

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC
1164**

Première édition
First edition
1995-06

**Croissance de la fiabilité –
Tests et méthodes d'estimation statistiques**

**Reliability growth –
Statistical test and estimation methods**



Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 1164: 1995

Numéros des publications

Depuis le 1^{er} janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000.

Publications consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles dans le Catalogue de la CEI.

Les renseignements relatifs à des questions à l'étude et des travaux en cours entrepris par le comité technique qui a établi cette publication, ainsi que la liste des publications établies, se trouvent dans les documents ci-dessous:

- «Site web» de la CEI*
- **Catalogue des publications de la CEI**
Publié annuellement et mis à jour régulièrement (Catalogue en ligne)*
- **Bulletin de la CEI**
Disponible à la fois au «site web» de la CEI* et comme périodique imprimé

Terminologie, symboles graphiques et littéraux

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 60050: *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI)*.

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera la CEI 60027: *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique*, la CEI 60417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles*, et la CEI 60617: *Symboles graphiques pour schémas*.

* Voir adresse «site web» sur la page de titre.

Numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series.

Consolidated publications

Consolidated versions of some IEC publications including amendments are available. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available in the IEC catalogue.

Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is to be found at the following IEC sources:

- **IEC web site***
- **Catalogue of IEC publications**
Published yearly with regular updates (On-line catalogue)*
- **IEC Bulletin**
Available both at the IEC web site* and as a printed periodical

Terminology, graphical and letter symbols

For general terminology, readers are referred to IEC 60050: *International Electrotechnical Vocabulary (IEV)*.

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications IEC 60027: *Letter symbols to be used in electrical technology*, IEC 60417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets* and IEC 60617: *Graphical symbols for diagrams*.

* See web site address on title page.

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC
1164**

Première édition
First edition
1995-06

**Croissance de la fiabilité –
Tests et méthodes d'estimation statistiques**

**Reliability growth –
Statistical test and estimation methods**

© CEI 1995 Droits de reproduction réservés — Copyright — all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from the publisher.

Bureau Central de la Commission Electrotechnique Internationale 3, rue de Varembe Genève, Suisse



Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE

V

Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue

SOMMAIRE

	Pages
AVANT-PROPOS	4
INTRODUCTION	6
Articles	
1 Domaine d'application.....	8
2 Références normatives	8
3 Définitions.....	8
4 Symboles	10
5 Le modèle en puissance	12
6 Utilisation du modèle dans la planification des programmes d'amélioration de la fiabilité.....	14
7 Procédures de test et d'estimation statistiques.....	14
Tableaux	36
Annexes	
A Exemples numériques	42
B Modèle de loi en puissance pour la croissance de la fiabilité – Généralités complémentaires	58

CONTENTS

	Page
FOREWORD	5
INTRODUCTION	7
Clause	
1 Scope	9
2 Normative references	9
3 Definitions	9
4 Symbols	11
5 The power law model	13
6 Use of the model in planning reliability improvement programmes	15
7 Statistical test and estimation procedures	15
Tables	37
Annexes	
A Numerical examples	43
B The power law reliability growth model – Background information	59

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

CROISSANCE DE LA FIABILITÉ – TESTS ET MÉTHODES D'ESTIMATION STATISTIQUES

AVANT-PROPOS

- 1) La CEI (Commission Electrotechnique Internationale) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de la CEI). La CEI a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, la CEI, entre autres activités, publie des Normes internationales. Leur élaboration est confiée à des comités d'études aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec la CEI, participent également aux travaux. La CEI collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon les conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparées par les comités d'études où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.
- 3) Ces décisions constituent des recommandations internationales publiées sous forme de normes, de rapports techniques ou de guides et agréées comme telles par les Comités nationaux.
- 4) Dans le but d'encourager l'unification internationale, les Comités nationaux de la CEI s'engagent à appliquer de façon transparente, dans toute la mesure possible, les Normes internationales de la CEI dans leurs normes nationales et régionales. Toute divergence entre la norme de la CEI et la norme nationale ou régionale correspondante doit être indiquée en termes clairs dans cette dernière.

La Norme internationale CEI 1164 a été établie par le comité d'études 56 de la CEI: Sûreté de fonctionnement.

Le texte de cette norme est issu des documents suivants:

DIS	Rapport de vote
56(BC)150	56(BC)159

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette norme.

Cette norme doit être utilisée conjointement avec la CEI 1014.

Les annexes A et B sont données uniquement à titre d'information.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**RELIABILITY GROWTH –
STATISTICAL TEST AND ESTIMATION METHODS**

FOREWORD

- 1) The IEC (International Electrotechnical Commission) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of the IEC is to promote international cooperation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, the IEC publishes International Standards. Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. The IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by technical committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.
- 3) They have the form of recommendations for international use published in the form of standards, technical reports or guides and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 4) In order to promote international unification, IEC National Committees undertake to apply IEC International Standards transparently to the maximum extent possible in their national and regional standards. Any divergence between the IEC Standard and the corresponding national or regional standard shall be clearly indicated in the latter.

International Standard IEC 1164 has been prepared by IEC technical committee No. 56: Dependability.

The text of this standard is based on the following documents:

DJS	Report on voting
56(CO)150	56(CO)159

Full information on the voting for the approval of this standard can be found in the report on voting indicated in the above table.

This standard shall be used in conjunction with IEC 1014.

Annexes A and B are for information only.

INTRODUCTION

La présente Norme internationale décrit le modèle de croissance en puissance de la fiabilité ainsi qu'un modèle d'extrapolation connexe et donne les procédures d'utilisation pas à pas de ces modèles. Il existe plusieurs modèles de croissance; celui en puissance est l'un des plus utilisés. La présente norme donne des procédures d'estimation de quelques-unes ou de toutes les grandeurs évoquées dans l'article 9 de la CEI 1014. Comme données de départ, il est nécessaire de fournir les temps d'essai cumulés auxquels se sont produites, ou ont été observées pour un système, les défaillances à prendre en compte ainsi que le temps de fin de l'essai au cas où il serait différent de celui de la dernière défaillance. On suppose que la saisie des données à fournir au modèle commence après que le système a subi tous les tests nécessaires, par exemple les essais de déverminage, de telle sorte que l'intensité de défaillance du système soit stabilisée.

Les paramètres de croissance estimés à partir de résultats antérieurs peuvent être utilisés pour planifier et prévoir le déroulement de programmes futurs de croissance de la fiabilité si les conditions sont semblables.

Quelques-unes de ces procédures peuvent nécessiter des programmes informatiques, mais elles ne sont pas excessivement complexes. Cette norme présente des algorithmes pour lesquels des programmes informatiques devraient être facilement conçus.

INTRODUCTION

This International Standard describes the power law reliability growth model and related projection model and gives step-by-step directions for their use. There are several reliability growth models available, the power law model being one of the most widely used. This standard provides procedures to estimate some or all of the quantities listed in clause 9 of IEC 1014. An input is required consisting of a data set of accumulated test times at which relevant failures occurred, or were observed, for a single system, and the time of termination of the test, if different from the time of the final failure. It is assumed that the collection of data as input for the model begins after the completion of any preliminary tests, such as environmental stress screening, intended to stabilize the system's initial failure intensity.

Model parameters estimated from previous results may be used to plan and predict the course of future reliability growth programmes, if the conditions are similar.

Some of the procedures may require computer programs, but these are not unduly complex. This standard presents algorithms for which computer programs should be easy to construct.

CROISSANCE DE LA FIABILITÉ – TESTS ET MÉTHODES D'ESTIMATION STATISTIQUES

1 Domaine d'application

La présente Norme internationale fournit des modèles et méthodes numériques permettant d'effectuer des estimations de la croissance de la fiabilité basées sur des données de défaillance du système élaborées au cours d'un programme d'amélioration de la fiabilité. Ces procédures incluent des tests de croissance et l'estimation de la fiabilité du système ainsi que des intervalles de confiance et les tests d'adéquation.

2 Références normatives

Les normes suivantes contiennent des dispositions qui, par suite de la référence qui y est faite, constituent des dispositions valables pour la présente Norme internationale. Au moment de la publication, les éditions indiquées étaient en vigueur. Toute norme est sujette à révision et les parties prenantes aux accords fondés sur la présente Norme internationale sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des normes indiquées ci-après. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des Normes internationales en vigueur.

CEI 50(191): 1990, *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI) – Chapitre 191: Sûreté de fonctionnement et qualité de service*

CEI 605-1: 1978, *Essais de fiabilité des équipements – Première partie: Prescriptions générales*

CEI 605-4: 1986, *Essais de fiabilité des équipements – Quatrième partie: Méthode de calcul des estimateurs ponctuels et des limites de confiance résultant d'essais de détermination de la fiabilité d'équipements*

CEI 605-6: 1986, *Essais de fiabilité des équipements – Sixième partie: Tests de validité de l'hypothèse d'un taux de défaillance constant*

CEI 1014: 1989, *Programmes de croissance de fiabilité*

3 Définitions

Pour les besoins de la présente Norme internationale, les termes et définitions de la CEI 50(191) et de la CEI 1014 s'appliquent, conjointement aux termes et définitions suivants:

3.1 modification retardée: Modification corrective incorporée au système à la fin d'un essai.

NOTE – Une modification retardée n'est pas incorporée pendant l'essai.

3.2 facteur d'efficacité d'amélioration: Fraction par laquelle l'intensité des défaillances systématiques est réduite, suite à des modifications correctives.

RELIABILITY GROWTH – STATISTICAL TEST AND ESTIMATION METHODS

1 Scope

This International Standard gives models and numerical methods for reliability growth assessments based on failure data from a single system which were generated in a reliability improvement programme. These procedures deal with growth, estimation, confidence intervals for system reliability and goodness-of-fit tests.

2 Normative references

The following normative documents contain provisions which, through reference in this text, constitute provisions of this International Standard. At the time of publication, the editions indicated were valid. All normative documents are subject to revision, and parties to agreements based on this International Standard are encouraged to investigate the possibility of applying the most recent editions of the normative documents listed below. Members of IEC and ISO maintain registers of currently valid International Standards.

IEC 50(191): 1990, *International Electrotechnical Vocabulary (IEV) – Chapter 191: Dependability and quality of service*

IEC 605-1: 1978, *Equipment reliability testing – Part 1: General requirements*

IEC 605-4: 1986, *Equipment reliability testing – Part 4: Procedures for determining point estimates and confidence limits from equipment reliability determination tests*

IEC 605-6: 1986, *Equipment reliability testing – Part 6: Tests for the validity of a constant failure rate assumption*

IEC 1014: 1989, *Programmes for reliability growth*

3 Definitions

For the purposes of this standard the terms and definitions of IEC 50(191) and IEC 1014 apply, together with the following additional terms and definitions:

3.1 delayed modification: A corrective modification which is incorporated into the system at the end of a test.

NOTE – A delayed modification is not incorporated during the test.

3.2 improvement effectiveness factor: The fraction by which the intensity of a systematic failure is reduced by means of corrective modification.

3.3 essai de type I: Essai terminé à un temps prédéterminé ou essai pour lequel les données existent jusqu'à un temps ne correspondant pas à une défaillance.

NOTE – Un essai de type I est parfois appelé essai terminé par le temps.

3.4 essai de type II: Essai de croissance de la fiabilité terminé après l'accumulation d'un nombre prédéterminé de défaillances ou essai pour lequel les données existent jusqu'à un temps correspondant à une défaillance.

NOTE – Un essai de type II est parfois appelé essai terminé par une défaillance.

4 Symboles

Pour les besoins de la présente Norme internationale, les symboles suivants sont applicables:

λ, β	paramètres d'échelle et de forme du modèle de loi en puissance
CV	valeur critique pour un test d'hypothèse
d	nombre d'intervalles pour l'analyse de données groupées
$\bar{E}, E_i, E_j$	moyenne et facteurs d'efficacité d'amélioration individuels
I	nombre de types différents de défaillances de catégorie B observés
i, j	indices à usage général
K_A	nombre de défaillances de catégorie A
K_B	nombre de défaillances de catégorie B
K_i	nombre de défaillances observées de i -ème type, Catégorie B; $K_B = \sum_{i=1}^k K_i$
M	paramètre du test (statistique) de Cramér-von Mises
N	nombre de défaillances à prendre en compte
N_i	nombre de défaillances dans l' i -ème intervalle
$N(T)$	nombre cumulé de défaillances jusqu'au temps d'essai T
$E[N(T)]$	espérance mathématique du nombre cumulé de défaillances jusqu'au temps d'essai T
$t(i-1), t(i)$	points extrêmes du i -ème intervalle de temps d'essai pour l'analyse de données groupées
T	temps d'essai cumulé courant à prendre en compte
T_i	temps d'essai cumulé à prendre en compte au moment de la i -ème défaillance
T_N	temps d'essai cumulé total à prendre en compte pour un essai de type II
T^*	temps d'essai cumulé total à prendre en compte pour un essai de type I
$\chi^2_\gamma(v)$	fractile γ de la distribution du χ^2 avec v degrés de liberté
z	symbole général pour l'intensité de défaillances
u_γ	fractile γ de la distribution normale réduite
z_p	intensité de défaillance extrapolée
$z(T)$	intensité de défaillances courantes à l'instant T
$\theta(T)$	temps moyen instantané courant entre défaillances
θ_p	temps moyen entre défaillances extrapolé

3.3 type I test: A test which is terminated at a predetermined time or test with data available through a time which does not correspond to a failure.

NOTE – Type I test is sometimes called time terminated test.

3.4 type II test: A reliability growth test which is terminated upon the accumulation of a specified number of failures, or test with data available through a time which corresponds to a failure.

NOTE – Type II test is sometimes called failure terminated test.

4 Symbols

For the purpose of this international standard, the following symbols apply:

λ, β	scale and shape parameters for the power law model
CV	critical value for hypothesis test
d	number of intervals for grouped data analysis
$\bar{E}, E_i, E_j$	mean and individual improvement effectiveness factors
I	number of distinct types of category B failures observed
i, j	general purpose indices
K_A	number of category A failures
K_B	number of category B failures
K_i	number of i -th type category B failures observed; $K_B = \sum_{i=1}^k K_i$
M	parameter of the Cramér-von Mises test (statistical)
N	number of relevant failures
N_i	number of relevant failures in i -th interval
$N(T)$	accumulated number of failures up to test time T
$E[N(T)]$	expected accumulated number of failures up to test time T
$t(i-1); t(i)$	endpoints of i -th interval of test time for grouped data analysis
T	current accumulated relevant test time
T_i	accumulated relevant test time at the i -th failure
T_N	total accumulated relevant test times for type II test
T^*	total accumulated relevant test times for type I test
$\chi^2_\gamma(v)$	γ fractile of the χ^2 distribution with v degrees of freedom
z	general symbol for failure intensity
u_γ	γ fractile of the standard normal distribution
z_p	projected failure intensity
$z(T)$	current failure intensity at time T
$\theta(T)$	current instantaneous mean time between failures
θ_p	projected mean time between failures

5 Le modèle en puissance

Les procédures statistiques pour le modèle de loi en puissance pour la croissance de la fiabilité utilisent les données originales issues de l'essai concernant les défaillances à prendre en compte et les données temporelles. Sauf dans le cas de la technique d'extrapolation (voir 7.6), le modèle s'applique à l'ensemble complet de défaillances à prendre en compte (comme dans la courbe 3 de la figure 2 de la CEI 1014), sans les sous-diviser en catégories.

Les équations de base pour le modèle de loi en puissance sont données dans cet article. Des généralités complémentaires sur ce modèle se trouvent dans l'annexe B.

L'espérance mathématique du nombre cumulé de défaillances jusqu'au temps d'essai T est donnée par:

$$E[N(T)] = \lambda T^\beta, \text{ avec } \lambda > 0, \beta > 0, T > 0$$

où

λ est le paramètre d'échelle

β est le paramètre de forme (fonction de l'efficacité générale des améliorations; $0 < \beta < 1$, correspond à une croissance de la fiabilité; $\beta = 1$ correspond à l'absence de croissance de la fiabilité; $\beta > 1$ correspond à une croissance négative de la fiabilité).

L'intensité de défaillances courante, après T heures d'essai, est donnée par:

$$z(T) = \frac{d}{dT} E[N(T)] = \lambda \beta T^{\beta-1}, \text{ avec } T > 0$$

Ainsi, les deux paramètres λ et β ont une influence sur l'intensité de défaillances atteinte au bout d'un temps donné. Cette équation représente, en fait, la pente de la tangente à la courbe caractéristique de $N(T)$ au temps T , comme l'illustre la figure 6 de la CEI 1014.

Le temps moyen entre défaillances courant après T heures d'essai est donné par:

$$\theta(T) = \frac{1}{z(T)}$$

Les paragraphes 7.1 et 7.2 donnent des méthodes pour obtenir les estimations de maximum de vraisemblance des paramètres λ et β . Le paragraphe 7.3 donne des tests d'adéquation pour le modèle et les paragraphes 7.4 et 7.5 présentent des procédures pour les intervalles de confiance. Une extension du modèle pour l'extrapolation de la croissance de la fiabilité est donnée en 7.6.

Ce modèle a les caractéristiques particulières suivantes:

- il est simple à calculer;
- lorsque les paramètres ont été estimés par des programmes précédents, il constitue un outil pratique pour la planification de futurs programmes utilisant des conditions d'essai semblables et une égale efficacité d'amélioration (voir l'article 5 et la CEI 1014, article 6);
- le modèle implique, de façon irréaliste, que $z(T) = \infty$, lorsque $T = 0$ et que la croissance peut se poursuivre sans fin, c'est-à-dire que $z(T)$ tend vers zéro lorsque T tend vers l'infini. Cependant ces limitations n'affectent pas son utilisation pratique;
- il est relativement lent et insensible dans son indication de la croissance, immédiatement après une action corrective et, par conséquent, il peut donner des estimations trop faibles (c'est-à-dire pessimistes) du $\theta(T)$ final à moins d'utiliser des extrapolations (voir 7.6);

5 The power law model

The statistical procedures for the power law reliability growth model use the original relevant failure and time data from the test. Except in the projection technique (see 7.6), the model is applied to the complete set of relevant failures (as in IEC 1014, figure 2, characteristic (3)) without subdivision into categories.

The basic equations for the power law model are given in this clause. Background information on the model is given in annex B.

The expected accumulated number of failures up to test time T is given by:

$$E[N(T)] = \lambda T^\beta, \text{ with } \lambda > 0, \beta > 0, T > 0$$

where

λ is the scale parameter

β is the shape parameter (a function of the general effectiveness of the improvements; $0 < \beta < 1$, corresponds to reliability growth; $\beta = 1$ corresponds to no reliability growth; $\beta > 1$ corresponds to negative reliability growth).

The current failure intensity after T h of testing is given by:

$$z(T) = \frac{d}{dT} E[N(T)] = \lambda \beta T^{\beta-1}, \text{ with } T > 0$$

Thus, parameters λ and β both affect the failure intensity achieved in a given time. The equation represents in effect the slope of a tangent to the $N(T)$ vs. T characteristic at time T as shown in IEC 1014, figure 6.

The current mean time between failures after T h of testing is given by:

$$\theta(T) = \frac{1}{z(T)}$$

Methods are given in 7.1 and 7.2 for maximum likelihood estimation of the parameters λ and β . Subclause 7.3 gives goodness-of-fit tests for the model, and 7.4 and 7.5 discuss confidence interval procedures. An extension of the model for reliability growth projections is given in 7.6.

The model has the following characteristic features:

- it is simple to evaluate;
- when the parameters have been estimated from past programmes it is a convenient tool for planning future programmes employing similar conditions of testing and equal improvement effectiveness (see clause 5, and IEC 1014, clause 6);
- it gives the unrealistic indications that $z(T) = \infty$ at $T = 0$ and that growth can be unending, that is $z(T)$ tends to zero as T tends to infinity; however, these limitations do not generally affect its practical use;
- it is relatively slow and insensitive in indicating growth immediately after a corrective modification, and so may give a low (that is, pessimistic) estimate of the final $\theta(T)$, unless projection is used (see 7.6);

- la méthode d'estimation normale suppose que les temps observés correspondent exactement aux temps de défaillances mais une autre approche est possible pour des groupes de défaillances à l'intérieur d'une période de temps connue (voir 7.2.2).

6 Utilisation du modèle dans la planification des programmes d'amélioration de la fiabilité

Deux grandeurs doivent être calculées au moyen de modèles de croissance de la fiabilité en tant que données à introduire dans la procédure décrite en 6.3 de la CEI 1014:

- le temps cumulé d'essai à prendre en compte prévu, exprimé en heures, qui sera nécessaire pour atteindre les objectifs du programme;
- le nombre de défaillances à prendre en compte auquel on s'attend pendant cette période.

Le temps cumulé d'essai prévu est alors transformé en temps calendaire du temps d'essai planifié par semaine ou par mois, en tenant compte du temps d'indisponibilité prévu (voir ci-après) et d'autres facteurs, et le nombre de défaillances correspondant est augmenté par jugement de l'ingénieur pour considérer des défaillances non pertinentes et utilisé afin de prévoir le temps total d'indisponibilité.

Les données à introduire dans le modèle pour ces calculs seront les paramètres supposés du modèle provenant d'un ou plusieurs programmes précédents et jugés valables pour des applications futures en raison de la similitude des entités en essai, de l'environnement d'essai, des procédures de gestion et d'autres influences significatives.

7 Procédures de test et d'estimation statistiques

7.1 Généralités

Les procédures décrites en 7.2 utilisent les données de défaillance du système pendant un programme de tests pour permettre le calcul de la croissance de fiabilité et, en particulier, donnent la fiabilité du système à la fin de l'essai. La croissance de fiabilité évaluée résulte des modifications correctives appliquées au système pendant l'essai. Les procédures présentées en 7.2.1 supposent que le temps d'essai cumulé jusqu'à chacune des pannes correspondante est connu. Le paragraphe 7.2.2 considère la situation dans laquelle les temps de défaillance eux-mêmes sont inconnus et les défaillances sont groupées en intervalles de temps d'essai.

Les essais de type I, terminés au temps T^* , ne correspondant pas à une défaillance, et ceux de type II, terminés au temps T_N , correspondant à une défaillance, utilisent des formules légèrement différentes, comme indiqué en 7.2.1 ci-après.

Un test d'adéquation approprié, tel que décrit en 7.3, doit être effectué après les procédures de test de croissance de 7.2.1 et 7.2.2.

Le paragraphe 7.6 considère la situation dans laquelle les modifications correctives sont incorporées au système à la fin de l'essai comme modifications retardées. La technique d'extrapolation permet l'estimation de la fiabilité du système résultant de ces modifications correctives.

7.2 Tests de croissance et estimation des paramètres

7.2.1 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

Cette méthode s'applique seulement lorsque le temps de défaillance a été consigné pour chaque défaillance.

- the normal evaluation method assumes the observed times to be exact times of failure, but an alternative approach is possible for groups of failures within a known time period (see 7.2.2).

6 Use of the model in planning reliability improvement programmes

As inputs to the procedure described in 6.3 of IEC 1014, two quantities have to be predicted by means of reliability growth models:

- the accumulated relevant test time in hours expected to be necessary to meet the aims of the programme;
- the number of relevant failures expected to occur during this time period.

The accumulated relevant test time is then converted to calendar time from the planned test time per week or month, making allowance for the predicted total downtime (see below) and other contingencies, and the number of relevant failures is increased by judgment to include non-relevant failures and used to predict total downtime.

The inputs to the model for these calculations will be the assumed parameters for the model, as already estimated from one or more previous programmes, and judged to be valid for the future application by similarity of the test items, test environment, management procedures and other significant influences.

7 Statistical test and estimation procedures

7.1 Overview

The procedures in 7.2 utilize system failure data during a test programme to estimate the progress of reliability growth, and to estimate, in particular, the final system reliability at the end of the test. The reliability growth which is assessed is the result of corrective modifications incorporated into the system during test. The procedures discussed in 7.2.1 assume that the accumulated test time to each relevant failure is known. Subclause 7.2.2 addresses the situation where actual failure times are not known and failures are grouped in intervals of test time.

Type I tests, which are concluded at T^* , which is not a failure time, and type II tests, which are concluded at failure time T_N , use slightly different formulae, as indicated in 7.2.1.

An appropriate goodness-of-fit test, as described in 7.3, shall be performed after the growth test procedures of 7.2.1 and 7.2.2.

Subclause 7.6 addresses the situation where the corrective modifications are incorporated into the system at the end of the test as delayed modifications. The projection technique estimates the system reliability resulting from these corrective modifications.

7.2 Growth tests and parameter estimation

7.2.1 Case 1 – Time data for every relevant failure

This method applies only where the time of failure has been logged for every failure.

Etape 1: exclure les défaillances à ne pas prendre en compte référencées en 7.1 de la CEI 1014 et/ou toute autre documentation pertinente.

Etape 2: rassembler dans un fichier de données les temps d'essai cumulés à prendre en compte (définis en 9.5 de la CEI 605-1) auxquels ont eu lieu chacune des défaillances à prendre en compte. Pour les essais de type I, noter aussi le temps d'arrêt de l'essai.

Etape 3: calculer la statistique d'essai

$$U = \frac{\sum_{i=1}^N T_i - N \frac{T^*}{2}}{T^* \sqrt{\frac{N}{12}}} \quad [\text{type I}]$$

ou

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} T_i - (N-1) \frac{T_N}{2}}{T_N \sqrt{\frac{N-1}{12}}} \quad [\text{type II}]$$

où

N est le nombre de défaillances à prendre en compte;

T^* est le temps d'essai cumulé total à prendre en compte pour un essai de type I;

T_N est le temps d'essai cumulé total à prendre en compte pour un essai de type II;

T_i est le temps d'essai cumulé au moment de la i -ème défaillance.

Si on admet l'hypothèse d'absence de croissance, c'est-à-dire que les temps des défaillances suivent un processus de Poisson homogène, la statistique U est distribuée approximativement selon la distribution normale réduite, de moyenne 0 et d'écart-type 1. Ainsi la statistique U peut être utilisée pour tester s'il y a une preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, indépendamment du modèle de croissance de la fiabilité.

Les valeurs critiques d'un test bilatéral de croissance positive ou négative au niveau de signification α sont, $u_{1-\alpha/2}$ et $-u_{1-\alpha/2}$, où $u_{1-\alpha/2}$ est le fractile $(1-\alpha/2) \cdot 100$ % de la distribution normale réduite.

Si $U < -u_{1-\alpha/2}$ ou $U > u_{1-\alpha/2}$

alors il y a preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative respectivement, et l'analyse peut continuer par l'étape 4.

Si, toutefois $-u_{1-\alpha/2} < U < u_{1-\alpha/2}$

alors il n'y a pas de preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, au niveau α de signification et l'analyse de la croissance est terminée. Dans ce cas l'hypothèse de temps exponentiels entre défaillances successives est admise (soit un processus de Poisson homogène) au niveau α de signification. Les valeurs critiques $u_{1-\alpha/2}$ ($-u_{1-\alpha/2}$) correspondent à un test unilatéral de croissance positive (négative) au niveau de signification $\alpha/2$.

Au niveau de signification de 0,20 les valeurs critiques pour un test bilatéral sont 1,28 et -1,28. La valeur critique 1,28 correspond à un test unilatéral de croissance positive au niveau de signification de 0,10. Pour d'autres niveaux de signification, choisir les valeurs critiques appropriées dans une table des fractiles de la distribution normale réduite.

Step 1: exclude non-relevant failures by reference to 7.1 of IEC 1014, and/or other appropriate documentation.

Step 2: assemble into a data set the accumulated relevant test times (as defined in 9.5 of IEC 605-1) at which each relevant failure occurred. For type I tests, note also the time of termination of the test.

Step 3: Calculate the test statistic

$$U = \frac{\sum_{i=1}^N T_i - N \frac{T^*}{2}}{T^* \sqrt{\frac{N}{12}}} \quad [\text{type I}]$$

or

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} T_i - (N-1) \frac{T_N}{2}}{T_N \sqrt{\frac{N-1}{12}}} \quad [\text{type II}]$$

where

N is the total number of relevant failures;

T^* is the total accumulated relevant test times for type I test;

T_N is the total accumulated relevant test times for type II test;

T_i is the accumulated relevant test time at the i -th failure.

Under the hypothesis of zero growth, that is, the failure times follow a homogeneous Poisson process, the statistic U is approximately distributed as a standard normal random variable with mean 0 and standard deviation 1. The statistic U can be used to test if there is evidence of reliability growth, positive or negative, independent of the reliability growth model.

A two-sided test for positive or negative growth at the α significance level has critical values $u_{1-\alpha/2}$ and $-u_{1-\alpha/2}$, where $u_{1-\alpha/2}$ is the $(1-\alpha/2) \cdot 100$ -th fractile of the standard normal distribution.

If $U < -u_{1-\alpha/2}$ ou $U > u_{1-\alpha/2}$

then there is evidence of positive or negative reliability growth, respectively, and the analysis is continued with Step 4.

If, however, $-u_{1-\alpha/2} < U < u_{1-\alpha/2}$

then there is not evidence of positive or negative reliability growth at the α significance level and the growth analysis is terminated. In this case, the hypothesis of exponential times between successive failures (or a homogeneous Poisson process) is accepted at the α significance level. The critical values $u_{1-\alpha/2}$ and $-u_{1-\alpha/2}$ correspond to a one-sided test for positive or negative growth, respectively, at the $\alpha/2$ significance level.

At the 0,20 significance level, the critical values for a two-sided test are 1,28 and -1,28. The critical value 1,28 corresponds to a one-sided test for positive growth at the 10 % significance level. For other levels of significance, choose the appropriate critical values from a table of fractiles for the standard normal distribution.

Etape 4: calculer les sommes:

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \ln(T^* / T_i) \quad [\text{type I}]$$

ou

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \ln(T_N / T_i) \quad [\text{type II}]$$

Etape 5: calculer l'estimateur (non biaisé) du paramètre β par la formule:

$$\hat{\beta} = \frac{N-1}{S_1} \quad [\text{type I}]$$

ou

$$\hat{\beta} = \frac{N-2}{S_1} \quad [\text{type II}]$$

Etape 6: calculer l'estimateur du paramètre λ par la formule:

$$\hat{\lambda} = N / (T^*)^{\hat{\beta}} \quad [\text{type I}]$$

ou

$$\hat{\lambda} = N / (T_N)^{\hat{\beta}} \quad [\text{type II}]$$

Etape 7: calculer l'intensité de défaillances $\hat{z}(T)$, et le temps moyen entre défaillance $\hat{\theta}(T)$ estimés pour n'importe quel temps $T > 0$ par les formules:

$$\hat{z}(T) = \hat{\lambda} \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1}$$

$$\hat{\theta}(T) = 1 / \hat{z}(T)$$

NOTES

1 $\hat{z}(T)$ et $\hat{\theta}(T)$ sont des estimateurs de l'intensité de défaillances et du MTBF «courants» au temps $T > 0$, pour T appartenant aux temps représentatifs des données. Des estimations «extrapolées» pour un temps futur T pendant la phase d'essai ou jusqu'au temps attendu pour son achèvement peuvent être obtenues également mais utilisées avec les précautions d'usage associées aux extrapolations. Il est recommandé de ne pas étendre des estimations extrapolées au-delà du temps attendu pour l'achèvement de l'essai.

2 Si le programme d'essai est terminé alors $\hat{\theta}(T)$, pour $T=T^*$ ou $T=T_N$, selon le cas, est une estimation du MTBF de la configuration du système en essai à la fin de la phase d'essai.

7.2.2 Cas 2 – Données temporelles pour des groupes de défaillances à prendre en compte

Cette autre méthode alternative correspond au cas où les données consisteraient en intervalles de temps connus, chacun contenant un nombre de défaillances connu. Il est important de noter que les longueurs de ces intervalles ainsi que le nombre des défaillances par intervalles n'ont pas besoin d'être constants.

La période d'essai s'étend sur l'intervalle de temps $(0; T)$ et est divisée en d intervalles correspondant aux instants $0 < t(1) < t(2) < \dots < t(d)$. Le i -ème intervalle est la période de temps située entre $t(i-1)$ et $t(i)$, avec $i = 1, 2, \dots, d$, $t(0) = 0$, $t(d) = T$. Les instants de division $t(i)$ peuvent prendre toute valeur comprise entre 0 et T .

Etape 1: exclure les défaillances à ne pas prendre en compte selon 7.1 de la CEI 1014, et/ou toute autre documentation pertinente.

Step 4: calculate the summation:

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \ln(T^* / T_i) \quad [\text{type I}]$$

or

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \ln(T_N / T_i) \quad [\text{type II}]$$

Step 5: calculate the (unbiased) estimate of the parameter β from the formula:

$$\hat{\beta} = \frac{N-1}{S_1} \quad [\text{type I}]$$

or

$$\hat{\beta} = \frac{N-2}{S_1} \quad [\text{type II}]$$

Step 6: calculate the estimate of the parameter λ from the formula:

$$\hat{\lambda} = N / (T^*)^{\hat{\beta}} \quad [\text{type I}]$$

or

$$\hat{\lambda} = N / (T_N)^{\hat{\beta}} \quad [\text{type II}]$$

Step 7: calculate the estimated failure intensity $\hat{z}(T)$ and mean time between failures $\hat{\theta}(T)$, for any test time $T > 0$, from the formulae:

$$\hat{z}(T) = \hat{\lambda} \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1}$$

$$\hat{\theta}(T) = 1 / \hat{z}(T)$$

NOTES

1 $\hat{z}(T)$ and $\hat{\theta}(T)$ are estimates of the "current" failure intensity and MTBF at time $T > 0$, for T over the range represented by the data. "Extrapolated" estimates for a future time T during the test programme, or at its expected termination time, may be obtained similarly, but used with the usual caution associated with extrapolation. Extrapolated estimates should not extend past the expected termination time.

2 If the test programme is completed, then $\hat{\theta}(T)$, for $T = T^*$ or $T = T_N$ (as appropriate), estimates the MTBF of the system configuration on test at the end of the test programme.

7.2.2 Case 2 – Time data for groups of relevant failures

This alternative method is for the case where the data set consists of known time intervals, each containing a known number of failures. It is important to note that the interval lengths and the number of failures per interval need not be constant.

The test period is over the interval $(0; T)$ and is partitioned into d intervals at times, $0 < t(1) < t(2) < \dots < t(d)$. The i -th interval is the time period between $t(i-1)$ and $t(i)$, $i = 1, 2, \dots, d$, $t(0) = 0$, $t(d) = T$. The partition times $t(i)$ may assume any values between 0 and T .

Step 1: exclude non-relevant failures by reference to 7.1 of IEC 1014 and/or other appropriate documentation.

Etape 2: rassembler dans un fichier de données les nombres de défaillances à prendre en compte N_i , consignés dans l' i -ème intervalle $[t(i-1), t(i)]$, $i=1, \dots, d$. Le nombre total de défaillances à prendre en compte est $N = \sum_{i=1}^d N_i$.

Pour chacun des intervalles, $\rho_i N$ ne doit pas être inférieur à 5 (si nécessaire, il est recommandé de combiner des intervalles adjacents avant ce test) avec:

$$\rho_i = \frac{t(i) - t(i-1)}{t(d)}$$

Etape 3: pour les d intervalles (si nécessaire, après combinaison) et leurs N_i défaillances correspondantes, calculer la statistique

$$X^2 = \sum_{i=1}^d \frac{(N_i - \rho_i N)^2}{\rho_i N}$$

Si on admet l'hypothèse d'une croissance nulle, c'est-à-dire que les temps des défaillances suivent un processus de Poisson homogène, la statistique X^2 est distribuée approximativement comme une variable de type χ^2 avec $d-1$ degrés de liberté. La statistique X^2 peut être utilisée pour tester s'il existe une preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, indépendamment du modèle de croissance de la fiabilité.

La valeur critique CV d'un test bilatéral pour une croissance positive ou négative, au niveau de signification α est

$$CV = \chi^2_{1-\alpha; (d-1)}$$

Si $X^2 \geq CV$

alors il y a preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, et l'analyse continue avec l'étape 4.

Si $X^2 < CV$

alors il n'y a pas de preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, au niveau de signification α et l'analyse de la croissance est terminée. Dans ce cas, l'hypothèse de temps exponentiels entre défaillances successives est admise (soit un processus de Poisson homogène) au niveau de signification α .

Des valeurs critiques de $\chi^2_{1-\alpha; (d-1)}$ pour plusieurs niveaux de signification α et plusieurs degrés de liberté $d-1$ peuvent être obtenues dans des tables de la distribution du χ^2 , par exemple dans les CEI 605-4 et CEI 605-6.

Etape 4: pour le fichier de données d'origine constitué dans l'étape 2, calculer l'estimateur de maximum de vraisemblance du paramètre de forme β . L'estimateur de maximum de vraisemblance de β est la valeur $\hat{\beta}$ qui satisfait l'équation suivante:

Step 2: assemble into a data set the number of relevant failures N_i recorded in the i -th interval $[t(i-1); t(i)]$, $i = 1, \dots, d$. The total number of relevant failures is $N = \sum_{i=1}^d N_i$.

For each interval, $\rho_i N$ shall not be less than 5, (if necessary, adjacent intervals should be combined before this test) where:

$$\rho_i = \frac{t(i) - t(i-1)}{t(d)}$$

Step 3: for the d intervals (after combination if necessary) and corresponding failures N_i , calculate the statistic

$$X^2 = \sum_{i=1}^d \frac{(N_i - \rho_i N)^2}{\rho_i N}$$

Under the hypothesis of zero growth, that is, the failure times follow a homogeneous Poisson process, the statistic X^2 is approximately distributed as a χ^2 random variable with $d-1$ degrees of freedom. The statistic X^2 can be used to test if there is evidence of reliability growth, positive or negative, independent of the reliability growth model.

A two-sided test for positive or negative growth at the α significance level has critical value

$$CV = \chi_{1-\alpha}^2; (d-1)$$

If $X^2 \geq CV$

then there is evidence of positive or negative reliability growth and the analysis is continued with Step 4.

If $X^2 < CV$

then there is not evidence of positive or negative reliability growth at the α significance level and the growth analysis is terminated. In this case, the hypothesis of exponential times between successive failures (or a homogeneous Poisson process) is accepted at the α significance level.

Critical values $\chi_{1-\alpha}^2; (d-1)$ for various significance levels α and several degrees of freedom $d-1$ can be found in tables of the χ^2 distribution, for example in IEC 605-4 and IEC 605-6.

Step 4: for the original data set assembled in Step 2, calculate the maximum likelihood estimate of the shape parameter β . The maximum likelihood estimate of β is the value $\hat{\beta}$, which satisfies the following equation:

$$\sum_{i=1}^d N_i \left[\frac{t(i)^{\hat{\beta}} \ln t(i) - t(i-1)^{\hat{\beta}} \ln t(i-1)}{t(i)^{\hat{\beta}} - t(i-1)^{\hat{\beta}}} - \ln t(d) \right] = 0.$$

Noter que $t(0)=0$ et $t(0) \cdot \ln t(0)=0$. Tous les termes $t(\cdot)$ peuvent être normalisés par rapport à $t(d)$ et le terme final $\ln t(d)$ disparaît. Une méthode itérative doit être utilisée pour résoudre la valeur de $\hat{\beta}$ avec cette équation.

Etape 5: calculer l'estimateur du paramètre λ par la formule

$$\hat{\lambda} = N / t(d)^{\hat{\beta}}$$

Etape 6: calculer l'estimateur de l'intensité de défaillances $\hat{z}(T)$ et du temps moyen entre défaillances $\hat{\theta}(T)$, pour n'importe quel temps $T > 0$ par les formules:

$$\hat{z}(T) = \hat{\lambda} \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1}$$

$$\hat{\theta}(T) = 1 / \hat{z}(T)$$

NOTES

1 $\hat{z}(T)$ et $\hat{\theta}(T)$ sont des estimateurs de l'intensité de défaillances et du MTBF «courants» au temps $T > 0$, pour T appartenant aux temps représentatifs des données. Des estimations «extrapolées» pour un temps futur T pendant la phase d'essai ou jusqu'au temps attendu pour son achèvement peuvent être obtenues également mais utilisées avec les précautions d'usage associées aux extrapolations. Il est recommandé de ne pas étendre des estimations extrapolées au-delà du temps attendu pour l'achèvement de l'essai.

2 Si le programme d'essai est terminé alors $\theta(T)$, pour $T=t(d)$, est une estimation du MTBF de la configuration du système en essai à la fin de la phase d'essai.

7.3 Tests d'adéquation

Si les temps de chaque défaillance sont disponibles, utiliser la méthode du cas 1, sinon utiliser la méthode du cas 2.

7.3.1 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

La méthode d'estimation du 7.2.1 doit être utilisée d'abord pour estimer le paramètre de forme β . La statistique de Cramér-von Mises est alors donnée par l'expression suivante:

$$C^2(M) = \frac{1}{12M} + \sum_{i=1}^M \left[\left(\frac{T_i}{T} \right)^{\hat{\beta}} - \frac{2i-1}{2M} \right]^2$$

où

$M=N$ et $T=T^*$ pour les essais de type I;

$M=N-1$ et $T=T_N$ pour les essais de type II;

$T_1 < T_2 < \dots < T_M$.

Le tableau 1 donne des valeurs critiques pour cette statistique au niveau de signification de 10 %. Si la statistique $C^2(M)$ dépasse la valeur critique correspondant au M du tableau, l'hypothèse selon laquelle le modèle de loi en puissance décrit de façon adéquate les données doit être refusée. Autrement, le modèle doit être accepté.

$$\sum_{i=1}^d N_i \left[\frac{t(i)^{\hat{\beta}} \ln t(i) - t(i-1)^{\hat{\beta}} \ln t(i-1)}{t(i)^{\hat{\beta}} - t(i-1)^{\hat{\beta}}} - \ln t(d) \right] = 0.$$

Note that $t(0) = 0$ and also $t(0) \cdot \ln t(0) = 0$. All $t(\cdot)$ terms may be normalized with respect to $t(d)$ and then the final term $\ln t(d)$ disappears. An iterative method must be used to solve this equation for $\hat{\beta}$.

Step 5: calculate the estimate of the parameter λ from the formula

$$\hat{\lambda} = N / t(d)^{\hat{\beta}}$$

Step 6 calculate the estimated failure intensity $\hat{z}(T)$ and mean time between failures $\hat{\theta}(T)$, for any test time $T > 0$, from the formulae:

$$\hat{z}(T) = \hat{\lambda} \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1}$$

$$\hat{\theta}(T) = 1 / \hat{z}(T)$$

NOTES

1 $\hat{z}(T)$ and $\hat{\theta}(T)$ are estimates of the "current" failure intensity and MTBF at time $T > 0$, for T over the range represented by the data. "Extrapolated" estimates for a future time T during the test phase, or at its expected termination time, may be obtained similarly, but used with the usual caution associated with extrapolation. Extrapolated estimates should not extend past the expected termination time.

2 If the test program is completed, then $\hat{\theta}(T)$ for $T = t(d)$, estimates the MTBF of the system configuration on test at the end of the test phase.

7.3 Goodness-of-fit tests

If individual failure times are available, use case 1, otherwise, use case 2.

7.3.1 Case 1 – Time data for every relevant failure

The estimation method included in 7.2.1 shall first be used to estimate the shape parameter β . The Cramér-von Mises statistic is then given by the following expression:

$$C^2(M) = \frac{1}{12M} + \sum_{i=1}^M \left[\left(\frac{T_i}{T} \right)^{\hat{\beta}} - \frac{2i-1}{2M} \right]^2$$

where

$M = N$ and $T = T^*$ for type I tests

$M = N - 1$ and $T = T_N$ for type II tests

$T_1 < T_2 < \dots < T_M$.

Table 1 gives critical values of this statistic for 10 % significance level. If the statistic $C^2(M)$ exceeds the critical value corresponding to M in the table, then the hypothesis that the power law model adequately fits the data shall be rejected. Otherwise, the model shall be accepted.

Lorsque les temps de défaillance sont connus, la procédure graphique décrite ci-après peut être utilisée pour obtenir davantage d'informations concernant l'adéquation entre le modèle et les données.

Pour la procédure graphique, une estimation de l'espérance mathématique du temps d'essai jusqu'à la j -ième défaillance, $E[T_j]$, est représenté en fonction du temps d'essai observé jusqu'à la j -ième défaillance, T_j . Selon l'annexe B, $E[T_j]$ peut être estimé par la formule:

$$\hat{E}[T_j] = \left(\frac{j}{\hat{\lambda}} \right)^{1/\hat{\beta}}, \quad j = 1, \dots, N$$

Les espérances mathématiques des temps de défaillance, $\left(\frac{j}{\hat{\lambda}} \right)^{1/\hat{\beta}}$, sont alors représentées en fonction des temps d'essais observés jusqu'à défaillance, T_j , avec des échelles linéaires identiques, comme dans l'exemple de la figure A.1. L'accord visuel entre ces points et une droite à 45° passant par l'origine est une mesure subjective de l'applicabilité du modèle.

7.3.2 Cas 2 – Données temporelles pour des groupes de défaillances à prendre en compte

Ce test est adéquat seulement lorsque $\hat{\beta}$ a été estimé en utilisant des données groupées comme en 7.2.2. L'espérance mathématique du nombre de défaillances dans l'intervalle $(t(i-1); t(i))$ est approximé par:

$$e_i = \hat{\lambda} \left[t(i)^{\hat{\beta}} - t(i-1)^{\hat{\beta}} \right]$$

Pour chaque intervalle, e_i ne doit pas être inférieur à 5 et il est recommandé, si nécessaire, de combiner des intervalles adjacents avant le test. Pour d intervalles (après combinaison si nécessaire) et avec N_i le même qu'en 7.2.2, calculer la statistique:

$$X^2 = \sum_{i=1}^d \frac{(N_i - e_i)^2}{e_i}$$

Les valeurs critiques de cette statistique, pour $d-2$ degrés de liberté, peuvent être trouvées dans les tables de la distribution du χ^2 , par exemple dans les CEI 605-4 et CEI 605-6. Si la valeur critique au niveau de signification de 10 % est dépassée, alors l'hypothèse selon laquelle le modèle de loi en puissance décrit de façon adéquate les données groupées doit être refusée.

Lorsque les données consistent en intervalles de temps connus, chacun contenant un nombre connu de défaillances, la procédure graphique décrite ci-après peut être utilisée pour obtenir des informations complémentaires sur l'adéquation entre le modèle et les données.

Pour chaque point final d'un intervalle $t(i)$, le nombre de défaillances observé entre 0 et $t(i)$ est:

$$N(t(i)) = \sum_{j=1}^i N_j.$$

L'espérance mathématique du nombre de défaillances $E[N(t(i))]$ est estimée par

$$\hat{E}[N(t(i))] = \hat{\lambda} t(i)^{\hat{\beta}}$$

When the failure times are known, the graphical procedure described below may be used to obtain additional information about the correspondence between the model and the data.

For the graphical procedure, an estimate of the expected time to the j -th failure, $E[T_j]$, is plotted against the observed time to the j -th failure, T_j . From annex B, $E[T_j]$ may be estimated by:

$$\hat{E}[T_j] = \left(\frac{j}{\hat{\lambda}} \right)^{1/\hat{\beta}}, \quad \text{with } j = 1, \dots, N$$

The expected failure times, $\left(\frac{j}{\hat{\lambda}} \right)^{1/\hat{\beta}}$, are then plotted against the observed failure times, T_j , on identical linear scales, as in the example of figure A.1. The visual agreement of these points with a line at 45° through the origin is a subjective measure of the applicability of the model.

7.3.2 Case 2 – Time data for groups of relevant failures

This test is suitable only when $\hat{\beta}$ has been estimated using grouped data, as in 7.2.2. The expected number of failures in the time interval $[t(i-1); t(i)]$ is approximated by:

$$e_i = \hat{\lambda} \left[t(i)^{\hat{\beta}} - t(i-1)^{\hat{\beta}} \right]$$

For each interval, e_i shall not be less than 5, and if necessary, adjacent intervals should be combined before the test. For d intervals (after combination if necessary) and with N_i the same as in 7.2.2, calculate the statistic:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^d \frac{(N_i - e_i)^2}{e_i}$$

The critical values of this statistic for $d-2$ degrees of freedom can be found in tables of the χ^2 distribution, for example in IEC 605-4 and IEC 605-6. If the critical value at a 10 % level of significance is exceeded, then the hypothesis that the power law model adequately fits the grouped data shall be rejected.

When the data set consists of known time intervals, each containing a known number of failures, the graphical procedure described below may be used to obtain additional information about the correspondence between the model and the data.

For each interval endpoint $t(i)$, the number of observed failures from 0 to $t(i)$ is

$$N(t(i)) = \sum_{j=1}^i N_j$$

The expected number of failures $E[N(t(i))]$ is estimated by

$$\hat{E}[N(t(i))] = \hat{\lambda} t(i)^{\hat{\beta}}$$

Ceci donne

$$\frac{\hat{E}[N(t(i))]}{t(i)} = \hat{\lambda}_{t(i)} \hat{\beta}^{-1}$$

La procédure graphique consiste à représenter

$$\ln \left\{ \frac{N(t(i))}{t(i)} \right\}, \quad i = 1, \dots, d$$

ainsi que la droite

$$\ln \hat{\lambda} + (\hat{\beta} - 1) \ln T, \quad T > 0$$

comme dans l'exemple de la figure A.2. Voir l'annexe B pour la relation entre $\ln \hat{\lambda}$ et δ et $(\hat{\beta} - 1)$ et $-\alpha$.

Pour $\hat{\beta} < 1$ cette droite est décroissante. L'accord visuel entre ces points et cette droite est une mesure subjective de l'applicabilité du modèle.

7.4 Intervalles de confiance du paramètre de forme

Le paramètre de forme β dans le modèle de loi en puissance pour la croissance de la fiabilité détermine si le modèle met en évidence une croissance ainsi que son degré. Si $0 < \beta < 1$, il y a croissance de la fiabilité positive; si $\beta = 1$, il n'y a pas de croissance de la fiabilité et si $\beta > 1$, il y a croissance négative de la fiabilité.

Pour un intervalle de confiance bilatéral de β , lorsque les temps individuels de défaillance sont disponibles, utiliser la méthode du cas 1 ci-après. Pour des temps de défaillance groupés, utiliser la méthode du cas 2.

7.4.1 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

Etape 1: calculer $\hat{\beta}$ à partir de l'étape 5 de 7.2.1.

Etape 2: *essai de type I*

Pour des limites bilatérales à 90 % de confiance pour β , calculer

$$D_L = \frac{\chi_{0,05}^2(2N)}{2(N-1)}$$

$$D_U = \frac{\chi_{0,95}^2(2N)}{2(N-1)}$$

Ces fractiles se trouvent, par exemple, dans les CEI 605-4 et CEI 605-6.

La limite inférieure de confiance de β est

$$\beta_{LB} = D_L \cdot \hat{\beta}$$

La limite supérieure de confiance de β est

$$\beta_{UB} = D_U \cdot \hat{\beta}$$

This gives

$$\frac{\hat{E}[N(t(i))]}{t(i)} = \hat{\lambda}_t(i)^{\hat{\beta}-1}$$

The graphical procedure consists of plotting

$$\ln \left\{ \frac{N(t(i))}{t(i)} \right\}, \quad i = 1, \dots, d$$

and also plotting the line

$$\ln \hat{\lambda} + (\hat{\beta} - 1) \ln T, \quad T > 0$$

as in the example of figure A.2. See annex B for the relationship between $\ln \hat{\lambda}$ and δ and $(\hat{\beta} - 1)$ and $-\alpha$.

For $\hat{\beta} < 1$, this line is decreasing. The visual agreement of these points with this line is a subjective measure of the applicability of the model.

7.4 Confidence intervals on the shape parameter

The shape parameter β in the power law reliability growth model determines if the model reflects growth and to what degree. If $0 < \beta < 1$, there is positive reliability growth, if $\beta = 1$, there is no reliability growth, and if $\beta > 1$, there is negative reliability growth.

For a two-sided confidence interval on β when individual failure times are available, use case 1. For grouped failure times, use case 2.

7.4.1 Case 1 – Time data for every relevant failure

Step 1: calculate $\hat{\beta}$ from step 5 in 7.2.1

Step 2: type I test

For a two-sided 90 % confidence interval on β , calculate

$$D_L = \frac{\chi_{0,05}^2(2N)}{2(N-1)}$$

$$D_U = \frac{\chi_{0,95}^2(2N)}{2(N-1)}$$

The fractiles can be found in tables of the χ^2 distribution, for example in IEC 605-4 and IEC 605-6.

The lower confidence limit on β is

$$\beta_{LB} = D_L \cdot \hat{\beta}$$

The upper confidence limit on β is

$$\beta_{UB} = D_U \cdot \hat{\beta}$$

Les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour β sont respectivement β_{LB} et β_{UB} .

Essai de type II

Pour des limites bilatérales à 90 % de confiance pour $\hat{\beta}$, calculer

$$D_L = \frac{N \cdot \chi_{0,05}^2; (2(N-1))}{2(N-1)(N-2)}$$

$$D_U = \frac{N \cdot \chi_{0,95}^2; (2(N-1))}{2(N-1)(N-2)}$$

La limite inférieure de confiance de β est

$$\beta_{LB} = D_L \cdot \hat{\beta}$$

La limite supérieure de confiance de β est

$$\beta_{UB} = D_U \cdot \hat{\beta}$$

Les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour β sont respectivement β_{LB} et β_{UB} .

7.4.2 Cas 2 – Données temporelles pour des groupes de défaillance à prendre en compte

Ces procédures pour les intervalles de confiance sont adéquates lorsque $\hat{\beta}$ a été estimé à partir de données groupées, comme en 7.2.2.

Etape 1: calculer $\hat{\beta}$ à partir de l'étape 4 de 7.2.2.

Etape 2: calculer

$$P(i) = \frac{t(i)}{t(d)}, \text{ avec } i = 1, 2, \dots, d$$

Etape 3: calculer l'expression

$$A = \sum_{i=1}^d \frac{[P(i)^{\hat{\beta}} \cdot \ln P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \cdot \ln P(i-1)^{\hat{\beta}}]^2}{[P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}}]}$$

Etape 4: calculer

$$C = \frac{1}{\sqrt{A}}$$

Etape 5: pour des intervalles bilatéraux approximatifs, à 90 % de confiance pour β , calculer

$$S = \frac{(1,64) \cdot C}{\sqrt{N}}$$

où N est le nombre total de défaillances.

One-sided 95 % lower and upper limits on β are β_{LB} and β_{UB} , respectively.

Type II test

For a two-sided 90 % confidence interval on $\hat{\beta}$, calculate

$$D_L = \frac{N \cdot \chi_{0,05}^2(2(N-1))}{2(N-1)(N-2)}$$

$$D_U = \frac{N \cdot \chi_{0,95}^2(2(N-1))}{2(N-1)(N-2)}$$

The lower confidence limit on β is

$$\beta_{LB} = D_L \cdot \hat{\beta}$$

The upper confidence limit on β is

$$\beta_{UB} = D_U \cdot \hat{\beta}$$

One-sided 95 % lower and upper limits on β are β_{LB} and β_{UB} , respectively.

7.4.2 Case 2 – Time data for groups of relevant failures

These confidence interval procedures are suitable when $\hat{\beta}$ has been estimated from grouped data as in 7.2.2.

Step 1: calculate $\hat{\beta}$ as in 7.2.2, step 4.

Step 2: calculate

$$P(i) = \frac{t(i)}{t(d)}, \text{ with } i = 1, 2, \dots, d$$

Step 3: calculate the expression

$$A = \sum_{i=1}^d \frac{\left[P(i)^{\hat{\beta}} \cdot \ln P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \cdot \ln P(i-1)^{\hat{\beta}} \right]^2}{\left[P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \right]}$$

Step 4: calculate

$$C = \frac{1}{\sqrt{A}}$$

Step 5: for an approximate two-sided 90 % confidence interval on β , calculate

$$S = \frac{(1,64) \cdot C}{\sqrt{N}}$$

where

N is the total number of failures.

Etape 6: la limite inférieure de confiance de β est

$$\beta_{LB} = \hat{\beta}(1-S)$$

La limite supérieure de confiance de β est

$$\beta_{UB} = \hat{\beta}(1+S)$$

Les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour β sont respectivement β_{LB} et β_{UB} .

7.5 Intervalles de confiance pour le MTBF courant

Dans l'étape 7, paragraphe 7.2.1, $\hat{\theta}(T)$ est un estimateur du MTBF courant $\theta(T)$. Pour des intervalles de confiance de $\hat{\theta}(T)$, lorsque les temps individuels de défaillance sont disponibles, utiliser la méthode 1 ci-après. Pour des temps de défaillance groupés, utiliser la méthode 2.

7.5.1 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

Etape 1: calculer $\hat{\theta}(T)$ à partir de l'étape 7, paragraphe 7.2.1.

Etape 2: pour des intervalles bilatéraux à 90 % de confiance, consulter le tableau 2, type I ou le tableau 3, type II et identifier les valeurs de L et de U correspondant à la taille de l'échantillon N .

Etape 3: la limite inférieure de confiance de $\theta(T)$ est

$$\theta_{LB} = L \cdot \hat{\theta}(T)$$

la limite supérieure de confiance de $\theta(T)$ est

$$\theta_{UB} = U \cdot \hat{\theta}(T)$$

les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour $\theta(T)$ sont respectivement θ_{LB} et θ_{UB} .

7.5.2 Cas 2 – Données temporelles pour des groupes de défaillances à prendre en compte

Ces procédures pour les intervalles de confiance sont adéquates lorsque $\hat{\beta}$ a été estimé à partir de données groupées, comme en 7.2.2.

Etape 1: calculer $\hat{\beta}$ à partir de l'étape 4 du paragraphe 7.2.2 et calculer $\hat{\theta}(T)$ comme en 7.2.1 (étape 7).

Etape 2: calculer

$$P(i) = \frac{T(i)}{T(d)}, \text{ avec } i = 1, 2, \dots, d$$

Step 6: the lower confidence limit on β is

$$\beta_{LB} = \hat{\beta}(1-S)$$

The upper confidence limit on β is

$$\beta_{UB} = \hat{\beta}(1+S)$$

One-sided 95 % lower and upper limits on β are β_{LB} and β_{UB} , respectively.

7.5 Confidence intervals on current MTBF

From 7.2.1, step 7, $\hat{\theta}(T)$ estimates the current MTBF, $\theta(T)$. For confidence intervals on $\hat{\theta}(T)$ when individual failure times are available, use case 1. For grouped failure times, use case 2.

7.5.1 Case 1 – Time data for every relevant failure

Step 1: calculate $\hat{\theta}(T)$ from 7.2.1, step 7.

Step 2: for a two-sided 90 % confidence interval, refer to table 2, type I, or table 3, type II, and locate the values L and U for the appropriate sample size N .

Step 3: the lower confidence limit on $\theta(T)$ is

$$\theta_{LB} = L \cdot \hat{\theta}(T)$$

the upper confidence limit on $\theta(T)$ is

$$\theta_{UB} = U \cdot \hat{\theta}(T)$$

One-sided 95 % lower and upper limits on $\theta(T)$ are θ_{LB} and θ_{UB} , respectively.

7.5.2 Case 2 – Time data for groups of relevant failures

These confidence interval procedures are suitable when $\hat{\beta}$ has been estimated from grouped data as in 7.2.2.

Step 1: calculate $\hat{\beta}$ as in 7.2.2, and calculate $\hat{\theta}(T)$ as in 7.2.1, step 7

Step 2: calculate

$$P(i) = \frac{T(i)}{T(d)}, \text{ avec } i = 1, 2, \dots, d$$

Etape 3: calculer l'expression

$$A = \sum_{i=1}^d \frac{\left(P(i)^{\hat{\beta}} \cdot \ln P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \cdot \ln P(i-1)^{\hat{\beta}} \right)^2}{\left(P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \right)}$$

Etape 4: calculer

$$D = \sqrt{\frac{1}{A} + 1}$$

Etape 5: pour des intervalles bilatéraux approximatifs, à 90 % de confiance pour $\theta(T)$, calculer

$$S = \frac{(1,64) \cdot D}{\sqrt{N}}$$

où N est le nombre total de défaillances.

Etape 6: la limite inférieure de confiance de $\theta(T)$ est

$$\theta_{LB} = \hat{\theta}(T) (1 - S)$$

La limite supérieure de confiance de $\theta(T)$ est

$$\theta_{UB} = \hat{\theta}(T) (1 + S)$$

Les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour $\theta(T)$ sont respectivement θ_{LB} et θ_{UB} .

7.6 Technique d'extrapolation

La technique d'extrapolation suivante est adéquate lorsque les modifications correctives ont été incorporées au système à la fin de l'essai en tant que modifications retardées. L'objectif est d'estimer la fiabilité du système résultant de ces modifications correctives.

Etape 1: séparer les défaillances de catégorie A et de catégorie B (voir les définitions 3.10 et 3.11 de la CEI 1014).

Etape 2: identifier le temps de la première occurrence de chaque type différent de défaillance de catégorie B et les classer dans un fichier de données séparé. Soit I le nombre de ces types différents.

Etape 3: effectuer les étapes 1 à 5 du 7.2.1 sur cet ensemble de données (en utilisant $N=I$ et T^* ou T_N selon le cas applicable à l'ensemble complet des données), pour estimer β .

Etape 4: affecter à chacun des I différents types de défaillances de catégorie B dans le fichier de l'étape 2, un facteur d'efficacité d'amélioration E_i , $i = 1, \dots, I$. Pour chacun des I différents types de défaillances de catégorie B, E_i , $0 \leq E_i \leq 1$, est un jugement de l'ingénieur concernant la diminution dans l'intensité de défaillance qui résulte d'une modification corrective identifiée (voir la définition 3.1).

A partir de l'affectation de ces valeurs, calculer la moyenne $\bar{E}$ ou, si l'on préfère, postuler un facteur d'amélioration moyen (par exemple 0,7) au lieu d'affecter individuellement les E_i , $i=1, \dots, I$, comme décrit ci-dessus.

Step 3: calculate the expression

$$A = \sum_{i=1}^d \frac{\left(P(i)^{\hat{\beta}} \cdot \ln P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \cdot \ln P(i-1)^{\hat{\beta}} \right)^2}{\left(P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \right)}$$

Step 4: calculate

$$D = \sqrt{\frac{1}{A} + 1}$$

Step 5: for an approximate two-sided 90 % confidence interval on $\theta(T)$, calculate

$$S = \frac{(1,64) \cdot D}{\sqrt{N}}$$

where

N is the total number of failures.

Step 6: the lower confidence limit on $\theta(T)$ is

$$\theta_{LB} = \hat{\theta}(T) (1 - S)$$

The upper confidence limit on $\theta(T)$ is

$$\theta_{UB} = \hat{\theta}(T) (1 + S)$$

One-sided 95 % lower and upper limits on $\theta(T)$ are θ_{LB} and θ_{UB} , respectively.

7.6 Projection technique

The following technique is appropriate when the corrective modifications have been incorporated into the system at the end of the test as delayed modifications. The objective is to estimate the system reliability resulting from these corrective modifications.

- Step 1: separate the category A and category B failures (see IEC 1014, definitions 3.10 and 3.11).
- Step 2: identify the time of first occurrence of each distinct type of failure in category B, as a separate data set. Let I be the number of these distinct types.
- Step 3: perform steps 1 to 5 of 7.2.1 upon this data set, in order to estimate β , using $N = I$ and T^* or T_N as applicable to the complete set of data.
- Step 4: assign to each of the I distinct types of category B failures in the data set of step 2 an improvement effectiveness factor, E_i , $i = 1, \dots, I$. For each of the I distinct types of category B failures, E_i , $0 \leq E_i \leq 1$, is an engineering assessment of the expected decrease in failure intensity resulting from an identified corrective modification (see definition 3.1).

From these assigned values, calculate the average $\bar{E}$, or if preferred, postulate an average improvement effectiveness factor (e.g., 0,7) instead of individually assigning the E_i , $i = 1, \dots, I$, as described above.

Etape 5: estimer l'intensité de défaillances et le MTBF extrapolés:

$$z_p = \frac{1}{T} \left[K_A + \sum_{i=1}^I K_i (1 - E_i) + I \cdot \hat{\beta} \cdot \bar{E} \right]$$

où

K_A est le nombre de défaillances de la catégorie A;

K_i est le nombre de défaillances observées pour le i -ème type de défaillance de catégorie B;

$T = T^*$ ou T_N , celui utilisé dans l'étape 3 ci-dessus.

Si les E_i individuels n'ont pas été affectés et si l'on ne dispose que de leur moyenne E , le terme du milieu entre crochets devient:

$$K_B (1 - \bar{E})$$

où K_B est le nombre de défaillances de catégorie B.

Dans ce cas, l'intensité de défaillances extrapolée est:

$$z_p = \frac{1}{T} \left[K_A + K_B (1 - \bar{E}) + I \cdot \hat{\beta} \cdot \bar{E} \right]$$

Le MTBF extrapolé est

$$\theta_p = 1/z_p$$

Step 5: estimate the projected failure intensity and MTBF:

$$z_p = \frac{1}{T} \left[K_A + \sum_{i=1}^I K_i (1 - E_i) + I \cdot \hat{\beta} \cdot \bar{E} \right]$$

where

K_A is the number of category A failures;

K_i is the number of observed failures for the i -th type of category B failures;

$T = T^*$ or T_N , as used in step 3 above.

If the individual E_i values are not assigned and only the mean $\bar{E}$ is available, then the middle term in the square brackets becomes:

$$K_B (1 - \bar{E})$$

where K_B is the number of category B failures.

In this case the projected failure intensity is:

$$z_p = \frac{1}{T} [K_A + K_B (1 - \bar{E}) + I \cdot \hat{\beta} \cdot \bar{E}]$$

The projected MTBF is

$$\theta_p = 1/z_p$$

**Tableau 1 – Valeurs critiques pour le test d'adéquation de Cramér-von Mises
au niveau de signification de 10 %**

M	Valeur critique de la statistique
3	0,154
4	0,155
5	0,160
6	0,162
7	0,165
8	0,165
9	0,167
10	0,167
11	0,169
12	0,169
13	0,169
14	0,169
15	0,169
16	0,171
17	0,171
18	0,171
19	0,171
20	0,172
30	0,172
≥ 60	0,173

NOTE – Pour les essais de type I, $M = N$; pour les essais de type II, $M = N-1$

**Table 1 – Critical values for Cramér-von Mises goodness-of-fit test
at 10 % level of significance**

<i>M</i>	Critical value of statistic
3	0,154
4	0,155
5	0,160
6	0,162
7	0,165
8	0,165
9	0,167
10	0,167
11	0,169
12	0,169
13	0,169
14	0,169
15	0,169
16	0,171
17	0,171
18	0,171
19	0,171
20	0,172
30	0,172
≥ 60	0,173

NOTE – For type I tests, $M = N$; for type II tests, $M = N-1$

Tableau 2 – Intervalles bilatéraux à 90 % de confiance pour le MTBF dans les essais de type I

<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
3	0,175	6,490	21	0,570	1,738
4	0,234	4,460	22	0,578	1,714
5	0,281	3,613	23	0,586	1,692
6	0,320	3,136	24	0,593	1,672
7	0,353	2,826	25	0,600	1,653
8	0,381	2,608	26	0,606	1,635
9	0,406	2,444	27	0,612	1,619
10	0,428	2,317	28	0,618	1,604
11	0,447	2,214	29	0,623	1,590
12	0,464	2,130	30	0,629	1,576
13	0,480	2,060	35	0,652	1,520
14	0,494	1,999	40	0,672	1,477
15	0,508	1,947	45	0,689	1,443
16	0,521	1,902	50	0,703	1,414
17	0,531	1,861	60	0,726	1,369
18	0,543	1,825	70	0,745	1,336
19	0,552	1,793	80	0,759	1,311
20	0,561	1,765	100	0,783	1,273

NOTE – Pour $N > 100$

$$L \doteq \frac{N-1}{N} \left(1 + u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{1}{2N}} \right)^{-2}$$

$$U \doteq \frac{N-1}{N} \left(1 - u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{1}{2N}} \right)^{-2}$$

où

$u_{0,5+\gamma/2}$ est le fractile d'ordre $100 \cdot (0,5 + \gamma/2)$ de la distribution normale réduite.

Table 2 – Two-sided 90 % confidence intervals for MTBF from type I testing

<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
3	0,175	6,490	21	0,570	1,738
4	0,234	4,460	22	0,578	1,714
5	0,281	3,613	23	0,586	1,692
6	0,320	3,136	24	0,593	1,672
7	0,353	2,826	25	0,600	1,653
8	0,381	2,608	26	0,606	1,635
9	0,406	2,444	27	0,612	1,619
10	0,428	2,317	28	0,618	1,604
11	0,447	2,214	29	0,623	1,590
12	0,464	2,130	30	0,629	1,576
13	0,480	2,060	35	0,652	1,520
14	0,494	1,999	40	0,672	1,477
15	0,508	1,947	45	0,689	1,443
16	0,521	1,902	50	0,703	1,414
17	0,531	1,861	60	0,726	1,369
18	0,543	1,825	70	0,745	1,336
19	0,552	1,793	80	0,759	1,311
20	0,561	1,765	100	0,783	1,273

NOTE – For $N > 100$

$$L = \frac{N-1}{N} \left(1 + u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{1}{2N}} \right)^{-2}$$

$$U = \frac{N-1}{N} \left(1 - u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{1}{2N}} \right)^{-2}$$

where

 $u_{0,5+\gamma/2}$ is the $100 \cdot (0,5 + \gamma/2)$ -th fractile of the standard normal distribution.

Tableau 3 – Intervalles bilatéraux à 90 % de confiance pour le MTBF dans les essais de type II

<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
3	0,1712	4,746	21	0,6018	1,701
4	0,2587	3,825	22	0,6091	1,680
5	0,3174	3,254	23	0,6160	1,659
6	0,3614	2,892	24	0,6225	1,790
7	0,3962	2,644	25	0,6286	1,623
8	0,4251	2,463	26	0,6344	1,608
9	0,4495	2,324	27	0,6400	1,592
10	0,4706	2,216	28	0,6452	1,578
11	0,4891	2,127	29	0,6503	1,566
12	0,5055	2,053	30	0,6551	1,553
13	0,5203	1,991	35	0,6763	1,501
14	0,5337	1,937	40	0,6937	1,461
15	0,5459	1,891	45	0,7085	1,428
16	0,5571	1,876	50	0,7212	1,401
17	0,5674	1,814	60	0,7422	1,360
18	0,5769	1,781	70	0,7587	1,327
19	0,5857	1,752	80	0,7723	1,303
20	0,5940	1,726	100	0,7938	1,267

NOTE – Pour $N > 100$

$$L \doteq \frac{N-2}{N} \left(1 - u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{2}{N}} \right)^{-1}$$

$$U \doteq \frac{N-2}{N} \left(1 + u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{2}{N}} \right)^{-1}$$

ou

$u_{0,5+\gamma/2}$ est le fractile d'ordre $100 \cdot (0,5 + \gamma/2)$ de la distribution normale réduite.

Table 3 – Two-sided 90 % confidence intervals for MTBF from type II testing

<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
3	0,1712	4,746	21	0,6018	1,701
4	0,2587	3,825	22	0,6091	1,680
5	0,3174	3,254	23	0,6160	1,659
6	0,3614	2,892	24	0,6225	1,790
7	0,3962	2,644	25	0,6286	1,623
8	0,4251	2,463	26	0,6344	1,608
9	0,4495	2,324	27	0,6400	1,592
10	0,4706	2,216	28	0,6452	1,578
11	0,4891	2,127	29	0,6503	1,566
12	0,5055	2,053	30	0,6551	1,553
13	0,5203	1,991	35	0,6763	1,501
14	0,5337	1,937	40	0,6937	1,461
15	0,5459	1,891	45	0,7085	1,428
16	0,5571	1,876	50	0,7212	1,401
17	0,5674	1,814	60	0,7422	1,360
18	0,5769	1,781	70	0,7587	1,327
19	0,5857	1,752	80	0,7723	1,303
20	0,5940	1,726	100	0,7938	1,267

NOTE – For $N > 100$

$$L \doteq \frac{N-2}{N} \left(1 + u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{2}{N}} \right)^{-1}$$

$$U \doteq \frac{N-2}{N} \left(1 - u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{2}{N}} \right)^{-1}$$

where

$u_{0,5+\gamma/2}$ is the $100 \cdot (0,5 + \gamma/2)$ -th fractile of the standard normal distribution.

Annexe A (informative)

Exemples numériques

A.1 Introduction

Dans ce qui suit, on montre des exemples numériques des procédures décrites dans l'article 7. Le tableau A.1 est un ensemble complet de données utilisé pour illustrer les méthodes de croissance de la fiabilité lorsque les temps de défaillances à prendre en compte sont connus. Le tableau A.2 présente ces données combinées en intervalles adéquats pour l'analyse de données groupées. Les tableaux A.3 et A.4 contiennent des données pour la technique d'extrapolation lorsque les modifications correctives sont retardées jusqu'à la fin de l'essai. Les tests d'adéquation, décrits en 7.3, sont appliqués chaque fois qu'ils sont applicables. Ces exemples peuvent être utilisés pour vérifier l'exactitude des programmes informatiques conçus pour la mise en oeuvre des méthodes données dans l'article 7.

A.2 Estimations de la fiabilité courante

L'ensemble des données du tableau A.1 correspond à un essai terminé au bout de 1 000 h. Ces données sont utilisées dans les exemples de A.2.1 et A.2.2 pour les essais de type I et type II respectivement. Ces données sont combinées pour obtenir le tableau A.2 pour l'exemple de A.2.3 lorsque les défaillances sont groupées.

A.2.1 Exemple I: Essai de Type I – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

Ce cas est traité en 7.2.1. Les données du tableau A.1 avec l'essai terminé au bout de 1 000 h sont utilisées.

a) Test de croissance

$U = -3,713$. Au niveau de signification de 0,20, les valeurs critiques pour un test bilatéral sont 1,28 et -1,28. Puisque $U < -1,28$, il y a preuve de croissance positive de la fiabilité et on poursuit l'analyse.

b) Estimation des paramètres

L'estimation des paramètres du modèle de loi en puissance est:

$$\hat{\lambda} = 1,0694$$

$$\hat{\beta} = 0,5623$$

c) MTBF courant

Le MTBF courant au bout de 1 000 h est de 34,2 h.

d) Test d'adéquation

$C^2(M) = 0,038$ avec $M = 52$. Au niveau de signification de 0,10, la valeur critique du tableau 1 est 0,173. Puisque $C^2(M) < 0,173$, le modèle de loi en puissance est admis (voir 7.3 et la figure A.1).

e) Intervalle de confiance pour β

L'intervalle bilatéral à 90 % de confiance pour β est (0,4491; 0,7101).

f) Intervalle de confiance pour le MTBF courant

L'intervalle bilatéral à 90 % de confiance pour le MTBF courant au bout de 1 000 h est (24,2 h; 48,1h).

Annex A (informative)

Numerical examples

A.1 Introduction

The following numerical examples show the use of the procedures discussed in clause 7. Table A.1 is a complete data set used to illustrate the reliability growth methods when the relevant failure times are known, and table A.2 shows these data combined within intervals suitable for the grouped data analysis. Tables A.3 and A.4 provide data for the projection technique when corrective modifications are delayed to the end of test. Goodness-of-fit tests, as described in 7.3, are applied when applicable. These examples may be used to validate computer programs designed to implement the methods given in clause 7.

A.2 Current reliability assessments

The data set in table A.1 corresponds to a test finishing at 1 000 h. These data are used in the examples of A.2.1 and A.2.2 for type I and type II tests, respectively, and combined in table A.2 for the example of A.2.3 for grouped failures.

A.2.1 Example 1: Type I test – Case 1 – Time data for every relevant failure

This case is covered in 7.2.1. Data from table A.1 are used with test finishing at 1 000 h.

a) Test for growth

$U = -3,713$. At the 0,20 significance level, the critical values for a two-sided test are 1,28 and -1,28. Since $U < -1,28$, there is evidence of positive reliability growth and the analysis is continued.

b) Parameter estimation

The estimated parameters of the power law model are:

$$\hat{\lambda} = 1,0694$$

$$\hat{\beta} = 0,5623$$

c) Current MTBF

The estimated current MTBF at 1 000 h is 34,2 h.

d) Goodness-of-fit

$C^2(M) = 0,038$ with $M = 52$. At the 0,10 significance level, the critical value from table 1 is 0,173. Since $C^2(M) < 0,173$, the power law model is accepted (see 7.3 and figure A.1).

e) Confidence interval on β

A two-sided 90 % confidence interval on β is (0,4491; 0,7101).

f) Confidence interval on current MTBF

A two-sided 90 % confidence interval on the current MTBF at 1 000 h is (24,2 h; 48,1 h).

A.2.2 Exemple 2: Essai de type II – Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

Ce cas est traité en 7.2.1. Les données du tableau A.1 avec l'essai terminé au bout de 975 h sont utilisées.

a) Test de croissance

$U = -3,764$. Au niveau de signification de 0,20, les valeurs critiques pour un test bilatéral sont 1,28 et -1,28. Puisque $U < -1,28$, il y a preuve de croissance positive de la fiabilité et on poursuit l'analyse.

b) Estimation des paramètres

L'estimation des paramètres du modèle de loi en puissance est:

$$\hat{\lambda} = 1,1067$$

$$\hat{\beta} = 0,5594$$

c) MTBF courant

Le MTBF courant au bout de 975 h est de 33,5 h.

d) Test d'adéquation

$C^2(M) = 0,041$ avec $M = 51$. Au niveau de signification de 0,10, la valeur critique du tableau A.1 est 0,173. Puisque $C^2(M) < 0,173$, le modèle de loi en puissance est admis (voir 7.3 et la figure A.1).

e) Intervalle de confiance pour β

L'intervalle bilatéral à 90 % de confiance pour β est (0,4646; 0,7347).

f) Intervalle de confiance pour le MTBF courant

L'intervalle bilatéral à 90 % de confiance pour le MTBF courant au bout de 975 h est (24,3 h; 46,7 h.)

A.2.3 Exemple 3: Cas 2 – Données temporelles pour groupes de défaillances à prendre en compte

Ce cas est traité en 7.2.2. On utilise les données du tableau A.1. Les défaillances ont été groupées dans des intervalles de 200 h pour obtenir l'ensemble de données du tableau A.2. L'analyse de ces données donne les résultats ci-dessous.

a) Test de croissance

$X^2 = 595$ avec quatre degrés de liberté. Au niveau de signification de 0,20, la valeur critique est 6,0. Puisque $X^2 \gg 6,0$ il y a preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, et on poursuit l'analyse.

b) Estimation des paramètres

L'estimation des paramètres du modèle de loi en puissance est

$$\hat{\lambda} = 1,9615$$

$$\hat{\beta} = 0,5777$$

c) MTBF courant

Le MTBF courant au bout de 1 000 h est de 33,3 h.

d) Test d'adéquation

$X^2 = 2,175$ avec trois degrés de liberté. Au niveau de signification de 0,10, la valeur critique est de 6,25. Puisque $X^2 < 6,25$ le modèle de loi en puissance est admis (voir 7.3 et la figure 2).

e) Intervalle de confiance pour β

L'intervalle bilatéral à 90 % de confiance pour β est (0,3202; 0,8351).

A.2.2 Example 2: Type II test – Case 1 – Time data for every relevant failure

This case is covered in 7.2.1. Data from table A.1 are used with test finishing at 975 h.

a) Test for growth

$U = -3,764$. At the 0,20 significance level, the critical values for a two-sided test are 1,28 and -1,28. Since $U < -1,28$, there is evidence of positive reliability growth and the analysis is continued.

b) Parameter estimation

The estimated parameters of the power law model are:

$$\hat{\lambda} = 1,1067$$

$$\hat{\beta} = 0,5594$$

c) Current MTBF

The estimated current MTBF at 975 h is 33,5 h.

d) Goodness-of-fit

$C^2(M) = 0,041$ with $M = 51$. At the 0,10 significance level, the critical value from table 1 is 0,173. Since $C^2(M) < 0,173$, the power law model is accepted (see 7.3 and figure A.1).

e) Confidence interval on β

A two-sided 90 % confidence interval on β is (0,4646; 0,7347).

f) Confidence interval on current MTBF

A two-sided 90 % confidence interval on the current MTBF at 975 h is (24,3 h; 46,7 h).

A.2.3 Example 3 – Case 2 – Time data for group relevant failures

This case is covered in 7.2.2. Data from table A.1 are used. The failures have been grouped over intervals of 200 h to give the data set in table A.2. The analysis of this data set gives the results described below.

a) Test for growth

$X^2 = 595$ with four degrees of freedom. At the 0,20 significance level, the critical value is 6,0. Since $X^2 > 6,0$, there is evidence of positive or negative reliability growth and the analysis is continued.

b) Parameter estimation

The estimated parameters of the power law model are:

$$\hat{\lambda} = 0,9615$$

$$\hat{\beta} = 0,5777$$

c) Current MTBF

The estimated current MTBF at 1 000 h is 33,3 h.

d) Goodness-of-fit

$X^2 = 2,175$ with three degrees of freedom. At the 0,10 significance level, the critical value is 6,25. Since $X^2 < 6,25$, the power law model is accepted (see 7.3 and figure A.2).

e) Confidence interval on β

A two-sided 90 % confidence interval on β is (0,3202; 0,8351).

f) *Intervalle de confiance pour le MTBF courant*

L'intervalle bilatéral à 90 % de confiance pour le MTBF courant à 1 000 h est (16,6 h; 49,9 h).

A.3 Estimations de la fiabilité par extrapolation

Cet exemple illustre le calcul d'une estimation de la fiabilité extrapolée (voir 7.6) lorsque les modifications correctives n'ont été incorporées au système qu'à la fin de l'essai.

A.3.1 Exemple 4

Les données de base utilisées pour cet exemple sont celles du tableau A.3. Il y a un total de $N = 45$ défaillances à prendre en compte avec $K_A = 13$ défaillances de catégorie A qui n'ont eu aucune modification corrective. A la fin de l'essai de 4 000 h, $I = 16$ modifications différentes ont été incorporées au système pour résoudre les $K_B = 32$ défaillances de catégorie B. La catégorie de chaque défaillance est indiquée dans le tableau A.3. Les différents types de catégorie B sont aussi notés pour chaque défaillance de catégorie B. Le tableau A.4 fournit des informations complémentaires utilisées pour l'extrapolation.

Etapes de la procédure

Etape 1: identification des défaillances de catégories A et B

Les temps d'occurrence et les défaillances de catégories A et B sont identifiées dans le tableau A.3. Les temps de défaillance des 16 types différents de défaillances de catégorie B sont donnés dans le tableau A.4, colonne 2.

Etape 2: identification de la première occurrence des différents types de défaillances de catégorie B.

Les temps de première occurrence des 16 types différents de défaillances de catégorie B sont donnés dans le tableau A.4, colonne 3.

Etape 3: analyse des données de la première occurrence

L'ensemble des données du tableau A.4, colonne 3 est analysé en accord avec les étapes 4 à 8 du 7.2.1. Les résultats sont présentés ci-dessous:

Estimation des paramètres

L'estimation des paramètres du modèle de loi en puissance est:

$$\hat{\lambda} = 0,0326$$

$$\hat{\beta} = 0,7472$$

Estimation de l'intensité de défaillances pour les premières occurrences

L'estimation courante de l'intensité de défaillances pour les premières occurrences de types différents de défaillances de catégorie B, à 4 000 h, est $0,0030 \text{ h}^{-1}$.

Test d'adéquation

$C^2(M) = 0,085$ avec $M = 16$. Au niveau de signification de 0,10, la valeur critique selon le tableau 1 est de 0,171. Comme $C^2(M) < 0,171$, le modèle de loi en puissance est admis pour les temps de la première occurrence des différents types de défaillances de catégorie B.

f) *Confidence interval on current MTBF*

A two-sided 90 % confidence interval on the current MTBF at 1 000 h is (16,6 h; 49,9 h).

A.3 Projected reliability estimates

This example illustrates the calculation of a projected reliability estimate (see 7.6) when the corrective modifications have been incorporated into the system at the end of test.

A.3.1 Example 4

The basic data used in this example are given in table A.3. There are a total of $N = 45$ relevant failures with $K_A = 13$ category A failures which received no corrective modification. At the end of the 4 000 h test, $I = 16$ distinct corrective modifications were incorporated into the system to address the $K_B = 32$ category B failures. The category for each relevant failure is given in table A.3. Each category B failure type is distinguished by a number. Table A.4 provides additional information used for the projection.

Steps in the procedure

Step 1: identify category A and B failures.

Times of occurrence and the category A and B failures are identified in table A.3. The failure times for the 16 distinct category B types are indicated in table A.4, column 2.

Step 2: identify first occurrence of distinct category B types.

The times of first occurrence of the 16 distinct category B types are given in table A.4, column 3.

Step 3: analyze first occurrence data.

The data set of table A.4, column 3, is analyzed in accordance with steps 4-8 of 7.2.1. The results follow below:

Parameter estimation

The estimated parameters of the power law model are:

$$\hat{\lambda} = 0,0326$$

$$\hat{\beta} = 0,7472$$

First occurrence failure intensity estimation

The estimated current failure intensity for first occurrence of distinct category B types at 4 000 h is $0,0030 \text{ h}^{-1}$.

Goodness-of-fit

$C^2(M) = 0,085$ with $M = 16$. At the 0,10 significance level, the critical value from table 1 is 0,171. Since $C^2(M) < 0,171$, the power law model is accepted for the times of first occurrence of distinct category B types.

Etape 4: affectation de facteurs d'efficacité

Un exemple d'affectation de facteurs individuels d'efficacité pour chaque modification corrective est donné dans le tableau A.4, colonne 5. La moyenne de ces 16 facteurs d'efficacité est de 0,72. Une moyenne comprise entre 0,65 et 0,75 est assez typique d'après l'expérience.

Etape 5: estimation de l'intensité de défaillances extrapolée

Pour calculer l'intensité de défaillances extrapolée il faut avoir les valeurs suivantes:

$$T = 4\,000 \text{ h}$$

$$K_A = 13$$

$$I = 16$$

$$\hat{\beta} = 0,7472$$

$$\bar{E} = 0,72$$

$$K_i - \text{tableau A.4, colonne 4}$$

$$E_i - \text{tableau A.4, colonne 5}$$

L'intensité de défaillances extrapolée à $T = 4\,000 \text{ h}$ (la fin de l'essai) est $0,0074 \text{ h}^{-1}$.

Etape 6: estimation du MTBF extrapolé

Le MTBF extrapolé est de 135,1 h.

NOTE – Sans croissance de la fiabilité durant l'essai de 4 000 h, le MTBF correspondant à cette période est estimé par $(4000/45) = 88,9 \text{ h}$. Le MTBF extrapolé est l'augmentation prévue du MTBF en raison des 16 modifications correctives et leurs facteurs d'efficacité correspondants. La sensibilité du MTBF extrapolé par rapport aux facteurs d'efficacité affectés est souvent intéressante. Si seulement un facteur d'efficacité moyen de 0,60 était affecté, le MTBF extrapolé serait égal à 121,3 h, alors qu'un facteur d'efficacité moyen de 0,80 donnerait un MTBF extrapolé de 138,1 h.

Step 4: assign effectiveness factors

An example of assigned individual effectiveness factors for each corrective modification is given in table A.4, column 5. The average of these 16 effectiveness factors is 0,72. An average in the range of 0,65 to 0,75 is typical, based on historical experience.

Step 5: estimate projected failure intensity.

To calculate the projected failure intensity, the following values are needed:

$$T = 4\,000 \text{ h}$$

$$K_A = 13$$

$$I = 16$$

$$\hat{\beta} = 0,7472$$

$$\bar{E} = 0,72$$

$$K_i - \text{table A.4, column 4}$$

$$E_i - \text{table A4, column 5}$$

The estimated projected failure intensity at $T = 4\,000 \text{ h}$ (the end of test) is $0,0074 \text{ h}^{-1}$.

Step 6: estimate projected MTBF.

The projected MTBF is 135,1 h.

NOTE – With no reliability growth during the 4 000 h test, the MTBF over this period is estimated by $(4\,000/45) = 88,9 \text{ h}$. The projected MTBF is the estimated increase in MTBF due to the 16 corrective modifications and the corresponding effectiveness factors. The sensitivity of the projected MTBF to the assigned effectiveness factors is often of interest. If only an average effectiveness factor of 0,60 were assigned, the projected MTBF would equal 121,3 h. An average effectiveness factor of 0,80 would give a projected MTBF of 138,1 h.

Tableau A.1 – Données complètes – toutes les défaillances à prendre en compte et les temps d'essais cumulés pour les essais de type I, $T^* = 1\,000$ h, $N = 52$

2	4	10	15	18	19	20	25	39
41	43	45	47	66	88	97	104	105
120	196	217	219	257	260	281	283	289
307	329	357	372	374	393	403	466	521
556	571	621	628	642	684	732	735	754
792	803	805	832	836	873	975		

Tableau A.2 – Données groupées pour l'exemple 3, déduites du tableau A.1

Numéro du groupe	Nombre de défaillances	Temps d'essai accumulé correspondant à la fin du groupe h
1	20	200
2	13	400
3	5	600
4	8	800
5	6	1 000