{\ln 0,2 - \ln 0,1} (\ln 0,147 - \ln 0,1) + 3,74 = 2,95$$

Il convient de calculer tous les autres paramètres et caractéristiques d'essai en appliquant la même méthode. Le contient tous les essais en question et démontre la haute exactitude de la méthode. La construction de 5 points de la courbe d'efficacité pour l'essai obtenu par interpolation est donnée dans le Tableau 2. Cette courbe est suffisante à des fins pratiques. En outre, l'Article D.4 donne la procédure pour calculer davantage de points d'efficacité (voir Figure D.1).

Tableau C.1 – Exemple d'interpolation selon α et β

D, b^*	α' %	β' %	a	c	r_0	$\frac{T_t^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,L}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,1}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,M}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,0}^*}{m_0}$	$\frac{T_{e,H}^*}{m_0}$	
$D = 2,0; b^* = 1,4429$	15	7,5										Valeurs cibles
	10	5	–4,67	3,74	19	14,29	3,0	6,1	9,4	8,5	6,2	Premier essai cité en référence: A.28
	20	10	–3,30	2,32	10	7,95	1,9	3,4	4,7	4,8	4,1	Deuxième essai cité en référence: A.33
	14,7	7,4	–3,91	2,95	14	10,77	2,4	4,6	6,8	6,4	4,9	Essai conçu soumis à interpolation
	14,6	7,4	–3,91	2,95	14	10,77	2,4	4,6	6,7	6,4	5,1	Valeur exacte selon les limites de la conception
	–0,7	0	–	–	–	–	0	0	1,4	0	4,1	Erreur de l'essai interpolé par rapport à la valeur exacte, en %

Annexe D (informative)

Approximation de l'efficacité pour les essais SPRT de type A selon la formule de Wald

NOTE Dans la présente Annex D, les probabilités ne sont pas données en pourcentages.

D.1 Symboles

Outre les symboles donnés en 3.2.2, les symboles suivants sont utilisés:

A, B constantes pour l'approximation

h variable indépendante

D.2 Approximations de l'efficacité dans le présent document

Le Tableau 2 donne l'efficacité pour tous les essais couverts par le présent document. Ce tableau présente les valeurs pour seulement cinq points du système d'exploitation, ce qui est suffisant d'un point de vue pratique. Cependant, le présent document donne les procédures de calcul suivantes pour un plus grand nombre de points d'efficacité.

- Pour les essais SPRT de type A, la procédure est donnée aux Articles D.3 et D.4. Cette procédure est basée sur une approximation de l'efficacité selon la formule de Wald [1]. Cette formule présente une exactitude élevée pour les essais à troncature optimale, plus particulièrement les essais de type A.
- Pour les essais FTFT, une procédure de calcul présentant une bonne exactitude est donnée en E.2.2 et F.3.
- Pour les essais SPRT de type C et les essais combinés de type D, la procédure est donnée aux Articles E.4 et F.8. Cette procédure est basée sur une approximation de l'efficacité selon la Formule (E.6) pour les essais FTFT, qui présente une exactitude élevée pour les essais à troncature importante, qui incluent eux-mêmes les essais de types C et D.

Les approximations selon la formule de Wald et la formule pour les essais FTFT coïncident avec la valeur vraie d'efficacité pour tous les essais, aux points CRP et PRP. En d'autres points, ces deux approximations sont très proches l'une de l'autre et constituent les limites haute et basse pour estimer l'efficacité des essais SPRT.

D.3 Approximation de l'efficacité pour les essais SPRT de type A selon la formule de Wald

L'approximation de la courbe d'efficacité, $P_a(m)$, est obtenue par l'expression [1], donnée sous forme paramétrique par les Formules (D.1) et (D.2).

$$P_a(h) = \frac{A^h - 1}{A^h - B^h} \quad (D.1)$$

$$m(h) = m_0 \cdot \frac{D^h - 1}{h \cdot (D - 1)} \quad (D.2)$$

où h est une variable indépendante.

Les constantes A et B sont:

$$A = (1 - \beta) / \alpha \quad (D.3)$$

$$B = \beta / (1 - \alpha) \quad (D.4)$$

La représente l'approximation de l'efficacité, calculée à l'aide de la Formule (D.1) et de la Formule (D.2) pour l'essai obtenu par interpolation à l'Article C.2. Les paramètres d'essai sont donnés dans le Tableau C.1, à la ligne "Essai conçu soumis à interpolation". La Figure D.1 représente également la valeur vraie d'efficacité pour les essais calculés selon la procédure décrite en [5]. La représente l'exactitude élevée de l'approximation.

Les principes suivants peuvent être appliqués pour déterminer h dans la Formule (D.1) et la Formule (D.2).

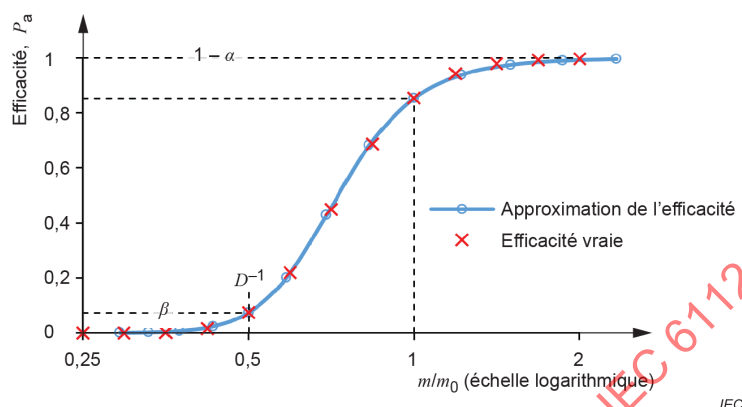
- a) Il est recommandé d'affecter à h une valeur comprise entre -3 et 3 , avec un pas constant de $0,5$ (voir par exemple la courbe "Approximation de l'efficacité" à la Figure D.1). Dans ce cas, il convient de remplacer $h = 0$ par une valeur plus faible, par exemple $h = 10^{-5}$, afin d'éviter d'introduire de l'incertitude dans le calcul. Dans les autres cas, lorsque $h = 0$, les limites suivantes peuvent être utilisées:

$$\lim_{h \rightarrow 0} P_a(h) = \frac{\ln(1 - \beta) - \ln \alpha}{\ln(1 - \beta) - \ln \alpha - \ln \beta + \ln(1 - \alpha)}; \quad (D.5)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} m(h) = m_0 \cdot \frac{\ln D}{(D - 1)}. \quad (D.6)$$

- b) Pour une valeur de m prédéterminée (comme dans le Tableau 3), la valeur de h est déduite de la Formule (D.2). Un autre exemple est la courbe "Efficacité vraie" à la Figure D.1, dans laquelle les valeurs de m forment une progression géométrique:

$$m_i = m_0 D^{(i-1)/4} \quad \text{for } i = 1 \dots 13 \quad (\text{D.7})$$



NOTE La présente est tracée pour $D = 2$, $\alpha = 0,147$, $\beta = 0,074$.

Figure D.1 – Approximation de l'efficacité pour les essais SPRT de type A en utilisant la formule de Wald

D.4 Construction de la courbe d'approximation de l'efficacité à l'aide d'une feuille de calcul

NOTE Les feuilles de calcul données dans le Tableau D.1 et le Tableau D.2 et dans la présente Annex D ont été préparées à l'aide de Microsoft Excel². Cependant, des feuilles de calcul d'autres éditeurs peuvent être utilisées.

La courbe d'approximation de l'efficacité est basée sur les formules de l'Article D.3. Comme la courbe d'efficacité représente un tracé de $P_a(m)$, la feuille de calcul inclut l'assignation de valeurs pour h , de sorte que les valeurs m obtenues se situent dans la plage (voire qu'elles la dépassent) des valeurs de m_1 et m_0 (voir alinéa a) à l'Article D.3). $P_a(h)$ et $m(h)$ sont alors calculés à partir de h , et $P_a(h)$ est tracé par rapport à $m(h)$.

La procédure est expliquée dans l'exemple avec les données d'essai spécifiées suivantes:

$$m_0 = 1; \alpha = 0,147; \beta = 0,074; D = 2. \quad (\text{D.8})$$

Ces données correspondent à l'exemple donné à l'Article C.2.

Un exemple de calcul de l'efficacité pour les données (Formule (D.8)) à l'aide d'une feuille de calcul est donné dans le Tableau D.1 et le Tableau D.2. Ce dernier énumère les formules intégrées dans la feuille de calcul.

- La ligne 2 contient les données spécifiées (Formule (D.8)) pour l'essai.

² Microsoft Excel est un exemple de produit approprié disponible sur le marché. Cette information est donnée à l'intention des utilisateurs du présent document et ne signifie nullement que l'IEC approuve l'emploi du produit ainsi désigné.

- La ligne 5 calcule les paramètres A et B à l'aide des Formules (D.3) et (D.4).
- La cellule C8 est définie sur une valeur initiale de $h = -3,000\ 01$.
- La cellule C9 contient la deuxième valeur de h , qui est une valeur calculée comme suit: $C9 = C8 + 0,5$. Les valeurs de h restantes sont calculées de la même manière dans la plage de cellules C10:C20.
- La plage de cellules D8:D20 calcule $m(h)$ selon la Formule (D.6).
- La plage de cellules E8:E20 calcule $P_a(h)$ selon la Formule (D.5).
- Les données $P_a(h)$ de la plage de cellules E8:E20 sont tracées en fonction des valeurs $m(h)$ de la plage de cellules D8:D20. Voir le graphique "Approximation de l'efficacité", Figure D.1.

Tableau D.1 – Configuration de la feuille de calcul pour la réalisation de la courbe d'efficacité selon la formule de Wald

	A	B	C	D	E
1		m_0	D	α	β
2	Valeur spécifiée:	1	2	0,147	0,074
3					
4		A	B		
5	Valeur calculée:	6,299 3	0,086 8		
6					
7		Numéro de point	h	$m(h)$	$P_a(h)$
8		1	-3,000 01	0,292	0,001
9		2	-2,5	0,329	0,002
10		3	-2,0	0,375	0,007
11		4	-1,5	0,431	0,024
12	m_1	5	-1,0	0,500	0,074
13		6	-0,5	0,586	0,201
14		7	-1,0	0,693	0,429
15		8	0,5	0,828	0,682
16	m_0	9	1,0	1,000	0,853
17		10	1,5	1,219	0,938
18		11	2,0	1,500	0,975
19		12	2,5	1,863	0,990
20		13	3,0	2,333	0,996

Tableau D.2 – Formules intégrées dans la feuille de calcul

	A	B	C	D	E
1		m_0	D	α	β
2	Valeur spécifiée:	1	2	0,147	0,074
3					
4		A	B		
5	Valeur calculée:	$= (1 - E2) / D2$	$= E2 / (1 - D2)$		
6					
7		Numéro de point	h	$m(h)$	$P_a(h)$
8		1	-3,000 01	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C8 - 1) / (C8 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C8 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C8 - \$C\$5^{\wedge} C8)$
9		2	$= C8 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C9 - 1) / (C9 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C9 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C9 - \$C\$5^{\wedge} C9)$
10		3	$= C9 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C10 - 1) / (C10 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C10 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C10 - \$C\$5^{\wedge} C10)$
11		4	$= C10 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C11 - 1) / (C11 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C11 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C11 - \$C\$5^{\wedge} C11)$
12	m_1	5	$= C11 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C12 - 1) / (C12 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C12 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C12 - \$C\$5^{\wedge} C12)$
13		6	$= C12 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C13 - 1) / (C13 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C13 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C13 - \$C\$5^{\wedge} C13)$
14		7	$= C13 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C14 - 1) / (C14 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C14 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C14 - \$C\$5^{\wedge} C14)$
15		8	$= C14 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C15 - 1) / (C15 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C15 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C15 - \$C\$5^{\wedge} C15)$
16	m_0	9	$= C15 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C16 - 1) / (C16 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C16 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C16 - \$C\$5^{\wedge} C16)$
17		10	$= C16 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C17 - 1) / (C17 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C17 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C17 - \$C\$5^{\wedge} C17)$
18		11	$= C17 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C18 - 1) / (C18 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C18 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C18 - \$C\$5^{\wedge} C18)$
19		12	$= C18 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C19 - 1) / (C19 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C19 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C19 - \$C\$5^{\wedge} C19)$
20		13	$= C19 + 0.5$	$= \$B\$2 * (\$C\$2^{\wedge} C20 - 1) / (C20 * (\$C\$2 - 1))$	$= (\$B\$5^{\wedge} C20 - 1) / (\$B\$5^{\wedge} C20 - \$C\$5^{\wedge} C20)$

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61124:2023

Annexe E (informative)

Références mathématiques et exemples pour les plans d'essai à temps fixé/à nombre fixé de défaillances (FTFT)

E.1 Symboles

Outre les symboles donnés en 3.2.2, les symboles suivants sont utilisés:

f_T fonction de densité de probabilité (PDF) de la distribution gamma

F_T fonction de répartition (CDF) de la distribution gamma

α_T paramètre de forme de la distribution gamma

β_T paramètre d'échelle de la distribution gamma

E.2 Références mathématiques

E.2.1 Généralités

NOTE Voir les Articles 7 et 8.

Il y a quatre considérations possibles qui s'appliquent à des essais à durée fixe:

- a) essais tronqués avec remplacement;
- b) essais tronqués sans remplacement;
- c) essais censurés avec remplacement;
- d) essais censurés sans remplacement.

Les plans d'essai mentionnés en (a) et (c) diffèrent uniquement par la représentation, sur les graphiques, des limites définissant l'arrêt de l'essai. Dans le cas (a), l'axe des abscisses correspond au temps et l'axe des ordonnées au nombre de défaillances. Dans le cas (c), l'axe des abscisses correspond au nombre de défaillances et l'axe des ordonnées au temps. Ce constat est également valide pour la paire (b) et (d).

Le calcul des valeurs z_0 et m_0 est effectué comme indiqué en 3.2.2.

E.2.2 Références mathématiques

Le temps de fin de l'essai, T_t^* , et le nombre acceptable de défaillances, c , sont déterminés sur la base des deux formules suivantes:

$$\begin{aligned}\beta &= \sum_{k=0}^c \frac{\left(\frac{T_t^*}{m_1}\right)^k \cdot e^{-\frac{T_t^*}{m_1}}}{k!} \\ 1-\alpha &= \sum_{k=0}^c \frac{\left(\frac{T_t^*}{m_0}\right)^k \cdot e^{-\frac{T_t^*}{m_0}}}{k!}\end{aligned}\quad (E.1)$$

La courbe d'efficacité est donnée par le tracé de la probabilité d'acceptation, P_a (dans une durée d'essai prédéterminée T_t^*) en fonction de la grandeur m :

$$P_a = e^{-\frac{T_t^*}{m}} \sum_{k=0}^c \frac{\left(\frac{T_t^*}{m}\right)^k}{k!} \quad (E.2)$$

Les Formules (E.1) et (E.2) peuvent être calculées en utilisant la fonction de répartition (CDF) de la distribution de Poisson ou de la distribution gamma. Ces CDF sont des fonctions normales d'une feuille de calcul Excel (voir Annex F), ainsi que de nombreuses autres applications logicielles.

Le CDF de la distribution de Poisson est

$$F_P(c, \mu) = e^{-\mu} \sum_{i=0}^c \frac{\mu^i}{i!} \quad \text{pour } \mu > 0 \text{ et } c \text{ un nombre entier.} \quad (E.3)$$

La fonction de densité de probabilité (PDF) de la distribution gamma est

$$f_{\Gamma}(x; \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma}) = \frac{1}{\beta_{\Gamma}^{\alpha_{\Gamma}} \Gamma(\alpha_{\Gamma})} x^{\alpha_{\Gamma}-1} e^{-x/\beta_{\Gamma}} \quad \text{pour } x > 0 \text{ et } \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma} > 0. \quad (E.4)$$

où

α_{Γ} est le paramètre de forme;

β_{Γ} est le paramètre d'échelle.

Le CDF de la distribution gamma est

$$F_{\Gamma}(x; \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma}) = \int_0^x f_{\Gamma}(x; \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma}) dx \text{ pour } x > 0 \text{ et } \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma} > 0. \quad (\text{E.5})$$

L'avantage de la distribution gamma est que le paramètre α_{Γ} peut ne pas être un entier, ce qui simplifie considérablement le processus de calcul.

Si $\alpha_{\Gamma} \equiv k$ est un entier, la distribution gamma est une distribution d'Erlang et correspond à la distribution de probabilité du temps d'attente jusqu'à l'occurrence de la $k^{\text{ème}}$ défaillance dans un processus, avec un taux de défaillance constant de $1 / \beta_{\Gamma}$. Dans ce cas, $F_{\Gamma}(x; \alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma})$ est la probabilité que le temps d'attente jusqu'à l'occurrence de la $k^{\text{ème}}$ défaillance soit inférieur ou égal à x .

α , β et P_a peuvent être représentés comme suit:

$$P_a \left(\frac{m}{m_0}; c, \frac{T_t^*}{m_0} \right) = 1 - F_{\Gamma} \left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, \frac{m}{m_0} \right) \quad (\text{E.6})$$

$$\alpha = F_{\Gamma} \left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, 1 \right) \quad (\text{E.7})$$

$$\beta = 1 - F_{\Gamma} \left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, \frac{1}{D} \right) \quad (\text{E.8})$$

La valeur ETT (exprimée selon m_0) peut être calculée à l'aide de la formule suivante:

$$\frac{T_e^*(m; c, T_t^*)}{m_0} = \int_0^{T_t^*/m_0} x \cdot f_{\Gamma} \left(x; c+1, \frac{m}{m_0} \right) dx + \frac{T_t^*}{m_0} \left[1 - F_{\Gamma} \left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, \frac{m}{m_0} \right) \right]$$

Cette formule peut être réduite à une forme plus commode pour les calculs:

$$\frac{T_e^*(m; c, T_t^*)}{m_0} = \frac{m \cdot (c+1)}{m_0} F_{\Gamma} \left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+2, \frac{m}{m_0} \right) + \frac{T_t^*}{m_0} \left[1 - F_{\Gamma} \left(\frac{T_t^*}{m_0}; c+1, \frac{m}{m_0} \right) \right] \quad (\text{E.9})$$

Les limites des essais FTFT disposent de deux paramètres: T_t^* et c . Les caractéristiques FTFT comprennent quatre paramètres:

$$m_0, \alpha, \beta, D. \quad (E.10)$$

Comme l'indiquent les Formules (E.6) à (E.9), m_0 est un facteur d'échelle, qui est généralement défini à la première phase de conception, et qui peut donc être ignoré pour les considérations ultérieures du processus de conception. La conception (d'un point de vue mathématique) des cinq paramètres (variables) est encadrée par deux formules: (E.7) et (E.8).

Dans les Formules (E.7) et (E.8), c désigne le nombre de défaillances et doit être un entier. Cela impose une limitation supplémentaire sur la combinaison des paramètres α , β et D de l'essai FTFT.

NOTE Une augmentation de c entraîne une diminution de α' et β' ou de D , et une augmentation simultanée de T_t^* et de l'ETT. Une diminution de c produit l'effet opposé. Cela s'applique à toutes les procédures énumérées dans le Tableau E.1.

Les procédures de conception types {a} à {d} pour un essai FTFT sont abordées de E.2.3 à E.2.6. Une brève description de ces procédures est donnée dans le Tableau E.1.

Tableau E.1 – Liste des procédures types de conception d'un essai FTFT

Référence de la procédure	Paramètres spécifiés	Paramètres déduits	Contraintes supplémentaires et commentaires
{a}	m_0, α, β, D	T_t^*, c	Il convient que les valeurs réelles de m_0 et D soient égales aux valeurs spécifiées. Il convient que le rapport α' / β' ait la valeur spécifiée α / β , il convient également que α' et β' soient proches de α et β en conséquence.
{b}	m_0, α, β, D	T_t^*, c	Les contraintes supplémentaires sont identiques à celles de la procédure {a}. La seule différence réside dans la procédure de conception.
{c}	m_0, α, β, D	T_t^*, c	Il convient que les valeurs réelles de m_0 , α' et β' soient égales aux valeurs spécifiées, et que D soit également proche de la valeur spécifiée.
{d}	$m_0, \alpha, \beta, T_t^*$	D, c	Il convient que les valeurs réelles de m_0 , α' et β' soient égales aux valeurs spécifiées, et que T_t^* soit proche de la valeur spécifiée.

Toutes les procédures se composent de deux étapes. La première consiste à déterminer c , la seconde à déterminer les paramètres restants et à tracer l'efficacité et l'ETT. Les procédures {a} et {b} ont les mêmes paramètres spécifiés et les mêmes contraintes; la seule différence se situe au niveau de l'étape 1.

L'Annex F décrit la mise en œuvre de ces procédures à l'aide d'une feuille de calcul et donne des exemples de conception.

E.2.3 Procédure de conception {a}

Paramètres spécifiés: m_0 , α , β , D .

Paramètres à obtenir: T_t^* et c . Il convient que les contraintes supplémentaires se présentent comme suit: il convient que les valeurs réelles de m_0 et D soient égales aux valeurs spécifiées. Il convient que le rapport α' / β' ait la valeur spécifiée α / β ; il convient également que α' et β' soient proches de α et β en conséquence.

Procédure:

Étape {a1}

Dans cette étape, les paramètres inconnus sont déterminés en prenant pour hypothèse que c peut ne pas être un entier.

Les variables T_t^* et c , pour les paramètres spécifiés m_0 , α , β , D , sont déduites de la combinaison des Formules (E.7) et (E.8). Cette combinaison peut par exemple être résolue en réduisant le plus possible R_D (la valeur minimale de R_D étant proche de zéro):

$$R_D = [(\alpha' - \alpha) / \alpha]^2 + [(\beta' - \beta) / \beta]^2 \quad (\text{E.11})$$

où

α et β sont des valeurs nominales (cibles) tirées de la Formule (E.10);

α' et β' sont des valeurs vraies déduites à l'aide des Formules (E.7) et (E.8).

Généralement, la valeur c qui satisfait aux exigences (Formule (E.10)) est un nombre non entier qu'il convient d'arrondir à l'entier supérieur le plus proche (voir E.2.2, NOTE).

Étape {a2}

Pour l'entier c , les nouvelles valeurs de T_t^* , α' et β' déduites de la combinaison des Formules (E.7) et (E.8) sont obtenues pour les paramètres spécifiés c , m_0 , α / β , D . Ce système peut par exemple être résolu en réduisant le plus possible R_R (la valeur minimale de R_R étant proche de zéro):

$$R_R = (\alpha' / \beta' - \alpha / \beta)^2 \quad (\text{E.12})$$

Les valeurs α' et β' obtenues sont plus faibles que les valeurs α et β correspondantes, et la valeur D est strictement identique à celle donnée.

La mise en œuvre de la procédure de conception {a} dans la feuille de calcul est donnée à l'Article F.4.