

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE



Reliability growth – Statistical test and estimation methods

Croissance de la fiabilité – Tests et méthodes d'estimation statistiques

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61164:2004



THIS PUBLICATION IS COPYRIGHT PROTECTED

Copyright © 2004 IEC, Geneva, Switzerland

All rights reserved. Unless otherwise specified, no part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from either IEC or IEC's member National Committee in the country of the requester.

If you have any questions about IEC copyright or have an enquiry about obtaining additional rights to this publication, please contact the address below or your local IEC member National Committee for further information.

Droits de reproduction réservés. Sauf indication contraire, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de la CEI ou du Comité national de la CEI du pays du demandeur.

Si vous avez des questions sur le copyright de la CEI ou si vous désirez obtenir des droits supplémentaires sur cette publication, utilisez les coordonnées ci-après ou contactez le Comité national de la CEI de votre pays de résidence.

IEC Central Office
3, rue de Varembe
CH-1211 Geneva 20
Switzerland

Tel.: +41 22 919 02 11
Fax: +41 22 919 03 00
info@iec.ch
www.iec.ch

About the IEC

The International Electrotechnical Commission (IEC) is the leading global organization that prepares and publishes International Standards for all electrical, electronic and related technologies.

About IEC publications

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC. Please make sure that you have the latest edition, a corrigenda or an amendment might have been published.

Useful links:

IEC publications search - www.iec.ch/searchpub

The advanced search enables you to find IEC publications by a variety of criteria (reference number, text, technical committee,...).

It also gives information on projects, replaced and withdrawn publications.

IEC Just Published - webstore.iec.ch/justpublished

Stay up to date on all new IEC publications. Just Published details all new publications released. Available on-line and also once a month by email.

Electropedia - www.electropedia.org

The world's leading online dictionary of electronic and electrical terms containing more than 30 000 terms and definitions in English and French, with equivalent terms in additional languages. Also known as the International Electrotechnical Vocabulary (IEV) on-line.

Customer Service Centre - webstore.iec.ch/csc

If you wish to give us your feedback on this publication or need further assistance, please contact the Customer Service Centre: csc@iec.ch.

A propos de la CEI

La Commission Electrotechnique Internationale (CEI) est la première organisation mondiale qui élabore et publie des Normes internationales pour tout ce qui a trait à l'électricité, à l'électronique et aux technologies apparentées.

A propos des publications CEI

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu. Veuillez vous assurer que vous possédez l'édition la plus récente, un corrigendum ou amendement peut avoir été publié.

Liens utiles:

Recherche de publications CEI - www.iec.ch/searchpub

La recherche avancée vous permet de trouver des publications CEI en utilisant différents critères (numéro de référence, texte, comité d'études,...).

Elle donne aussi des informations sur les projets et les publications remplacées ou retirées.

Just Published CEI - webstore.iec.ch/justpublished

Restez informé sur les nouvelles publications de la CEI. Just Published détaille les nouvelles publications parues. Disponible en ligne et aussi une fois par mois par email.

Electropedia - www.electropedia.org

Le premier dictionnaire en ligne au monde de termes électroniques et électriques. Il contient plus de 30 000 termes et définitions en anglais et en français, ainsi que les termes équivalents dans les langues additionnelles. Egalement appelé Vocabulaire Electrotechnique International (VEI) en ligne.

Service Clients - webstore.iec.ch/csc

Si vous désirez nous donner des commentaires sur cette publication ou si vous avez des questions contactez-nous: csc@iec.ch.

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE



Reliability growth – Statistical test and estimation methods

Croissance de la fiabilité – Tests et méthodes d'estimation statistiques

INTERNATIONAL
ELECTROTECHNICAL
COMMISSION

COMMISSION
ELECTROTECHNIQUE
INTERNATIONALE

PRICE CODE
CODE PRIX

XA

ICS 03.120.01; 03.120.30

ISBN 978-2-8322-0050-6

Warning! Make sure that you obtained this publication from an authorized distributor.
Attention! Veuillez vous assurer que vous avez obtenu cette publication via un distributeur agréé.

CONTENTS

FOREWORD.....	4
INTRODUCTION.....	6
1 Scope.....	7
2 Normative references	7
3 Terms and definitions	7
4 Symbols	8
5 Reliability growth models in design and test	12
6 Reliability growth models used for systems/products in design phase.....	13
6.1 Modified power law model for planning of reliability growth in product design phase.....	13
6.2 Modified Bayesian IBM-Rosner model for planning reliability growth in design phase.....	16
7 Reliability growth planning a tracking in the product reliability growth testing.....	18
7.1 Continuous reliability growth models	18
7.2 Discrete reliability growth model.....	20
8 Use of the power law model in planning reliability improvement test programmes.....	23
9 Statistical test and estimation procedures for continuous power law model.....	23
9.1 Overview	23
9.2 Growth tests and parameter estimation.....	23
9.3 Goodness-of-fit tests	27
9.4 Confidence intervals on the shape parameter.....	29
9.5 Confidence intervals on current MTBF.....	31
9.6 Projection technique.....	32
Annex A (informative) Examples for planning and analytical models used in design and test phase of product development.....	37
Annex B (informative) The power law reliability growth model – Background information.....	50
Bibliography.....	55
Figure 1 – Planned improvement of the average failure rate or reliability	12
Figure A.1 – Planned and achieved reliability growth – Example.....	40
Figure A.2 – Planned reliability growth using Bayesian reliability growth model.....	41
Figure A.3 – Scatter diagram of expected and observed test times at failure based on data of Table A.2 with power law model	48
Figure A.4 – Observed and estimated accumulated failures/accumulated test time based on data of Table A.2 with power law model.....	49
Table 1 – Categories of reliability growth models with clause references	13
Table 2 – Critical values for Cramér-von Mises goodness-of-fit test at 10 % level of significance.....	33
Table 3 – Two-sided 90 % confidence intervals for MTBF from Type I testing	35

Table 4 – Two-sided 90 % confidence intervals for MTBF from Type II testing	36
Table A.1 – Calculation of the planning model for reliability growth in design phase	39
Table A.2 – Complete data – All relevant failures and accumulated test times for Type I test	46
Table A.3 – Grouped data for Example 3 derived from Table A.2	46
Table A.4 – Complete data for projected estimates in Example 4 – All relevant failures and accumulated test times	47
Table A.5 – Distinct types of Category B failures, from Table A.4, with failure times, time of first occurrence, number observed and effectiveness factors	47

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61164:2004

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**RELIABILITY GROWTH –
STATISTICAL TEST AND ESTIMATION METHODS**

FOREWORD

- 1) The International Electrotechnical Commission (IEC) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of IEC is to promote international co-operation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, IEC publishes International Standards, Technical Specifications, Technical Reports, Publicly Available Specifications (PAS) and Guides (hereafter referred to as "IEC Publication(s)"). Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of IEC on technical matters express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the relevant subjects since each technical committee has representation from all interested IEC National Committees.
- 3) IEC Publications have the form of recommendations for international use and are accepted by IEC National Committees in that sense. While all reasonable efforts are made to ensure that the technical content of IEC Publications is accurate, IEC cannot be held responsible for the way in which they are used or for any misinterpretation by any end user.
- 4) In order to promote international uniformity, IEC National Committees undertake to apply IEC Publications transparently to the maximum extent possible in their national and regional publications. Any divergence between any IEC Publication and the corresponding national or regional publication shall be clearly indicated in the latter.
- 5) IEC provides no marking procedure to indicate its approval and cannot be rendered responsible for any equipment declared to be in conformity with an IEC Publication.
- 6) All users should ensure that they have the latest edition of this publication.
- 7) No liability shall attach to IEC or its directors, employees, servants or agents including individual experts and members of its technical committees and IEC National Committees for any personal injury, property damage or other damage of any nature whatsoever, whether direct or indirect, or for costs (including legal fees) and expenses arising out of the publication, use of, or reliance upon, this IEC Publication or any other IEC Publications.
- 8) Attention is drawn to the Normative references cited in this publication. Use of the referenced publications is indispensable for the correct application of this publication.
- 9) Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this IEC Publication may be the subject of patent rights. IEC shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

International Standard IEC 61164 has been prepared by IEC technical committee 56: Dependability.

This second edition cancels and replaces the first edition, published in 1995, and constitutes a technical revision.

The main changes with respect to the previous edition are listed below:

- addition of two statistical models for reliability growth planning and tracking in the product design phase;
- statistical methods for the reliability growth programme in the design phase of IEC 61014;
- addition of the discrete reliability growth model for the test phase;
- addition of the fixed number of faults model for the test phase;
- clarification of the symbols used for various models;
- addition of real life examples for most of the statistical models;
- numerical correction of tables in the reliability growth test example.

This standard should be used in conjunction with IEC 61014.

This bilingual version (2012-03) corresponds to the monolingual English version, published in 2004-03.

The text of this standard is based on the following documents:

FDIS	Report on voting
56/920/FDIS	56/939/RVD

Full information on the voting for the approval of this standard can be found in the report on voting indicated in the above table.

The French version of this standard has not been voted upon.

This publication has been drafted in accordance with the ISO/IEC Directives, Part 2.

The committee has decided that the contents of this publication will remain unchanged until 2011. At this date, the publication will be

- reconfirmed;
- withdrawn;
- replaced by a revised edition, or
- amended.

IMPORTANT – The 'colour inside' logo on the cover page of this publication indicates that it contains colours which are considered to be useful for the correct understanding of its contents. Users should therefore print this document using a colour printer.

INTRODUCTION

This International Standard describes the power law reliability growth model and related projection model and gives step-by-step directions for their use. There are several reliability growth models available, the power law model being one of the most widely used. This standard provides procedures to estimate some or all of the quantities listed in Clauses 4, 6 and 7 of IEC 61014.

Two types of input are required. The first one is for reliability growth planning through analysis and design improvements in the design phase in terms of the design phase duration, initial reliability, reliability goal, and planned design improvements, along with their expected magnitude. The second input, for reliability growth in the project validation phase, is for a data set of accumulated test times at which relevant failures occurred, or were observed, for a single system, and the time of termination of the test, if different from the time of the final failure. It is assumed that the collection of data as input for the model begins after the completion of any preliminary tests, such as environmental stress screening, intended to stabilize the product's initial failure intensity.

Model parameters estimated from previous test results may be used to plan and predict the course of future reliability growth programmes, provided the conditions are similar.

Some of the procedures may require computer programs, but these are not unduly complex. This standard presents algorithms for which computer programs should be easy to construct.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61164:2004

RELIABILITY GROWTH – STATISTICAL TEST AND ESTIMATION METHODS

1 Scope

This International Standard gives models and numerical methods for reliability growth assessments based on failure data, which were generated in a reliability improvement programme. These procedures deal with growth, estimation, confidence intervals for product reliability and goodness-of-fit tests.

2 Normative references

The following referenced documents are indispensable for the application of this document. For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments) applies.

IEC 60050-191:1990, *International Electrotechnical Vocabulary (IEV) – Chapter 191: Dependability and quality of service*

IEC 60300-3-5:2001, *Dependability management – Part 3-5: Application guide – Reliability test conditions and statistical test principles*

IEC 60605-4, *Equipment reliability testing – Part 4: Statistical procedures for exponential distribution – Point estimates, confidence intervals, prediction intervals and tolerance intervals*

IEC 60605-6, *Equipment reliability testing – Part 6: Tests for the validity of the constant failure rate or constant failure intensity assumptions*

IEC 61014:2003, *Programmes for reliability growth*

3 Terms and definitions

For the purposes of this document, the terms and definitions of IEC 60050-191 and IEC 61014, together with the following terms and definitions, apply.

3.1

reliability goal

desired level of reliability that the product should have at the end of the reliability growth programme

3.2

initial reliability

reliability that is estimated for the product in earlier design stages before any potential failure modes or their causes have been mitigated by the design improvement

3.3

reliability growth model for the design phase

mathematical model that takes into consideration potential design improvements, and their magnitude to express mathematically reliability growth from start to finish during the design period

3.4

average product failure rate

average product failure rate calculated from its reliability as estimated for a predetermined time period

NOTE The change in this failure rate as a function of time is a result of the modifications of the product design.

3.5

delayed modification

corrective modification, which is incorporated into the product at the end of a test

NOTE A delayed modification is not incorporated during the test.

3.6

improvement effectiveness factor

fraction by which the intensity of a systematic failure is reduced by means of corrective modification

3.7

type I test

time-terminated test

reliability growth test which is terminated at a predetermined time, or test with data available through a time which does not correspond to a failure

3.8

type II test

failure-terminated test

reliability growth test which is terminated upon the accumulation of a specified number of failures, or test with data available through a time which corresponds to a failure

4 Symbols

For the purposes of this standard, the following symbols apply.

a) For 6.1, Clauses A.1 and B.3:

T	product lifetime such as mission, warranty period or operational time
$R_0(T)$	initial product reliability
λ_{a0}	initial average failure rate of product in design period
$d(t)$	number of design modifications at any time during the design period
α_D	reliability growth rate resultant from fault mitigation
D	total number of implemented design improvements
t_D	total duration of the design period available for the design improvements
t	time variable during the design period from 0 to t_D
$\lambda_a(t)$	average failure rate of product as a function of time during the design period
$\lambda_{aG}(t_D)$	goal average failure rate at the end of the design period t_D

$R_G(T)$	reliability goal of the product to be attained during design period
$R(t,T)$	reliability of product as a function of time and design improvements

b) For 6.2, Clauses A.2 and B.4:

$R_G(T)$	reliability goal of the product to be attained during design period
t_D	total duration of the design period
α_D	reliability growth rate during design period
λ_{NS}	rate of non-systematic (or residual) failures
D	total number of predicted or implemented design improvements within design period to address weaknesses
K	total number of distinct classes of fault
j,k,i	general purpose indicators
p_{kj}	probability of j -th design weakness in fault class k resulting in failure during the specified life of the product
η_k	expected number of design weaknesses in fault class k resulting in failure during the specified life of the product
D_k	total number of predicted or implemented design improvements within design period to address faults in fault class k
λ_k	failure rate of design weaknesses categorized in fault class k
$R_i(T)$	initial reliability at time T
$R(T)$	reliability of product as a function of T
t_G	expected time to reach reliability goal

c) For 7.1.1, 7.1.2, Clauses 9, A.4, B.1, and B.2:

D	total number of design modifications carried out during product design period to mitigate identified faults
t_D	total duration of the design period available for potential design modifications
t	time variable (during design period $0 \leq t \leq t_D$)
$d(t)$	number of design modifications at any given time t during design period from 0 to t_D
α_D	reliability growth rate during the design period
λ_{a0}	initial average failure rate of a product in design

$\lambda_a(t)$	product average failure rate variable as a function of time during the design period (0 to t_D)
$R_0(T)$	initial product reliability calculated for a time T (mission or other predetermined time)
$R_G(T)$	product reliability goal to be attained through design improvement, calculated for a predetermined time
$R(t)$	product reliability increase as a function of time and design improvements
λ_{aG}	goal average failure rate
T	predetermined time during a product life (mission, warranty, life)
λ	scale parameter for the power law model
β	shape parameter for the power law model
CV	critical value for hypothesis test
d	number of intervals for grouped data analysis
$\bar{E}, E_i, E_j$	mean and individual improvement effectiveness factors
I	number of distinct types of category B failures observed
i, j	general purpose indices
K_A	number of category A failures
K_B	number of category B failures
K_i	number of i -th type category B failures observed: $K_B = \sum_{i=1}^{\ell} K_i$
M	parameter of the Cramér-von Mises test (statistical)
N	number of relevant failures
N_i	number of relevant failures in i -th interval
$N(T)$	accumulated number of failures up to test time T
$E[N(T)]$	expected accumulated number of failures up to test time T
$t(i-1); t(i)$	endpoints of i -th interval of test time for grouped data analysis
T	current accumulated relevant test time
T_i	accumulated relevant test time at the i -th failure
T_N	total accumulated relevant test times for type II test
T^*	total accumulated relevant test times for type I test
$\chi^2_{\gamma}(\nu)$	γ fractile of the χ^2 distribution with ν degrees of freedom
z	general symbol for failure intensity
u_{γ}	γ fractile of the standard normal distribution
z_p	projected failure intensity
$z(T)$	current failure intensity at time T (relevant test time)
$\theta(T)$	current instantaneous mean time between failures
θ_p	projected mean time between failures

p_j	probability of success at the stage i of product modification in design phase described in Barlow, Proschan and Scheuer discrete reliability growth model
$N(t)$	number of non-random type faults remaining at time $t>0$ in IBM/Rosner continuous reliability growth model
g	fraction that a product/equipment is debugged as given in the IBM/Rosner reliability growth model
E	exposure time of item
λ_{NS}	failure rate of non-systematic (residual) failures
λ_S	failure rate of systematic failures
μ_k	failure rate of the k -th failure class
D_k	number of potential design weakness in failure class k
$p_{k,j}$	probability that the j -th potential design weakness associated with failure class k will result in failure
t_E	expected design phase time to achieve goal reliability, $R_G(T)$
t_D	duration of design phase
$R_i(T)$	initial reliability at time T
α	parameter to represent the expected growth rate
λ_k	the expected number of design weaknesses associated with failure class k that will result in failure
K_2	proportion of systematic (non-random) faults in product design at start of test
K_1	number of faults in the product design at start of test
q	fraction of faults removed through debugging on reliability growth test
$q(T)$	fraction of original faults removed by time t
t_q	expected time for removing fraction q of systematic faults in test
$\theta(T)$	cumulative time between failures

d) Symbols used in the discrete reliability growth model, 7.2:

R_i	reliability, or success probability, of the i -th configuration
$f_i = 1 - R_i$	unreliability, or failure probability, of the i -th configuration
k	number of stages and configurations
n_i	number of trials for stage i
m_i	number of failures for stage i
$t_i = \sum_{j=1}^i n_j$	the cumulative number of trials through stage i
$N(t_i)$	the accumulated number of failures up through trial t_i
$E[N(t_i)]$	the expected accumulated number of failure up through trial t_i
λ, β	scale and shape parameters for power law and discrete models

5 Reliability growth models in design and test

The basic principles of reliability growth of a product are the same during design and test. This is because both involve identifying and removing weaknesses to improve the product and both measure that improvement by comparing the estimated reliability with the reliability goal. The difference lies in the tools used to conduct design and test analysis and the models used to measure reliability growth. IEC 61064 provides guidance on the construction of reliability growth programmes and the analysis tools used in design and test. This standard provides details about the models that can be used to measure reliability growth in different stages of the product life cycle and for different types of items, such as repairable or one-shot items.

The mathematical models for reliability growth are constructed to estimate the growth achieved and the projected reliability. Reliability growth models aim to support the planning of reliability improvement programmes by estimating the number and the magnitude of the changes during the design and development process or the test time required to reach a specified reliability goal.

The reliability growth models can be formulated in terms of the failure rate (or intensity) or probability of survival to a specified time (the reliability) as shown in Figure 1.

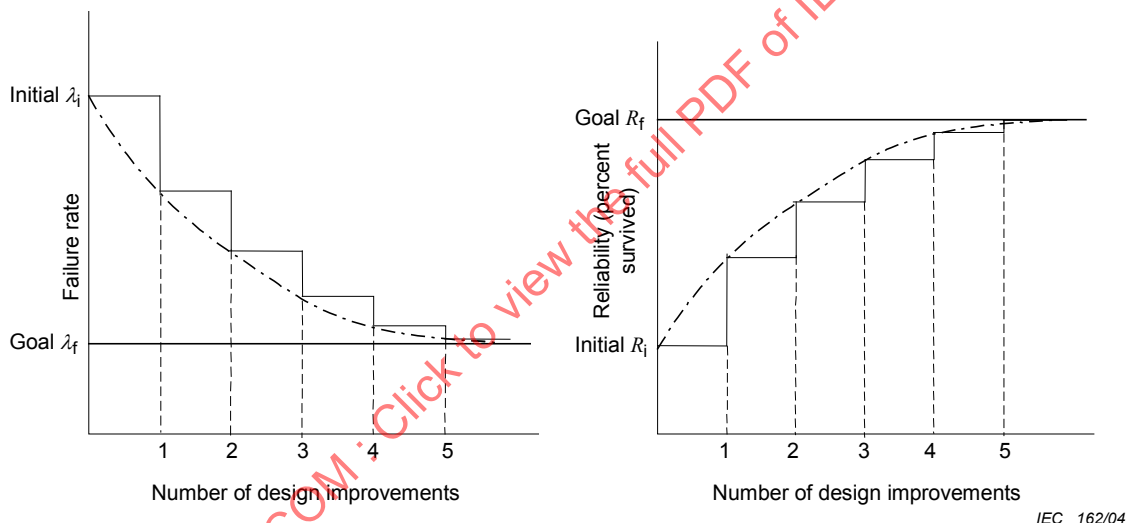


Figure 1 – Planned improvement of the average failure rate or reliability

Within this general framework many models for reliability growth exist. Table 1 provides a summary of the main categories. As well as the distinction between design and test, the type of data available will influence model selection. The continuous category refers to items that operate through time, for example, repaired items. The discrete category refers to data that are collected as if for a success/failure of a trial, for example, one-shot items. The procedures used to estimate reliability growth are labelled classical or Bayesian. The former uses the observed data only, while the latter uses both empirical data from design and test as well as engineering knowledge, for example, regarding the anticipated number of failure modes of concern.

Table 1 – Categories of reliability growth models with clause references

Model type			Time	
			Continuous (time)	Discrete (number of trials)
	Design	Classical	6.1	–
		Bayesian	6.2	–
	Test	Classical	7.1	7.2
		Bayesian	–	–

Many reliability models have been developed for analysing test data. This standard presents one of the most popular growth models, the power law (also known as the AMSAA or the Crow model) in both its continuous and discrete forms. This model is a generalization of the Duane reliability growth model due to Crow [1]¹. Although Bayesian variants of these models exist, they are not presented here. A review of the variety of reliability growth models available for analysing test data can be found in Jewell [2, 3] and Xie [4].

There are fewer documented reports of reliability growth models being used in design. Therefore a reliability growth planning model that is a modification of the power law for use in design and a Bayesian variant of the IBM-Rosner model adapted for design have been introduced. However, these are only given for products operating through continuous time.

In general, the choice of a reliability growth model involves a compromise between simplicity and realism. Selection should be made according to the aforementioned criteria such as stage of lifecycle and type of data, as well as by evaluating the validity of the assumptions underpinning a specific model for the context to which it is to be applied. Further details about the assumptions for the models described in this standard are given in Clauses 6 and 7. Note that reliability growth models should not be regarded as infallible nor should they be applied without discretion but used as statistical tools to aid engineering judgement.

6 Reliability growth models used for systems/products in design phase

6.1 Modified power law model for planning of reliability growth in product design phase

6.1.1 General

The statistical procedure for the modified power law model for the planned reliability growth in the product design phase concerns the necessary implementation of the design reliability improvements by mitigation of a failure mode, or by reduction of its probability of occurrence, and the time from the beginning of design to that improvement.

This model is used for planning purposes (and not for data analysis), to estimate the number or the magnitude of improvements in the original design to increase its reliability from that initially assessed to its goal value. The assumption of a power law for this model is justified by the fact that the early improvements will be those that will contribute the most to the reliability improvement, that is, the failure modes with the highest probability of occurrence will be addressed first, followed by improvements of lesser and lesser reliability contribution. The actual reliability values achieved in the course of the design are then plotted corresponding to the design time when they were realized and compared to the model. This model is thus used to plan the strategies necessary for reliability improvement of a design during the available time period from the initial design revision until the design is completed and released for production.

¹ Figures in square brackets refer to the bibliography.

6.1.2 Planning model for the reliability growth during the product design period

The Krasich reliability growth planning model [5] is derived in the following manner. An example of this model, as well as the spread sheet for its easy determination and plotting, given initial and reliability goal of a product, are given in Annex A.

If the initial product reliability for the predetermined product operational life time T was estimated by analysis or test to be $R_0(T)$, then, assuming that its average failure rate is constant, the initial average failure rate of that product corresponding to the time T is:

$$\lambda_{a0} = -\frac{\ln[R_0(T)]}{T} \quad (1)$$

Assumption of applicability of the power law is justified by the fact that the faults which are found to be the highest unreliability contributors are addressed first, and with design modification (fault mitigation) the product failure rate is continuously improved with a function $d(t)$. The failure rate of the product design at any time during the design period is:

$$\lambda_a(t) = \lambda_{a0} \cdot [1 + d(t)]^{-\alpha_D} \quad (2)$$

where

$d(t)$ is the number of design modifications at any time during the design period;

α_D is the reliability growth rate resultant from fault mitigation;

D is the total number of implemented design improvements;

t_D is the total duration of the design period available for the design improvements.

With a linear approximation, the number of design modifications as a function of time can be linearly distributed over the design period:

$$d(t) = D \cdot \frac{t}{t_D} \quad (3)$$

The average failure rate as a function of time then becomes:

$$\lambda_a(t) = \lambda_{a0} \cdot \left(1 + D \cdot \frac{t}{t_D}\right)^{-\alpha_D} \quad (4)$$

If the goal product average failure rate, given the product reliability goal, is expressed as $R_G(T)$, then the goal average failure rate at the end of design period t_D , is approximated by:

$$\lambda_{aG}(t_D) = \frac{-\ln[R_G(T)]}{T} \quad (5)$$

At the same time:

$$\begin{aligned} \lambda_{aG}(t_D) &= \lambda_{a0} \cdot \left(1 + D \cdot \frac{t_D}{t_D}\right)^{-\alpha_D} = \lambda_{a0} \cdot (1 + D)^{-\alpha_D} \\ \lambda_{aG}(t_D) &= -\frac{\ln[R_0(T)]}{T} \cdot (1 + D)^{-\alpha_D} \end{aligned} \quad (6)$$

Substituting $\lambda_{aG}(t_D)$ with the expression containing reliability goal and solving for D

$$D = e^{\frac{-\ln\left(\frac{\ln[R_G(T)]}{\ln[R_0(T)]}\right)}{\alpha_D}} - 1 \quad (7)$$

Solving the same equation for the growth rate, expressed as a function of design modifications and initial and reliability goal gives:

$$\alpha_D = \frac{\ln\left(\frac{\ln[R_0(T)]}{\ln[R_G(T)]}\right)}{\ln(1+D)} \quad (8)$$

During the design period, continuous improvement of product reliability that it has to have at the time T is a function of time t (the reliability growth model in the time period from 0 to t_D) can be written as:

$$R(t, T) = \exp(-\lambda_a(t) \cdot T) \quad (9)$$

Substituting the expression for the average failure rate, the Krasich reliability growth model for the design phase $0 < t < t_D$, is derived as follows:

$$R(t, T) = \exp\left(-\lambda_{a0} \cdot \left(1 + D \cdot \frac{t}{t_D}\right)^{-\alpha_D} \cdot T\right) \quad (10)$$

$$R(t, T) = \exp\left(-\frac{\ln[R_0(T)]}{T} \cdot \left(1 + D \cdot \frac{t}{t_D}\right)^{-\alpha_D} \cdot T\right) \quad (11)$$

In the above equation, expressing D in terms of initial and reliability goal, the reliability growth as a function of time in design period, available for design improvements becomes:

$$R(t, T) = R_0(T) \left[\frac{\left[t_D + t \cdot \left(\frac{\ln[R_G(T)]}{\ln[R_0(T)]} \right)^{-\frac{1}{\alpha_D}} - t \right]}{t_D} \right]^{-\alpha_D} \quad (12)$$

6.1.3 Tracking the achieved reliability growth

Tracking of the achieved reliability growth means a simple recalculation of the assessed product reliability at the time the design was improved to account for the modifications. The reliability value calculated for the same predetermined life or mission period is simply plotted on the same plot with the reliability growth model for the corresponding design time.

The resultant entries to the graph can then be fitted with a best-fit line (power), or the values on the graph may be simply connected with the straight lines and the resultant achieved reliability is compared to the reliability growth model.

Use of fault tree analysis with commercially available software makes assessment of the reliability improvement easy and quick to accomplish and track as the product reliability is automatically calculated based on the changes.

After completion of the product design and with the introduction of the product validation phase, the planned reliability growth test may further improve product reliability or uncover failure modes that were not accounted for during analytical evaluations. The final reliability assessment of the completed design can then serve as the reliability goal for the reliability growth testing.

An example of practical derivation and application of the planning growth model for reliability improvement in design phase is shown in A.1.1. This real life example shows step by step how the model is constructed and how it is used.

6.2 Modified Bayesian IBM-Rosner model for planning reliability growth in design phase

6.2.1 General

A model is presented to describe the growth of reliability during the design phase of a repairable item prepared by Quigley and Walls [6] to [8] and is based on a Bayesian adaptation of the IBM-Rosner model [9] which was developed for analysing test data and is described in 7.1.2.

It is assumed a design has been developed to a sufficient level of detail to provide an initial estimate of reliability. It is further assumed that the reliability goal is specified. Modifications to the design will be made with a view to improving reliability until the goal is achieved. The model aims to capture the possible timings of the design modifications.

The model assumes that design review and re-assessments result in modifications with the aim of improving reliability and achieving the goal. The rate of growth as measured by advancing the initial reliability to the reliability goal is a function of the removal of aspects of design that contribute to systematic failures. It is assumed through using the model under consideration that there are greater improvements to reliability in the earlier re-design compared with later stages of re-design.

The model can be used in two ways:

- a) to predict the length of time required to achieve reliability goal by forecasting the reliability of the design – this assumes that the expected growth rate can be quantified; or
- b) to estimate the growth rate required to achieve the reliability goal from the initial estimate during a specified design period duration – this assumes that the duration of the design phase is fixed.

Details concerning the mathematical formulation of the model are given in Annex B.

6.2.2 Data requirements

Data are required concerning the reliability goal ($R_G(T)$) and either the duration of the design phase (t_D) or the expected growth rate during design (a_D) according to the purpose of the model application.

The failure rate of non-systematic failures (λ_{NS}) should be specified. This may be estimated from historical data for similar product designs operating in nominally identical environments.

All potential design improvements to mitigate the D potential weaknesses should be identified and may be allocated to one of K fault classes as appropriate.

The probability of each design weakness within each fault class resulting in failure during the specified life of the product should be estimated. This may be based on engineering judgement. The probability for the j -th design weakness in fault class k is given by p_{kj} .

The expected number of design weaknesses in fault class k (η_k) resulting in failure if no modifications are implemented to the product design can be calculated using

$$\eta_k = \sum_{j=1}^{D_k} p_{kj} \quad (13)$$

where D_k is the total number of design weaknesses expected in fault class k .

The failure rate for each fault class is required. These may be estimated from historical data for similar product designs operating in nominally identical environments. The failure rate for fault class k is given by λ_k .

6.2.3 Estimates of reliability growth and related parameters

In this subclause, equations are given to compute the key parameters of the reliability growth model.

The initial reliability of the design at time T is calculated by

$$R_I(T) = \exp \left\{ - \left[\lambda_{NS} T + \sum_{k=1}^K \eta_k (1 - e^{-\lambda_k T}) \right] \right\} \quad (14)$$

The reliability growth of the design at time T is given by

$$R(T) = \exp \left\{ - \left[\lambda_{NS} T + \sum_{k=1}^K \eta_k e^{-\alpha_D T} (1 - e^{-\lambda_k T}) \right] \right\} \quad (15)$$

If a growth rate is to be estimated, then the expected growth rate required to reach the reliability goal, given the reliability goal and the specified duration of the design period, is given by

$$\alpha_D = \frac{\ln \left[\frac{\sum_{k=1}^K \eta_k (1 - e^{-\lambda_k T})}{-\ln[R_G(T)] - \lambda_{NS} T} \right]}{t_D} \quad (16)$$

If a growth rate has been specified, an estimate of the expected time to reach the reliability goal is given by

$$t_G = \frac{\ln \left[\frac{\sum_{k=1}^K \eta_k (1 - e^{-\lambda_k T})}{-\ln[R_G(T)] - \lambda_{NS} T} \right]}{\alpha_D} \quad (17)$$

6.2.4 Tracking reliability growth during design phase

The tracking of the reliability growth with this modified Bayesian IBM-Rosner model is the same as that described in 6.1.3.

7 Reliability growth planning a tracking in the product reliability growth testing

7.1 Continuous reliability growth models

7.1.1 The power law model

The statistical procedures for the power law reliability growth model use the original relevant failure and time data from the test. Except in the projection technique (see 9.6), the model is applied to the complete set of relevant failures (as in IEC 61014, Figure 2 and Figure 4, characteristic 3) without subdivision into categories.

The basic equations for the power law model are given in this subclause. Background information on the model is given in Annex B.

The expected accumulated number of failures up to test time T is given by:

$$E[N(T)] = \lambda T^\beta, \text{ with } \lambda > 0, \beta > 0, T > 0 \quad (18)$$

where

λ is the scale parameter;

β is the shape parameter (a function of the general effectiveness of the improvements; $0 < \beta < 1$, corresponds to reliability growth; $\beta = 1$ corresponds to no reliability growth; $\beta > 1$ corresponds to negative reliability growth).

The current failure intensity after T h of testing is given by:

$$z(T) = \frac{d}{dT} E[N(T)] = \lambda \beta T^{\beta-1}, \text{ with } T > 0 \quad (19)$$

Thus, parameters λ and β both affect the failure intensity achieved in a given time. The equation represents in effect the slope of a tangent to the $N(T)$ against T characteristic at time T as shown in IEC 61014, Figure 9.

The current mean time between failures after T h of testing is given by:

$$\theta(T) = \frac{1}{z(T)} \quad (20)$$

Methods are given in 9.1 and 9.2 for maximum likelihood estimation of the parameters λ and β . Subclause 9.3 gives goodness-of-fit tests for the model, and 9.4 and 9.5 discuss confidence interval procedures. An extension of the model for reliability growth projections is given in 9.6.

The model has the following characteristic features:

- It is simple to evaluate.

- When the parameters have been estimated from past programmes, it is a convenient tool for planning future programmes employing similar conditions of testing and equal improvement effectiveness (see Clause 7, and IEC 61014, 6.4.1 to 6.4.7).
- It gives the unrealistic indications that $z(T) = \infty$ at $T = 0$ and that growth can be unending, that is $z(T)$ tends to zero as T tends to infinity. However, these limitations do not generally affect its practical use.
- It is relatively slow and insensitive in indicating growth immediately after a corrective modification, and so may give a low (that is, pessimistic) estimate of the final $\theta(T)$, unless projection is used (see 9.6).
- The normal evaluation method assumes the observed times to be exact times of failure, but an alternative approach is possible for groups of failures within a known time period (see 9.2.2).

7.1.2 The fixed number of faults model

This model, also known as the IBM/Rosner model [9], assumes the following:

- there are random (constant intensity function) failures occurring at a rate z ; and
- there is a fixed, but unknown, number of non-random design, manufacturing and workmanship faults present in the product at the beginning of testing.

The model limitation is the assumption that the effectiveness factor for fault mitigation is equal to unity.

Rate of change of $N(T)$, with respect to time, is proportional to the number of non-random faults remaining at time T :

$$\frac{dN(T)}{dT} = -K_2 \cdot N(T)$$

thus :

$$N(T) = e^{-K_2 \cdot T + c} \quad (21)$$

If the number of faults at $T = 0$ is K_1 , then:

$$N(T) = K_1 \cdot e^{-K_2 \cdot T} \quad (22)$$

with an assumption that

$$T > 0, K_1, K_2 > 0$$

If $E[N(T)]$ is to be the expected cumulative number of faults up to time T , then:

$$E[N(T)] = z \cdot T + K_1 \cdot (1 - e^{-K_2 \cdot T}) \quad (23)$$

The equation above means that by the time T , the total number of faults is equal to the sum of random and non-random faults. Here $E[N(0)] = 0$.

With time approaching infinity:

$$E[N(T)] \rightarrow \infty \quad (24)$$

Since the model is non-linear, the estimate of λ , K_1 , and K_2 has to be accomplished by iterative methods.

The model allows prediction of the time when the product is "q" fraction debugged (fraction of the original non-random faults removed, while $0 < q < 1$).

The number of non-random faults removed by the time t is:

$$N(0) - N(t) = K_1 - K_1 \cdot e^{-K_2 \cdot T} \quad (25)$$

Hence the fraction of the original faults removed by time t is:

$$q(T) = \frac{K_1 - K_1 \cdot e^{-K_2 \cdot T}}{K_1} = 1 - e^{-K_2 \cdot T} \quad (26)$$

Thus, having estimated K_2 as $(\hat{K}_2)$, the time necessary for a desired q , of non-random faults to have been removed is found as:

$$t_q = -\frac{\ln(1-q)}{\hat{K}_2} \quad (27)$$

To determine the number of non-random faults remaining at the time T is: $K_1 \cdot e^{-\hat{K}_2 \cdot T}$

As in other continuous models, the dependent variable is the cumulative mean time between failures, $Y(t)$, where:

$$\theta(T) = \frac{t}{\text{Total number of failures in } (0, t)} \quad (28)$$

7.2 Discrete reliability growth model

7.2.1 Model description

This model, developed by L. Crow [1], is the discrete version of the power law model for reliability growth.

For this discrete model the data consist of sequences of dichotomous occurrences representing success or failure outcomes from successive testing of a product. The product testing is conducted in trials over successive stages with corrective action taking place after each stage. Each trial results in either a success or failure. The system configuration is held fixed during each stage of testing so that each trial within a stage has the same probability of a success or failure. Based on information obtained from the observed failures during each stage of testing, corrective actions are made to improve the product reliability. At the end of each stage these corrective actions are introduced into the next configuration. This updated configuration is tested over the next stage, which consists of a fixed number of trials. This discrete model is applicable to one-shot systems such as missiles.

This situation for discrete data is similar to the grouped data case for the power law model with continuous data and test time. Data are grouped in both cases. In the discrete case, data consists of the number of trials in each group or stage, in addition to the number of trials in each stage resulting in failure. In the continuous case, the data consist of the test time in each group and the number of failures observed.

An important feature of the discrete model is that it has the same growth pattern and learning curve characteristic as the power law model for continuous data.

It is assumed that the system configuration is being modified in k stages and that the reliability is held constant during each stage of testing. At stage i the reliability of the i -th configuration is R_i , $i = 1, \dots, k$, and $R_1 > 0$. Testing is conducted in trials, and each trial during stage i has the same probability R_i of success. This model provides maximum likelihood estimates $\hat{R}_i$ of the reliability for each configuration, $i = 1, \dots, k$. The reliability estimate of the final configuration tested is $\hat{R}_k$. If no further changes are made to the product then the estimate $\hat{R}_k$ represents the final reliability resulting from the testing and corrective actions.

There are k ordered stages with stage 1 being the first and stage k being last. For stage i data consist of m_i failures in n_i trials, i , where $i = 1, \dots, k$.

Let $t_i = \sum_{j=1}^i n_j$ be the cumulative number of trials through stage i . That is, at the end of the i -th stage, data consist of a sequence of t_i dichotomous trials representing success or failure outcomes from successive testing of the product.

During the i -th stage, the reliability R_i is held constant. That is, for each trial during the i -th stage of testing, the probability of success is R_i and the probability of failure is

$$f_i = 1 - R_i \quad (29)$$

Under this model the failure probability for configuration i is given by

$$f_i = \frac{\lambda t_i^\beta - \lambda t_{i-1}^\beta}{n_i} \quad (30)$$

where

$t_0 = 0$, $n_i = t_i - t_{i-1}$ and $\lambda > 0, \beta > 0$ are parameters;

λ is a scale parameter;

β is the shape parameter.

Let $N(t_i)$ be the accumulated number of failures up through trial t_i , also, let $E[N(t_i)]$ be the expected accumulated number of failure up through trial t_i .

Then, under this discrete model,

$$E[N(t_i)] = \sum_{j=1}^i n_j f_j = \lambda t_i^\beta \quad (31)$$

This is the same reliability growth characteristic exhibited by the power law model for continuous data.

7.2.2 Estimation

These methods are suitable when testing consists of discrete trials over k successive stages. Corrective actions to improve reliability are incorporated at the end of the stages, resulting in

an improvement in the reliability of the next configuration. At stage i the reliability of the i -th configuration is R_i , $i = 1, \dots, k$.

Data consist of the number of trials n_i for each configuration and the corresponding number of failures m_i , $i = 1, \dots, k$. It is recommended that $m_1 > 0$.

The reliability R_i is given as

$$R_i = 1 - f_i \quad (32)$$

where $f_i = \frac{\lambda t_i^\beta - \lambda t_{i-1}^\beta}{n_i}$, $\lambda > 0, \beta > 0$

The maximum likelihood estimates of the parameters λ and β are values satisfying

$$\sum_{i=1}^K [H_i] \times [S_i] = 0 \quad (33)$$

$$\sum_{i=1}^K [U_i] \times [S_i] = 0 \quad (34)$$

where

$$H_i = \left[t_i^{\hat{\beta}} \ln(t_i) - t_{i-1}^{\hat{\beta}} \ln(t_{i-1}) \right] \quad (35)$$

$$U_i = \left[t_i^{\hat{\beta}} - t_{i-1}^{\hat{\beta}} \right] \quad (36)$$

$$S_i = \left[\frac{m_i}{\hat{\lambda} t_i^{\hat{\beta}} - \hat{\lambda} t_{i-1}^{\hat{\beta}}} - \frac{n_i - m_i}{n_i - \hat{\lambda} t_i^{\hat{\beta}} + \hat{\lambda} t_{i-1}^{\hat{\beta}}} \right] \quad (37)$$

For the maximum likelihood estimates $\hat{\lambda}$ and $\hat{\beta}$, the estimates of the failure probability and reliability for the i -th configuration are given by

$$\hat{f}_i = \frac{\hat{\lambda} t_i^{\hat{\beta}} - \hat{\lambda} t_{i-1}^{\hat{\beta}}}{n_i} \quad (38)$$

and $\hat{R}_i = 1 - \hat{f}_i$, respectively, $i = 1, \dots, k$.

The reliability of the system configuration during the last stage, k , is estimated by $\hat{R}_k$.

8 Use of the power law model in planning reliability improvement test programmes

As inputs to the procedure described in 6.4.2.3 and 6.4.4 of IEC 61014, two quantities have to be predicted by means of reliability growth models:

- the accumulated relevant test time in hours expected to be necessary to meet the aims of the programme;
- the number of relevant failures expected to occur during this time period.

The accumulated relevant test time is then converted to calendar time from the planned test time per week or month, making allowance for the predicted total downtime (see below) and other contingencies, and the number of relevant failures is increased by judgement to include non-relevant failures and used to predict total downtime.

The inputs to the model for these calculations will be the assumed parameters for the model, as already estimated from one or more previous programmes, and judged to be valid for the future application by similarity of the test items, test environment, management procedures and other significant influences.

9 Statistical test and estimation procedures for continuous power law model

9.1 Overview

The procedures in 9.2 utilize product failure data during a test programme to estimate the progress of reliability growth, and to estimate, in particular, the final product reliability at the end of the test. The reliability growth, which is assessed, is the result of corrective modifications incorporated into the product during test. The procedures discussed in 9.2.1 assume that the accumulated test time to each relevant failure is known. Subclause 9.2.2 addresses the situation where actual failure times are not known and failures are grouped in intervals of test time.

Type I tests, which are concluded at T^* , which is not a failure time, and type II tests, which are concluded at failure time T_N , use slightly different formulae, as indicated in 9.2.1.

An appropriate goodness-of-fit test, as described in 9.3, shall be performed after the growth test procedures of 9.2.1 and 9.2.2.

Subclause 9.6 addresses the situation where the corrective modifications are incorporated into the product at the end of the test as delayed modifications. The projection technique estimates the product reliability resulting from these corrective modifications.

9.2 Growth tests and parameter estimation

9.2.1 Case 1 – Time data for every relevant failure

This method applies only where the time of failure has been logged for every failure.

Step 1: Exclude non-relevant failures by reference to 6.4.5 of IEC 61014 and/or other appropriate documentation.

Step 2: Assemble into a data set the accumulated relevant test times (as defined in 7.4 of IEC 60300-3-5) at which each relevant failure occurred. For type I tests, note also the time of termination of the test.

Step 3: Calculate the test statistic

$$U = \frac{\sum_{i=1}^N T_i - N \frac{T^*}{2}}{T^* \sqrt{\frac{N}{12}}} \quad [\text{type I}] \quad (39)$$

or

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} T_i - (N-1) \frac{T_N}{2}}{T_N \sqrt{\frac{N-1}{12}}} \quad [\text{type II}] \quad (40)$$

where

N is the total number of relevant failures;

T^* is the total accumulated relevant test time for type I test;

T_N is the total accumulated relevant test times for type II test;

T_i is the accumulated relevant test time at the i -th failure.

Under the hypothesis of zero growth (i.e. the failure times follow a homogeneous Poisson process), the statistic U is approximately distributed as a standard normal random variable with mean 0 and standard deviation 1. The statistic U can be used to test if there is evidence of reliability growth, positive or negative, independent of the reliability growth model.

A two-sided test for positive or negative growth at the α significance level has critical values $u_{1-\alpha/2}$ and $-u_{1-\alpha/2}$, where $u_{1-\alpha/2}$ is the $(1-\alpha/2) \cdot 100$ % fractile of the standard normal distribution. If:

$$U < -u_{1-\alpha/2} \text{ or } U > u_{1-\alpha/2} \quad (41)$$

then there is evidence of positive or negative reliability growth, respectively, and the analysis is continued with step 4.

If, however,

$$-u_{1-\alpha/2} < U < u_{1-\alpha/2} \quad (42)$$

then there is not evidence of positive or negative reliability growth at the α significance level and the growth analysis is terminated. In this case, the hypothesis of exponential times between successive failures (or a homogeneous Poisson process) is accepted at the α significance level. The critical values $u_{1-\alpha/2}$ and $-u_{1-\alpha/2}$ correspond to a one-sided test for positive or negative growth, respectively, at the $\alpha/2$ significance level.

At the 0,20 significance level, the critical values for a two-sided test are 1,28 and $-1,28$. The critical value 1,28 corresponds to a one-sided test for positive growth at the 10 % significance level. For other levels of significance, choose the appropriate critical values from a table of fractiles for the standard normal distribution.

Step 4: Calculate the summation:

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \ln(T^*/T_i) \quad [\text{type I}] \quad (43)$$

or

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \ln(T_N/T_i) \quad [\text{type II}] \quad (44)$$

Step 5: Calculate the (unbiased) estimate of the parameter β from the formula:

$$\hat{\beta} = \frac{N-1}{S_1} \quad [\text{type I}] \quad (45)$$

or

$$\hat{\beta} = \frac{N-2}{S_1} \quad [\text{type II}] \quad (46)$$

Step 6: Calculate the estimate of the parameter λ from the formula:

$$\hat{\lambda} = N/(T^*)^{\hat{\beta}} \quad [\text{type I}] \quad (47)$$

or

$$\hat{\lambda} = N/(T_N)^{\hat{\beta}} \quad [\text{type II}] \quad (48)$$

Step 7: Calculate the estimated failure intensity $\hat{z}(T)$ and mean time between failures $\hat{\theta}(T)$, for any test time $T > 0$, from the formulae:

$$\hat{z}(T) = \hat{\lambda} \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1} \quad (49)$$

$$\hat{\theta}(T) = 1/\hat{z}(T) \quad (50)$$

NOTE 1 $\hat{z}(T)$ and $\hat{\theta}(T)$ are estimates of the “current” failure intensity and MTBF at time $T > 0$ for T over the range represented by the data. “Extrapolated” estimates for a future time T during the test programme, or at its expected termination time, may be obtained similarly, but used with the usual caution associated with extrapolation. Extrapolated estimates should not extend past the expected termination time.

NOTE 2 If the test programme is completed, then $\hat{\theta}(T)$, for $T = T^*$ or $T = T_N$ (as appropriate), estimates the MTBF of the system configuration on test at the end of the test programme.

9.2.2 Case 2 – Time data for groups of relevant failures

This alternative method is employed when the data set consists of known time intervals, each containing a known number of failures. It is important to note that the interval lengths and the number of failures per interval need not be constant.

The test period is over the interval $(0; T)$ and is partitioned into d intervals at times, $0 < t(1) < t(2) < \dots < t(d)$. The i -th interval is the time period between $t(i-1)$ and $t(i)$, $i = 1, 2, \dots, d$, $t(0) = 0$, $t(d) = T$. The partition times $t(i)$ may assume any values between 0 and T .

Step 1: Exclude non-relevant failures by reference to 6.4.5 of IEC 61014 and/or other appropriate documentation.

Step 2: Assemble into a data set the number of relevant failures N_i recorded in the i -th interval $(t(i-1); t(i))$, $i = 1, \dots, d$.

The total number of relevant failures is

$$N = \sum_{i=1}^d N_i \quad (51)$$

For each interval, $\rho_i N$ shall be not less than 5 (if necessary, adjacent intervals should be combined before this test) where:

$$\rho_i = \frac{t(i) - t(i-1)}{t(d)} \quad (52)$$

Step 3: For the d intervals (after combination if necessary) and corresponding failures N_i , calculate the statistic

$$X^2 = \sum_{i=1}^d \frac{(N_i - \rho_i N)^2}{\rho_i N} \quad (53)$$

Under the hypothesis of zero growth (i.e. the failure times follow a homogeneous Poisson process), the statistic X^2 is approximately distributed as a χ^2 random variable with $d-1$ degrees of freedom. The statistic X^2 can be used to test if there is evidence of reliability growth, positive or negative, independent of the reliability growth model.

A two-sided test for positive or negative growth at the α significance level has critical value

$$CV = \chi^2_{1-\alpha}(d-1) \quad (54)$$

If $X^2 \geq CV$, then there is evidence of positive or negative reliability growth and the analysis is continued with step 4.

If $X^2 < CV$, then there is no evidence of positive or negative reliability growth at the α significance level and the growth analysis is terminated. In this case, the hypothesis of exponential times between successive failures (or a homogeneous Poisson process) is accepted at the α significance level.

Critical values $\chi^2_{1-\alpha}(d-1)$ for various significance levels α and several degrees of freedom $(d-1)$ can be found in tables of the χ^2 distribution, for example in IEC 60605-4 and IEC 60605-6.

Step 4: For the original data set assembled in step 2, calculate the maximum likelihood estimate of the shape parameter β . The maximum likelihood estimate of β is the value $\hat{\beta}$, which satisfies the following equation:

$$\sum_{i=1}^d N_i \left[\frac{t(i)^{\hat{\beta}} \ln t(i) - t(i-1)^{\hat{\beta}} \ln t(i-1)}{t(i)^{\hat{\beta}} - t(i-1)^{\hat{\beta}}} - \ln t(d) \right] = 0 \quad (55)$$

Note that $t(0) = 0$ and also $t(0) \cdot \ln t(0) = 0$. All $t(\cdot)$ terms may be normalized with respect to $t(d)$ and then the final term $\ln t(d)$ disappears. An iterative method has to be used to solve this equation for $\hat{\beta}$.

Step 5: Calculate the estimate of the parameter λ from the formula

$$\hat{\lambda} = N/t(d)^{\hat{\beta}} \quad (56)$$

Step 6: Calculate the estimated failure intensity $\hat{z}(T)$ and mean time between failures $\hat{\theta}(T)$ for any test time $T > 0$ from the formulae:

$$\hat{z}(T) = \hat{\lambda} \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1} \quad (57)$$

$$\hat{\theta}(T) = 1/\hat{z}(T) \quad (58)$$

NOTE 1 $\hat{z}(T)$ and $\hat{\theta}(T)$ are estimates of the "current" failure intensity and MTBF at time $T > 0$, for T over the range represented by the data. "Extrapolated" estimates for a future time T during the test phase, or at its expected termination time, may be obtained similarly, but used with the usual caution associated with extrapolation. Extrapolated estimates should not extend past the expected termination time.

NOTE 2 If the test programme is completed, then $\hat{\theta}(T)$ for $T = t(d)$, estimates the MTBF of the system configuration on test at the end of the test phase.

9.3 Goodness-of-fit tests

9.3.1 General

If individual failure times are available, use case 1; otherwise, use case 2.

9.3.2 Case 1 – Time data for every relevant failure

The estimation method included in 9.2.1 shall first be used to estimate the shape parameter β . The Cramér-von Mises statistic is then given by the following expression:

$$C^2(M) = \frac{1}{12M} + \sum_{i=1}^M \left[\left(\frac{T_i}{T} \right)^{\hat{\beta}} - \frac{2i-1}{2M} \right]^2 \quad (59)$$

where

$M = N$ and $T = T^*$ for type I tests;

$M = N - 1$ and $T = T_N$ for type II tests;

$T_1 < T_2 < \dots < T_M$.

Table 2 gives critical values of this statistic for 10 % significance level. If the statistic $C^2(M)$ exceeds the critical value corresponding to M in the table, then the hypothesis that the power law model adequately fits the data shall be rejected. Otherwise, the model shall be accepted.

When the failure times are known, the graphical procedure described below may be used to obtain additional information about the correspondence between the model and the data.

For the graphical procedure, an estimate of the expected time to the j -th failure, $E[T_j]$, is plotted against the observed time to the j -th failure, T_j . From Annex B, $E[T_j]$ may be estimated by:

$$\hat{E}[T_j] = \left(\frac{j}{\hat{\lambda}} \right)^{1/\hat{\beta}}, \text{ with } j = 1, \dots, N \quad (60)$$

The expected failure times, $\left(\frac{j}{\hat{\lambda}} \right)^{1/\hat{\beta}}$, are then plotted against the observed failure times, T_j , on identical linear scales, as in the example of Figure A.3. The visual agreement of these points with a line at 45° through the origin is a subjective measure of the applicability of the model.

9.3.3 Case 2 – Time data for groups of relevant failures

This test is suitable only when $\hat{\beta}$ has been estimated using grouped data, as in 9.2.2. The expected number of failures in the time interval $(t(i-1); t(i))$ is approximated by:

$$e_i = \hat{\lambda} \left[t(i)^{\hat{\beta}} - t(i-1)^{\hat{\beta}} \right] \quad (61)$$

For each interval, e_i shall not be less than 5, and if necessary, adjacent intervals should be combined before the test. For d intervals (after combination if necessary) and with N_i the same as in 9.2.2, calculate the statistic:

$$X^2 = \sum_{i=1}^d \frac{(N_i - e_i)^2}{e_i} \quad (62)$$

The critical values of this statistic for $d-2$ degrees of freedom can be found in tables of the χ^2 distribution, for example in IEC 60605-4 and IEC 60605-6. If the critical value at a 10 % level of significance is exceeded, then the hypothesis that the power law model adequately fits the grouped data shall be rejected.

When the data set consists of known time intervals, each containing a known number of failures, the graphical procedure described below may be used to obtain additional information about the correspondence between the model and the data.

For each interval endpoint $t(i)$, the number of observed failures from 0 to $t(i)$ is

$$N(t(i)) = \sum_{j=1}^i N_j \quad (63)$$

The expected number of failures $E[N(t(i))]$ is estimated by

$$\hat{E}[N(t(i))] = \hat{\lambda} t(i)^{\hat{\beta}} \quad (64)$$

This gives

$$\frac{\hat{E}[N(t(i))]}{t(i)} = \hat{\lambda} t(i)^{\hat{\beta}-1} \quad (65)$$

The graphical procedure consists of plotting

$$\ln \left\{ \frac{N(t(i))}{t(i)} \right\}, i = 1, \dots, d \quad (66)$$

and also plotting the line:

$$\ln \hat{\lambda} + (\hat{\beta} - 1) \ln T, T > 0 \quad (67)$$

as in the example of Figure A.4. See Annex B for the relationship between $\ln \hat{\lambda}$ and δ and $(\hat{\beta} - 1)$ and $-\alpha$.

For $\hat{\beta} < 1$, this line is decreasing. The visual agreement of these points with this line is a subjective measure of the applicability of the model.

9.4 Confidence intervals on the shape parameter

9.4.1 General

The shape parameter β in the power law reliability growth model determines if the model reflects growth and to what degree. If $0 < \beta < 1$, there is positive reliability growth; if $\beta = 1$, there is no reliability growth, and if $\beta > 1$, there is negative reliability growth.

For a two-sided confidence interval on β when individual failure times are available, use case 1. For grouped failure times, use case 2.

9.4.2 Case 1 – Time data for every relevant failure

Step 1: Calculate $\hat{\beta}$ from step 5 in 9.2.1.

Step 2:

a) Type I test

For a two-sided 90 % confidence interval on β , calculate

$$D_L = \frac{\chi_{0.05}^2(2N)}{2(N-1)} \quad (68)$$

$$D_U = \frac{\chi_{0.95}^2(2N)}{2(N-1)} \quad (69)$$

The fractiles can be found in tables of the χ^2 distribution, for example in IEC 60605-4 and IEC 60605-6.

The lower confidence limit on β is

$$\beta_{LB} = D_L \cdot \hat{\beta} \quad (70)$$

The upper confidence limit on β is

$$\beta_{UB} = D_U \cdot \hat{\beta} \quad (71)$$

One-sided 95 % lower and upper limits on β are β_{LB} and β_{UB} , respectively.

b) Type II test

For a two-sided 90 % confidence interval on β , calculate

$$D_L = \frac{\chi_{0,05}^2(2(N-1))}{2(N-2)} \quad (72)$$

$$D_U = \frac{\chi_{0,95}^2(2(N-1))}{2(N-2)} \quad (73)$$

The lower confidence limit on β is

$$\beta_{LB} = D_L \cdot \hat{\beta} \quad (74)$$

The upper confidence limit on β is

$$\beta_{UB} = D_U \cdot \hat{\beta} \quad (75)$$

One-sided 95 % lower and upper limits on β are β_{LB} and β_{UB} , respectively.

9.4.3 Case 2 – Time data for groups of relevant failures

These confidence interval procedures are suitable when $\hat{\beta}$ has been estimated from grouped data as in 9.2.2.

Step 1: Calculate $\hat{\beta}$ as in 9.2.2, step 4.

Step 2: Calculate

$$P(i) = \frac{t(i)}{t(d)}, \text{ with } i = 1, 2, \dots, d \quad (76)$$

Step 3: Calculate the expression

$$A = \sum_{i=1}^d \frac{\left[P(i)^{\hat{\beta}} \ln P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \ln P(i-1)^{\hat{\beta}} \right]^2}{\left[P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \right]} \quad (77)$$

Step 4: Calculate

$$C = \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (78)$$

Step 5: For an approximate two-sided 90 % confidence interval on β , calculate

$$S = \frac{(1,64) \cdot C}{\sqrt{N}} \quad (79)$$

where N is the total number of failures.

Step 6: The lower confidence limit on β is

$$\beta_{LB} = \hat{\beta}(1 - S) \quad (80)$$

The upper confidence limit on β is

$$\beta_{UB} = \hat{\beta}(1 + S) \quad (81)$$

One-sided 95 % lower and upper limits on β are β_{LB} and β_{UB} , respectively.

9.5 Confidence intervals on current MTBF

9.5.1 General

From 9.2.1, step 7, and 9.2.2, step 6, $\hat{\theta}(T)$ estimates the current MTBF, $\theta(T)$. For confidence intervals on $\hat{\theta}(T)$ when individual failure times are available, use case 1. For grouped failure times, use case 2.

9.5.2 Case 1 – Time data for every relevant failure

Step 1: Calculate $\hat{\theta}(T)$ from 9.2.1, step 7.

Step 2: For a two-sided 90 % confidence interval, refer to Table 3, type I, or Table 4, type II, and locate the values L and U for the appropriate sample size N .

Step 3: The lower confidence limit on $\theta(T)$ is

$$\theta_{LB} = L \cdot \hat{\theta}(T) \quad (82)$$

The upper confidence limit on $\theta(T)$ is

$$\theta_{UB} = U \cdot \hat{\theta}(T) \quad (83)$$

One-sided 95 % lower and upper limits on $\theta(T)$ are θ_{LB} and θ_{UB} , respectively.

9.5.3 Case 2 – Time data for groups of relevant failures

These confidence interval procedures are suitable when $\hat{\beta}$ has been estimated from grouped data as in 9.2.2.

Step 1: Calculate $\hat{\beta}$ as in 9.2.2, and calculate $\hat{\theta}(T)$ as in 9.2.1, step 7.

Step 2: Calculate

$$P(i) = \frac{T(i)}{T(d)}, \text{ with } i = 1, 2, \dots, d \quad (84)$$

Step 3: Calculate the expression

$$A = \sum_{i=1}^d \frac{\left(P(i)^{\hat{\beta}} \ln P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \ln P(i-1)^{\hat{\beta}} \right)^2}{\left(P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \right)} \quad (85)$$

Step 4: Calculate

$$D = \sqrt{\frac{1}{A} + 1} \quad (86)$$

Step 5: For an approximate two-sided 90 % confidence interval on $\theta(T)$, calculate

$$S = \frac{(1,64) \cdot D}{\sqrt{N}} \quad (87)$$

where N is the total number of failures.

Step 6: The lower confidence limit on $\theta(T)$ is

$$\theta_{LB} = \hat{\theta}(T)(1 - S) \quad (88)$$

The upper confidence limit on $\theta(T)$ is

$$\theta_{UB} = \hat{\theta}(T)(1 + S) \quad (89)$$

One-sided 95 % lower and upper limits on $\theta(T)$ are θ_{LB} and θ_{UB} , respectively.

9.6 Projection technique

The following technique is appropriate when the corrective modifications have been incorporated into the product at the end of the test as delayed modifications. The objective is to estimate the product reliability resulting from these corrective modifications.

Step 1: Separate the Category A and Category B failures (see IEC 61014:2003, definitions 3.14 and 3.15).

Step 2: Identify the time of first occurrence of each distinct type of failure in Category B, as a separate data set. Let I be the number of these distinct types.

Step 3: Perform steps 1 to 5 of 9.2.1 upon this data set, in order to estimate β , using $N = I$ and T^* or T_N as applicable to the complete set of data.

Step 4: Assign to each of the I distinct types of category B failures in the data set of step 2 an improvement effectiveness factor, E_i , $i = 1, \dots, I$. For each of the I distinct types of Category B failures, E_i , $0 \leq E_i \leq 1$, is an engineering assessment of the expected decrease in failure intensity resulting from an identified corrective modification (see definition 3.5).

From these assigned values, calculate the average $\bar{E}$ or, if preferred, postulate an average improvement effectiveness factor (e.g. 0,7) instead of individually assigning the E_i , $i = 1, \dots, I$, as described above.

Step 5: Estimate the projected failure intensity and MTBF:

$$z_p = \frac{1}{T} \left[K_A + \sum_{i=1}^I K_i (1 - E_i) + I \cdot \hat{\beta} \cdot \bar{E} \right] \quad (90)$$

where

K_A is the number of Category A failures;

K_i is the number of observed failures for the i -th type of Category B failures;

$T = T^*$ or T_N , as used in step 3 above.

If the individual E_i values are not assigned and only the mean $\bar{E}$ is available, then the middle term in the square brackets becomes:

$$K_B (1 - \bar{E}) \quad (91)$$

where K_B is the number of Category B failures.

In this case, the projected failure intensity is

$$z_p = \frac{1}{T} \left[K_A + K_B (1 - \bar{E}) + I \cdot \hat{\beta} \cdot \bar{E} \right] \quad (92)$$

The projected MTBF is

$$\theta_p = 1/z_p \quad (93)$$

Table 2 – Critical values for Cramér-von Mises goodness-of-fit test at 10 % level of significance

M	Critical value of statistic
3	0,154
4	0,155
5	0,160
6	0,162
7	0,165
8	0,165

M	Critical value of statistic
9	0,167
10	0,167
11	0,169
12	0,169
13	0,169
14	0,169
15	0,169
16	0,171
17	0,171
18	0,171
19	0,171
20	0,172
30	0,172
≥ 60	0,173
NOTE For Type I tests, $M = N$; for Type II tests, $M = N - 1$.	

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61164:2004

Table 3 – Two-sided 90 % confidence intervals for MTBF from Type I testing

<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
3	0,175	6,490	21	0,570	1,738
4	0,234	4,460	22	0,578	1,714
5	0,281	3,613	23	0,586	1,692
6	0,320	3,136	24	0,593	1,641
7	0,353	2,826	25	0,600	1,653
8	0,381	2,608	26	0,606	1,635
9	0,406	2,444	27	0,612	1,619
10	0,428	2,317	28	0,618	1,604
11	0,447	2,214	29	0,623	1,590
12	0,464	2,130	30	0,629	1,576
13	0,480	2,060	35	0,652	1,520
14	0,494	1,999	40	0,672	1,477
15	0,508	1,947	45	0,689	1,443
16	0,521	1,902	50	0,703	1,414
17	0,531	1,861	60	0,726	1,369
18	0,543	1,825	70	0,745	1,336
19	0,552	1,793	80	0,759	1,311
20	0,561	1,765	100	0,783	1,273

NOTE For $N > 100$

$$L = \frac{N-1}{N} \left(1 + u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{1}{2N}} \right)^{-2}$$

$$U = \frac{N-1}{N} \left(1 - u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{1}{2N}} \right)^{-2}$$

where $u_{0,5+\gamma/2}$ is the $100 \cdot (0,5 + \gamma/2)$ -th fractile of the standard normal distribution.

Table 4 – Two-sided 90 % confidence intervals for MTBF from Type II testing

<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
3	0,1712	4,746	21	0,6018	1,701
4	0,2587	3,825	22	0,6091	1,680
5	0,3174	3,254	23	0,6160	1,659
6	0,3614	2,892	24	0,6225	1,641
7	0,3962	2,644	25	0,6286	1,623
8	0,4251	2,463	26	0,6344	1,608
9	0,4495	2,324	27	0,6400	1,592
10	0,4706	2,216	28	0,6452	1,578
11	0,4891	2,127	29	0,6503	1,566
12	0,5055	2,053	30	0,6551	1,553
13	0,5203	1,991	35	0,6763	1,501
14	0,5337	1,937	40	0,6937	1,461
15	0,5459	1,891	45	0,7085	1,428
16	0,5571	1,876	50	0,7212	1,401
17	0,5674	1,814	60	0,7422	1,360
18	0,5769	1,781	70	0,7587	1,327
19	0,5857	1,752	80	0,7723	1,303
20	0,5940	1,726	100	0,7938	1,267

NOTE For $N > 100$

$$L = \frac{N-2}{N} \left(1 + u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{2}{N}} \right)^{-1}$$

$$U = \frac{N-2}{N} \left(1 - u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{2}{N}} \right)^{-1}$$

where $u_{0,5+\gamma/2}$ is the $100 \cdot (0,5 + \gamma/2)$ -th fractile of the standard normal distribution.

Annex A (informative)

Examples for planning and analytical models used in design and test phase of product development

A.1 Reliability growth planning in product design phase

A.1.1 Power law planning model example

The real industry example below explains how to construct a power law model and how to compare the actual reliability growth to the one planned.

The information needed for planning is a rough estimate of the beginning product reliability. This estimate may be achieved based on the product similarity to another product, taking into account differences in complexity. Other factors needed for the model are as follows:

- reliability goal set for the product;
- estimate of the magnitude and number of possible design modifications;
- duration of design period during which it is possible to make and implement the desired modifications.

A.1.2 Construction of the model and monitoring of reliability growth

The planning model is constructed as follows.

The required life of the product is 15 years. $T = 365 \times 24 \times 15 = 1,314 \times 10^5$ h

Given duration of the design period of 140 days, $t_D = 140 \times 24 = 3\,360$ h

A product's initial 15-year reliability is estimated to be $R_0(T=15 \text{ years}) = 0,72$. The product reliability goal was to achieve a 15-year reliability of 0,95.

From the initial reliability and the reliability goal, the initial and goal average failure rates are calculated as follows:

$$R_0(T) = \exp[-\lambda_{a0} \cdot T] = 0,72$$

$$R_G(T) = 0,95$$

$$\lambda_{a0} = -\frac{\ln[R_0(T)]}{T} = 2,5 \cdot 10^{-6}$$

$$\lambda_{aG} = -\frac{\ln[R_G(T)]}{T} = 3,9 \cdot 10^{-7}$$

Given the assumed number of potential design modifications, the growth rate becomes:

$$\alpha_D = \frac{\ln\left(\frac{\ln[R_0(T)]}{\ln[R_G(T)]}\right)}{\ln(1+D)} = 0,774$$

and the reliability growth model is plotted from the equation

$$R(t, T) = R_0(T) \left\{ \frac{\left[t_D + t \cdot \left(\frac{\ln[R_G(T)]}{\ln[R_0(T)]} \right)^{\frac{1}{\alpha_D}} - t \right]}{t_D} \right\}^{-\alpha_D}$$

The actual product reliability growth is then plotted and compared to the model as shown in Figure A.1.

The model can be prepared using a spreadsheet, with equations embedded into it as shown in Table A.1.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61164:2004

Table A.1 – Calculation of the planning model for reliability growth in design phase

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Symbol or function	α_D	D	$R_o(T)$	$R_G(T)$	T_h	λ_{a0}	λ_{aG}	t_{Dh}
2	Value	0,774 42	10	0,72	0,95	131 400	2,50E-06	3,90E-07	3 360
3	Formula *	$=LN(LN(D3)/LN(E3))/LN(1+C3)$					$=(-LN(D3)/F3)$	$=(-LN(E3)/F3)$	
4	Formula $R(t,T)_{model}$	$=\$D\$2^{\wedge}(((\$I\$2+A4*24*(LN(\$E\$2)/LN(\$D\$2))^{\wedge}(-1/\$B\$2)-A4*24)/\$I\$2)^{\wedge}(-\$B\$2))$							
5	$t(\text{days})$	$R(t,T)_{model}$	$R_G(T)$	$R(t,T)_{actual}$					
6	0	0,72	0,95						
7	5	0,771 577 8	0,95						
8	10	0,805 411 6	0,95						
9	15	0,829 525 2	0,95						
10	20	0,847 690 1	0,95						
11	25	0,861 927 9	0,95						
12	30	0,873 425 9	0,95	0,699					
13	35	0,882 930 2	0,95						
14	40	0,890 934 8	0,95						
15	45	0,897 780 3	0,95						
16	50	0,903 710 2	0,95	0,77					
17	55	0,908 902 9	0,95						
18	60	0,913 492 8	0,95						
19	65	0,917 582 8	0,95						
20	70	0,921 253 3	0,95						
21	75	0,924 568	0,95						
22	80	0,927 578 2	0,95	0,82					
23	85	0,930 325 6	0,95						
24	90	0,932 844 4	0,95						
25	95	0,935 163 1	0,95						
26	100	0,937 305 5	0,95						
27	105	0,939 291 8	0,95						
28	110	0,941 139 1	0,95						
29	115	0,942 862 1	0,95						
30	120	0,944 473 3	0,95						
31	125	0,945 983 7	0,95	0,93					
32	130	0,947 402 9	0,95						
33	135	0,948 739 2	0,95						
34	140	0,95	0,95						

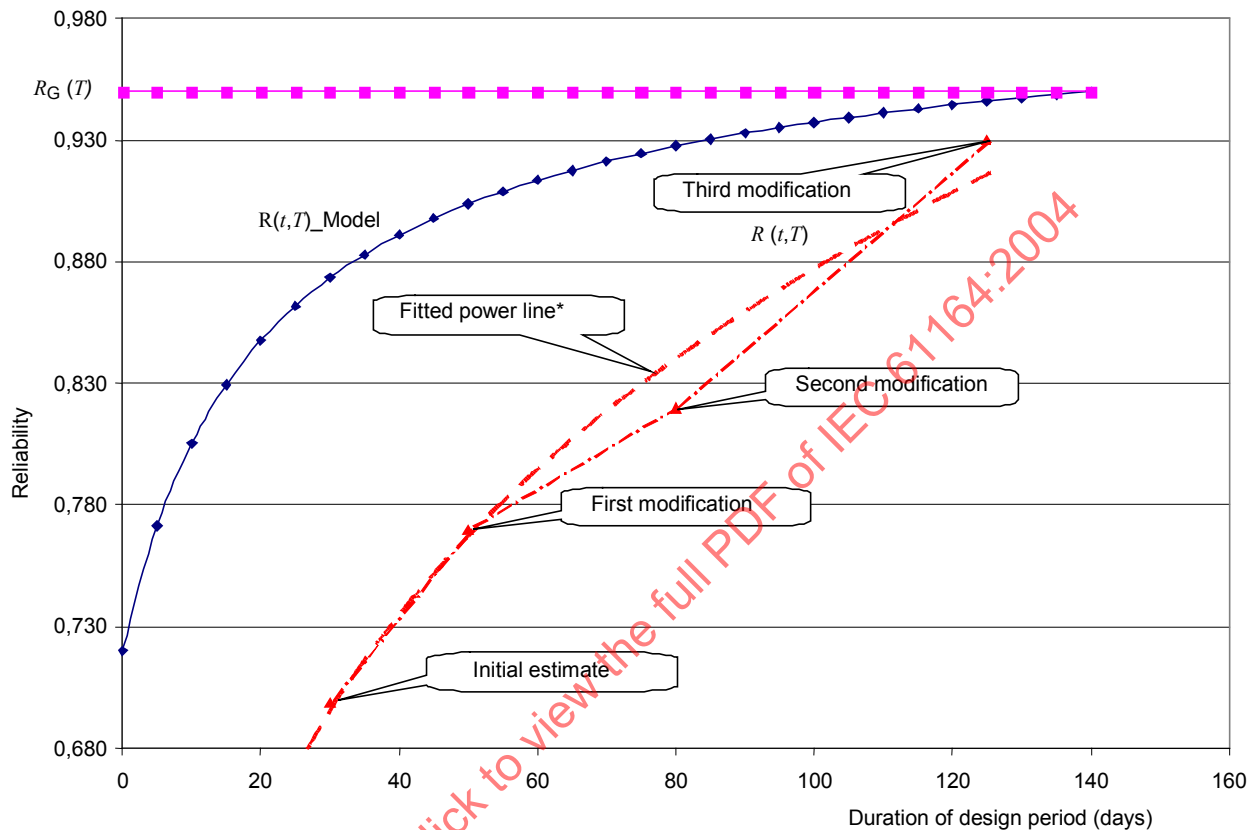
* The formulae shown in rows 3 and 4 come from an Excel spreadsheet.

In this example, improvements are made in three steps; however, many modifications of the same nature were lumped into one change. The first step was change of the capacitor types to those with much better dielectric properties and higher reliability (106 capacitors of various values and various contribution to unreliability were considered one design modification).

The second change was introduction of parts with higher ratings, as there were some parts (capacitors on semiconductors) that, because of improper electrical rating, demonstrated high unreliability.

The third change was also a compilation of several modifications: more reliable IC components, some switching field effect transistors (FET) to be obtained from a more reliable vendor, reduction in some discrete semiconductor components.

Further improvement was not considered cost effective, and the final reliability estimate was accepted as satisfactory.



IEC 163/04

*There is no need to fit the actual data with a power line. The fit in the example given is an illustration of how the actual improvements actually do follow the power law – fewer larger improvements – the steeper the curve.

Figure A.1 – Planned and achieved reliability growth – Example

As noted in Figure A.1, there is no need to fit the actual reliability growth with a power line, as the results can be represented as discrete values. The results of this actual example are fitted with the power line to illustrate how in reality, the faults that are highest contributors to unreliability are indeed addressed first, and how the power law is well applicable to the actual results.

A.2 Example of Bayesian reliability growth model for the product design phase

Reliability goal of an item, $R_G(T)$, about to commence the design phase is 0,95 h at 2 000 h of operation (T). There are 50 potential design weaknesses (D). Each design weakness is associated with a class of failure. There are two classes of failure. There are 20 potential design weaknesses associated with failure class 1 (D_1) and 30 associated with failure class 2 (D_2). For each potential design weakness there is an associated probability of resulting in failure (p_{kj}). The expected number of failures resulting from these weaknesses for failure class 1 is 7 (λ_1) and the expected number for class 2 is 10 (λ_2). Historically, there has been one non-systematic failure every 100 000 h of operation, failures associated with failure class 1 occur at a rate of 1 every 200 000 h and failures associated with failure class 2 occur at a rate of 1 every 75 000 h. The growth parameter is 0,00833.

The initial estimate of reliability of this design is:

$$\begin{aligned} R_i(2\,000) &= \exp(-[0,000\,01 \times 2\,000 + 7 \times (1 - e^{-0,000\,005 \times 2\,000}) + 10 \times (1 - e^{-0,000\,013 \times 2\,000})]) \\ &= \exp(-[0,02 + 7 \times (1 - e^{-0,01}) + 10(1 - e^{-0,026\,666})]) \\ &= 0,702\,722 \end{aligned}$$

The reliability growth curve is calculated as:

$$\begin{aligned} R(t) &= \exp\{-[0,02 + e^{-0,008\,333 \times t} \times [7 \times (1 - e^{0,01}) + 10 \times (1 - e^{-0,026\,666})]]\} \\ &= \exp(-[0,02 + 0,332\,794 \times e^{-0,008\,33 \times t}]) \end{aligned}$$

Plotting $R(t)$ against design phase measured in days:

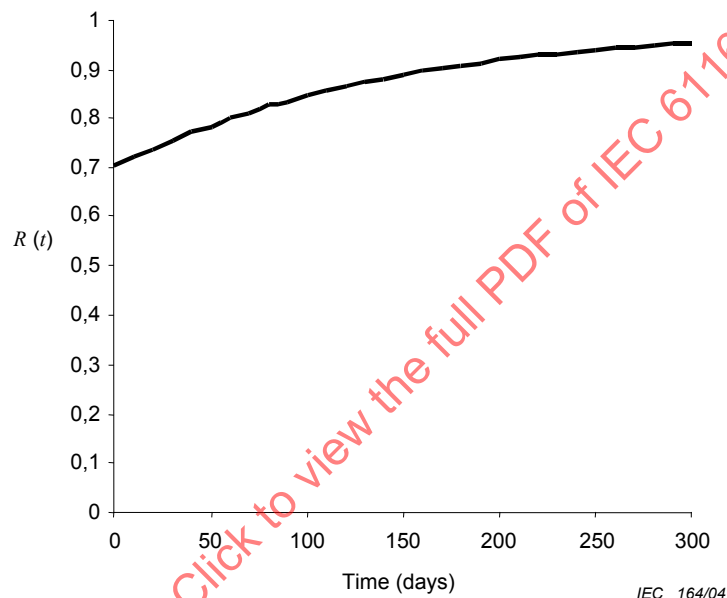


Figure A.2 – Planned reliability growth using Bayesian reliability growth model

This plot shows the projected growth in reliability throughout a year of the design phase. It is expected that such an intensive design phase would result in the reliability goal being met after 284 days.

$$\begin{aligned} t_G &= \frac{\ln\left[\frac{0,332\,794}{-\ln(0,95) - 0,02}\right]}{0,008\,33} \\ &= 283,807\,9 \end{aligned}$$

If a shorter period of design phase time were required, such as 100 days, then a more intensive program is required as reflected in the growth parameter.

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\ln\left[\frac{0,332\,794}{-\ln(0,95) - 0,02}\right]}{100} \\ &= 0,023\,641 \end{aligned}$$

A.3 Failure data for discrete trials

A missile system undergoes reliability growth development testing for a total of 68 trials. Delayed corrected actions were incorporated after the 14th, 33rd and 48th trials. From trial 49 to trial 68 the configuration was not changed. For the $k = 4$ stages of testing we have

Stage 1: Trials 1-14

Stage 2: Trials 15-33

Stage 3: Trials 34-48

Stage 4: Trials 49-68.

This gives

$n_1 = 14, n_2 = 19, n_3 = 15, n_4 = 20$, and

$t_0 = 0, t_1 = 14, t_2 = 33, t_3 = 48, t_4 = 68$.

The failure data for estimating the model parameters are:

Configuration 1 experienced $m_1 = 5$ failures.

Configuration 2 experienced $m_2 = 3$ failures.

Configuration 3 experienced $m_3 = 4$ failures.

Configuration 4 experienced $m_4 = 4$ failures.

The maximum likelihood estimates for the parameters λ and β are

$\hat{\lambda} = 0,595$ and $\hat{\beta} = 0,780$

These estimates give

$\hat{f}_1 = 0,333, \hat{f}_2 = 0,234, \hat{f}_3 = 0,206, \hat{f}_4 = 0,190$.

The estimates of the reliability over stages 1, 2, 3 are $\hat{R}_1 = 0,667, \hat{R}_2 = 0,766, \hat{R}_3 = 0,794$, and the reliability estimate of the configuration during the final stage of testing is $\hat{R}_4 = 0,810$.

A.4 Examples of reliability growth through testing

A.4.1 Introduction

The following numerical examples show the use of the procedures discussed in Clause 9. Table A.1 is a complete data set used to illustrate the reliability growth methods when the relevant failure times are known, and Table A.2 shows these data combined within intervals suitable for the grouped data analysis. Tables A.3 and A.4 provide data for the projection technique when corrective modifications are delayed to the end of test. Goodness-of-fit tests, as described in 9.3, are applied when applicable. These examples may be used to validate computer programs designed to implement the methods given in Clause 9.

A.4.2 Current reliability assessments

A.4.2.1 General

The data set in Table A.2 corresponds to a test finishing at 1 000 h. These data are used in the examples given in A.4.2.2 and A.4.2.3 for Type I and Type II tests, respectively, and combined in Table A.3 for the example given in A.4.2.4 for grouped failures.

A.4.2.2 Example 1: Type I test – Case 1 – Time data for every relevant failure

This case is covered in 9.2.1. Data from Table A.2 are used with a test finishing at 1 000 h.

a) Test for growth

$U = -3,713$. At the 0,20 significance level, the critical values for a two-sided test are 1,28 and $-1,28$. Since $U < -1,28$, there is evidence of positive reliability growth and the analysis is continued.

b) Parameter estimation

The estimated parameters of the power law model are

$$\hat{\lambda} = 1,069\ 4$$

$$\hat{\beta} = 0,562\ 3.$$

c) Current MTBF

The estimated current MTBF at 1 000 h is 34,2 h.

d) Goodness-of-fit

$C^2(M) = 0,038$ with $M = 52$. At the 0,10 significance level, the critical value from Table 2 is 0,173. Since $C^2(M) < 0,173$, the power law model is accepted (see 9.3 and Figure A.3).

e) Confidence interval on β

A two-sided 90 % confidence interval on β is (0,449 1; 0,710 1).

f) Confidence interval on current MTBF

A two-sided 90 % confidence interval on the current MTBF at 1 000 h is (24,2 h; 48,1 h).

A.4.2.3 Example 2: Type II test – Case 1 – Time data for every relevant failure

This case is covered in 9.2.1. Data from Table A.2 are used with a test finishing at 975 h.

a) Test for growth

$U = -3,764$. At the 0,20 significance level, the critical values for a two-sided test are 1,28 and $-1,28$. Since $U < -1,28$, there is evidence of positive reliability growth and the analysis is continued.

b) Parameter estimation

The estimated parameters of the power law model are

$$\hat{\lambda} = 1,106\ 7$$

$$\hat{\beta} = 0,559\ 4.$$

c) Current MTBF

The estimated current MTBF at 975 h is 33,5 h.

d) Goodness-of-fit

$C^2(M) = 0,041$ with $M = 51$. At the 0,10 significance level, the critical value from Table 1 is 0,173. Since $C^2(M) < 0,173$, the power law model is accepted (see 9.3 and Figure A.3).

e) Confidence interval on β

A two-sided 90 % confidence interval on β is (0,445 8; 0,708 0).

f) Confidence interval on current MTBF

A two-sided 90 % confidence interval on the current MTBF at 975 h is (24,3 h; 46,7 h).

A.4.2.4 Example 3 – Case 2 – Time data for group relevant failures

This case is covered in 9.2.2. Data from Table A.2 are used. The failures have been grouped over intervals of 200 h to give the data set in Table A.3. The analysis of this data set gives the results described below.

a) Test for growth

$\chi^2 = 14,730\ 8$ with four degrees of freedom. At the 0,20 significance level, the critical value is 6,0. Since $\chi^2 > 6,0$, there is evidence of positive or negative reliability growth and the analysis is continued.

b) Parameter estimation

The estimated parameters of the power law model are

$$\hat{\lambda} = 0,961\ 5$$

$$\hat{\beta} = 0,577\ 7.$$

c) Current MTBF

The estimated current MTBF at 1 000 h is 33,3 h.

d) Goodness-of-fit

$\chi^2 = 2,175$ with three degrees of freedom. At the 0,10 significance level, the critical value is 6,25. Since $\chi^2 < 6,25$, the power law model is accepted (see 9.3 and Figure A.4).

e) Confidence interval on β

A two-sided 90 % confidence interval on β is (0,4083; 0,7471).

f) Confidence interval on current MTBF

A two-sided 90 % confidence interval on the current MTBF at 1 000 h is (20,94 h; 45,66 h).

A.4.3 Projected reliability estimates

A.4.3.1 General

This example illustrates the calculation of a projected reliability estimate (see 9.6) when the corrective modifications have been incorporated into the product at the end of test.

A.4.3.2 Example 4

The basic data used in this example are given in Table A.4. There are a total of $N = 45$ relevant failures with $K_A = 13$ Category A failures which received no corrective modification. At the end of the 4 000 h test, $I = 16$ distinct corrective modifications were incorporated into the product to address the $K_B = 32$ Category B failures. The category for each relevant failure is given in Table A.4. Each Category B failure type is distinguished by a number. Table A.5 provides additional information used for the projection.

The steps in the procedure are as follows.

Step 1: Identify Category A and B failures

Times of occurrence and the Category A and B failures are identified in Table A.4. The failure times for the 16 distinct Category B types are indicated in Table A.5, column 2.

Step 2: Identify first occurrence of distinct Category B types.

The times of first occurrence of the 16 distinct category B types are given in Table A.5, Column 3.

Step 3: Analyse first occurrence data.

The data set of Table A.5, Column 3, is analysed in accordance with steps 4 to 7 of 9.2.1. The results follow below.

Parameter estimation

The estimated parameters of the power law model are

$$\hat{\lambda} = 0,032\ 6$$

$$\hat{\beta} = 0,747\ 2.$$

First occurrence failure intensity estimation

The estimated current failure intensity for first occurrence of distinct Category B types at 4 000 h is 0,0030 h⁻¹.

Goodness-of-fit

$C^2(M) = 0,085$ with $M = 16$. At the 0,10 significance level, the critical value from Table 2 is 0,171. Since $C^2(M) < 0,171$, the power law model is accepted for the times of first occurrence of distinct Category B types.

Step 4: Assign effectiveness factors

An effectiveness factor is assigned, based on the opinion of the design engineer who is responsible for the specific change. If this information is not available, then the estimated numbers for individual effectiveness factors are to be estimated based on experience.

An example of assigned individual effectiveness factors for each corrective modification is given in Table A.5, Column 5. The average of these 16 effectiveness factors is 0,72. An average in the range of 0,65 to 0,75 is typical, based on historical experience.

Step 5: Estimate projected failure intensity

To calculate the projected failure intensity, the following values are needed:

T	=	4 000 h
K_A	=	13
I	=	16
$\hat{\beta}$	=	0,747 2
$\bar{E}$	=	0,72
K_i	–	Table A.5, Column 4
E_i	–	Table A.5, Column 5.

The estimated projected failure intensity at $T = 4\,000$ h (the end of test) is $0,0074\text{ h}^{-1}$.

Step 6: Estimate projected MTBF

The projected MTBF is 135,1 h.

NOTE With no reliability growth during the 4 000 h test, the MTBF over this period is estimated by $(4\,000/45) = 88,9$ h. The projected MTBF is the estimated increase in MTBF due to the 16 corrective modifications and the corresponding effectiveness factors. The sensitivity of the projected MTBF to the assigned effectiveness factors is often of interest. If only an average effectiveness factor of 0,60 were assigned, the projected MTBF would equal 121,3 h. An average effectiveness factor of 0,80 would give a projected MTBF of 138,1 h.

**Table A.2 – Complete data –
All relevant failures and accumulated test times for Type I test**

2	4	10	15	18	19	20	25	39
41	43	45	47	66	88	97	104	105
120	196	217	219	257	260	281	283	289
307	329	357	372	374	393	403	466	521
556	571	621	628	642	684	732	735	754
792	803	805	832	836	873	975		
$T^* = 1\,000\text{ h}, N = 52.$								

Table A.3 contains failure times listed in increasing order.

Table A.3 – Grouped data for Example 3 derived from Table A.2

Group number	Number of failures	Accumulated relevant test time at end of group interval h
1	20	200
2	13	400
3	5	600
4	8	800
5	6	1 000

**Table A.4 – Complete data for projected estimates in Example 4 –
All relevant failures and accumulated test times**

	Accumulated relevant test times, T_i Classification per Category A/B, including distinct Category B types h								
T_i	150	253	475	540	564	636	722	871	996
Category	B1	B2	B3	B4	B5	A	B5	A	B6
T_i	1 003	1 025	1 120	1 209	1 255	1 334	1 647	1 774	1 927
Category	B7	A	B8	B2	B9	B10	B9	B10	B11
T_i	2 130	2 214	2 293	2 448	2 490	2 508	2 601	2 635	2 731
Category	A	A	A	A	B12	A	B1	B8	A
T_i	2 747	2 850	3 040	3 154	3 171	3 206	3 245	3 249	3 420
Category	B6	B13	B9	B4	A	A	B12	B10	B5
T_i	3 502	3 646	3 649	3 663	3 730	3 794	3 890	3 949	3 952
Category	B3	B10	A	B2	B8	B14	B15	A	B16
$T^* = 4\,000$ h, $N = 45$, $K_A = 13$, $K_B = 32$, $I = 16$.									

**Table A.5 – Distinct types of Category B failures, from Table A.4, with failure times,
time of first occurrence, number observed and effectiveness factors**

Column no.				
1	2	3	4	5
Type	Failure times h	Time at first occurrence h	Number observed	Assigned effectiveness factors
1	150; 2 601	150	2	0,7
2	253; 1 209; 3 663	253	3	0,7
3	475; 3 502	475	2	0,8
4	540; 3 154	540	2	0,8
5	564; 722; 3 420	564	3	0,9
6	996; 2 747	996	2	0,9
7	1 003	1 003	1	0,5
8	1 120; 2 635; 3 730	1 120	3	0,8
9	1 255; 1 647; 3 040	1 255	3	0,9
10	1 334; 1 774; 3 249; 3 646	1 334	4	0,7
11	1 927	1 927	1	0,7
12	2 490; 3 245	2 490	2	0,6
13	2 850	2 850	1	0,6
14	3 794	3 794	1	0,7
15	3 890	3 890	1	0,7
16	3 952	3 952	1	0,5

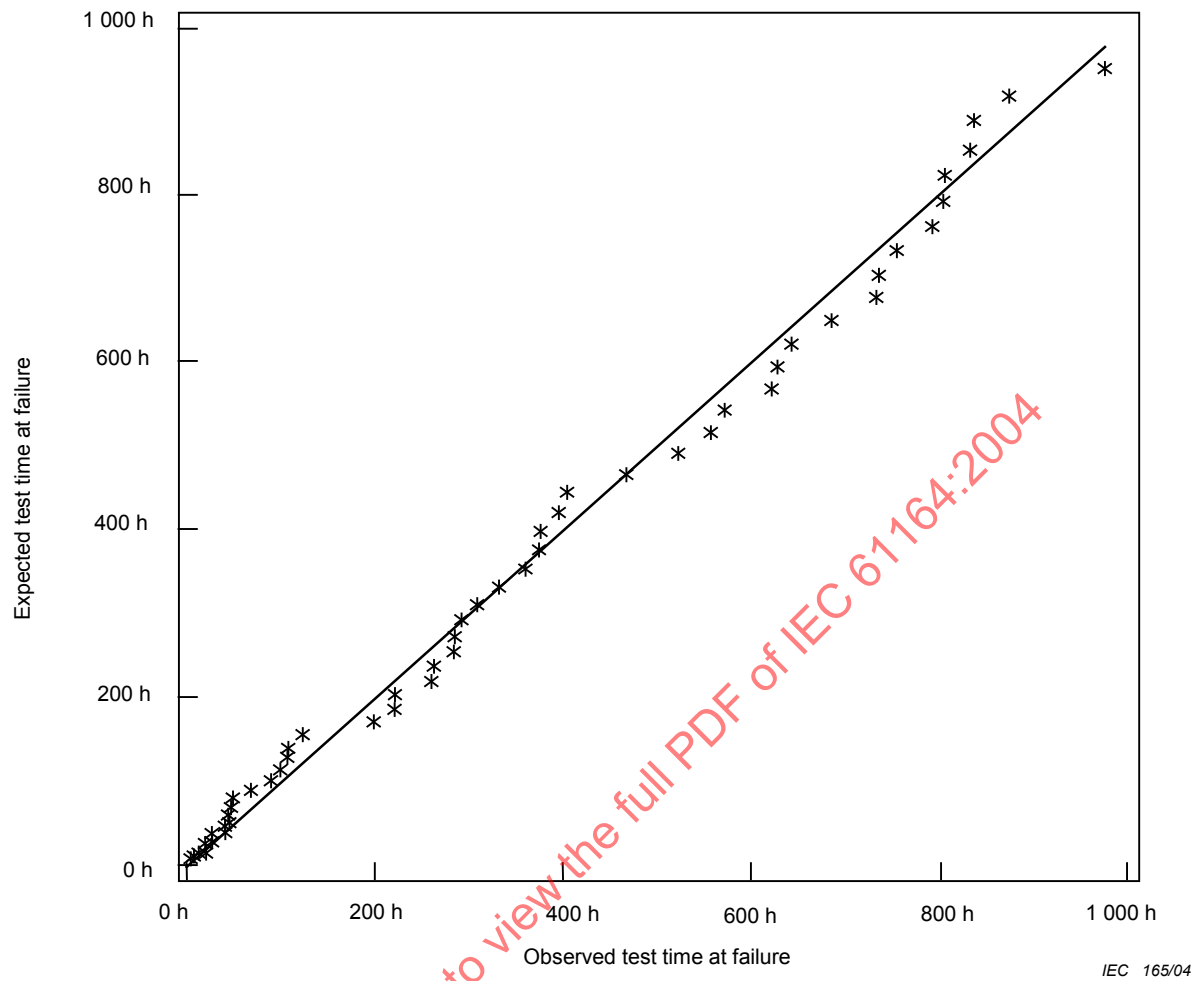


Figure A.3 – Scatter diagram of expected and observed test times at failure based on data of Table A.2 with power law model

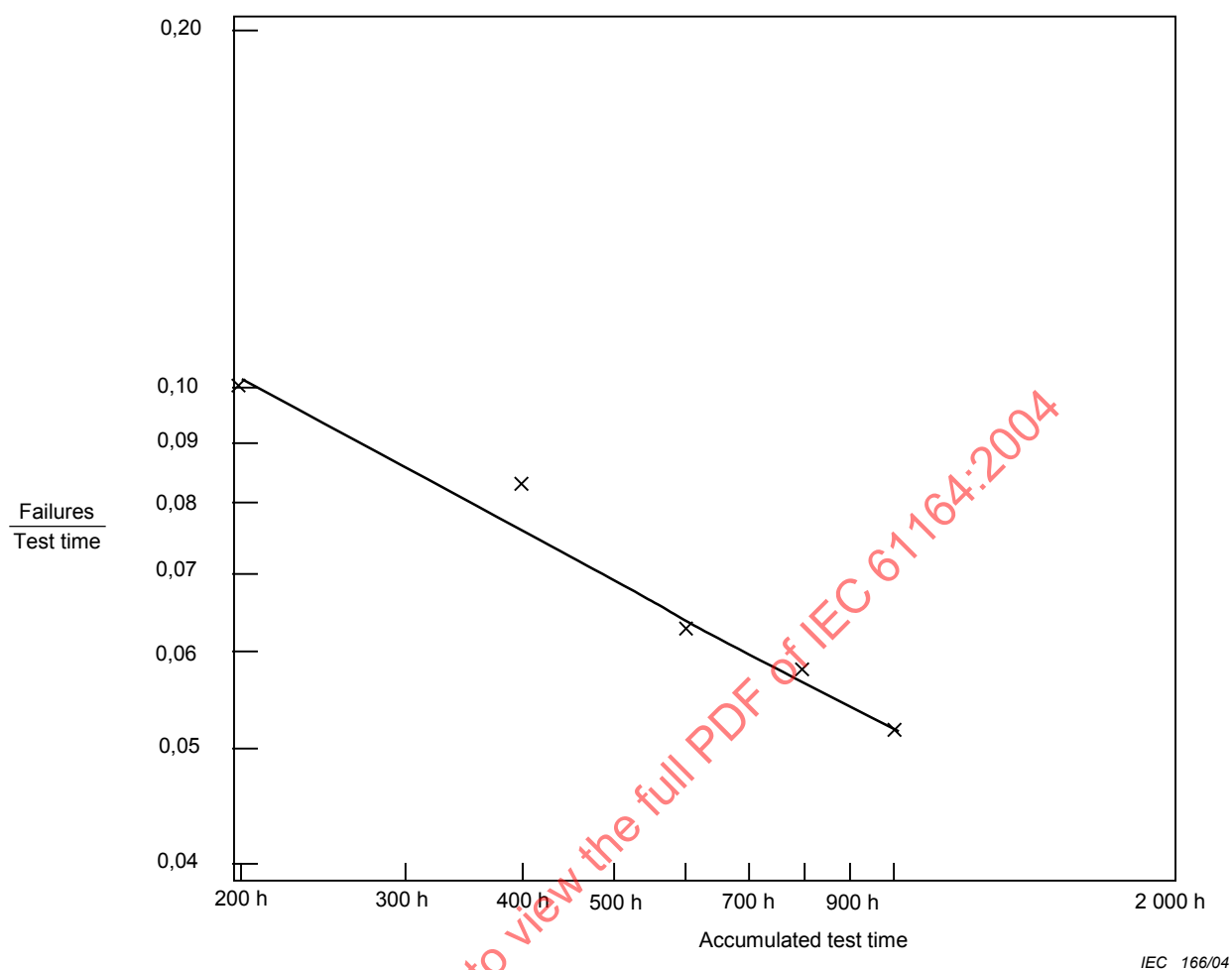


Figure A.4 – Observed and estimated accumulated failures/accumulated test time based on data of Table A.2 with power law model

Annex B (informative)

The power law reliability growth model – Background information

B.1 The Duane postulate

The most commonly accepted pattern for reliability growth was reported in a paper by J.T. Duane in 1964 [11]. In this paper, Duane discussed his observations on failure data for a number of products during development testing. He observed that the accumulated number of failures $N(T)$, divided by the accumulated test time, T , was decreasing and fell close to a straight line when plotted against T on In-In scale. That is, approximately:

$$\ln(N(T)/T) = \delta - \alpha \ln T, \text{ with } \delta > 0, \alpha > 0$$

Duane interpreted these plots and concluded that the accumulated number of failures is approximated by the power law function:

$$N(T) \doteq \lambda T^\beta, \text{ with } \lambda > 0, \beta = 1 - \alpha$$

Based on this observation, Duane expressed the current instantaneous failure intensity at time T as:

$$\frac{d}{dT} N(T) = \lambda \beta T^{\beta-1}, \text{ with } T > 0$$

which gives the instantaneous MTBF

$$(\lambda \beta T^{\beta-1})^{-1} = \frac{T^{1-\beta}}{\lambda \beta}, \text{ with } T > 0$$

The exponent $\alpha = 1 - \beta$ is sometimes called the "growth rate".

The Duane postulate is deterministic in the sense that it gives the expected pattern for reliability growth but does not address the associated variability of the data.

B.2 The power law model

L.H. Crow, in 1974 [1], considered the power law reliability growth pattern and formulated the underlying probabilistic model for failures as a non-homogeneous Poisson process (NHPP), $\{N(T), T > 0\}$, with mean value function

$$E[N(T)] = \lambda T^\beta$$

and intensity function

$$z(T) = \lambda \beta T^{\beta-1}$$

The Crow NHPP power law model has exactly the same reliability growth pattern as the Duane postulate, for example, they both have the same expression λT^β for the expected number of failures by time T . However, the NHPP model gives the Poisson probability that $N(T)$ will assume a particular value, that is

$$\Pr[N(T)=n] = \frac{(\lambda T^\beta)^n e^{-\lambda T^\beta}}{n!}, \text{ with } n = 0, 1, 2, \dots$$

Also, under this model

$$E[\lambda T_j^\beta] = j, \text{ with } j = 1, 2, \dots$$

where T_j is the accumulated time to the j -th failure.

This gives the useful first order approximation

$$E[T_j] = \left(\frac{j}{\lambda}\right)^{1/\beta}, \text{ with } j = 1, 2, \dots$$

for the expected time to the j -th failure.

When $\beta = 1$, then $z(T) \equiv \lambda$, and the times between successive failures follow an exponential distribution with mean $1/\lambda$ (homogeneous Poisson process), indicating no reliability growth. The intensity function $z(T)$ is decreasing for $\beta < 1$ (positive growth), and increasing for $\beta > 1$ (negative growth).

The NHPP power law reliability growth model is a probabilistic interpretation of the Duane postulate and therefore allows for the development and use of rigorous statistical procedures for reliability growth assessments. These methods include maximum likelihood estimation of the model parameters and product reliability, confidence interval procedures and objective goodness-of-fit tests. The NHPP power law model was extended by Crow in 1983 [12] for reliability growth projections.

B.3 Modified power law model for planning of reliability growth in product design phase

M. Krasich, in 1998 developed and presented the power law model for application in modelling of the planned reliability improvement of a product in design phase, where test results were not available because the hardware design was not yet completed, and therefore the hardware was not available for testing. The model considers only the design improvements in the course of the design. The model has been also slightly modified to allow the initial average failure rate of the product, before any design modifications took place, to be a real number. In this model, the number of design modifications, taken by conscious decision, replace failure occurrences.

Design improvements are made in such a manner that those potential design flaws that are the highest contributors to the product unreliability are addressed first, ensuring the applicability of the power law model. Here, there is no risk of whether a test is appropriately designed to actually allow appearance of the failures with high probability of occurrence or the highest failure rate. In the model, the contributors are analytically evaluated, and the design is improved accordingly and at a relatively constant pace. Thus, the model continuity is assured, meaning that the discrete improvements of a product reliability are planned as a continuous model.

If the initial product reliability for the predetermined product operational time T is estimated to be $R_0(T)$, then the initial average failure rate corresponding to the time T is calculated to be:

$$\lambda_{a0} = -\frac{\ln[R_0(T)]}{T}$$

Assuming that the power law applies, and with modification such as to allow the product failure rate to be equal to the initial failure rate when no design improvements are achieved, failure rate of the design at any time during the design period is

$$\lambda_a(t) = \lambda_{a0} \times [1 + d(t)]^{-\alpha_D}, \text{ or}$$

$$\lambda_a(t) = \lambda_{a0} \times \left(1 + D \times \frac{t}{t_D}\right)^{-\alpha_D}$$

In the above equations, $d(t)$ is the number of design modifications at any time during the design period. With a linear approximation, the number of design modifications as a function of time is

$$d(t) = D \times \frac{t}{t_D}$$

The goal product average failure rate given the product reliability goal $R_G(T)$ is:

$$\lambda_{aG} = \frac{-\ln[R_G(T)]}{T}$$

During the design period, continuous improvement of product reliability as a function of time t (the reliability growth model)(from 0 to t_D) can be written as:

$$R(t) = \exp(-\lambda(t) \times T)$$

With the further derivations and substitutions, the reliability growth model for the design phase $0 < t < t_D$, becomes

$$R(t) = R_0(T) \left[\frac{t_D + t \times \left(\frac{\ln[R_G(T)]}{\ln[R_0(T)]} \right)^{\frac{1}{\alpha_D}} - t}{t_D} \right]^{-\alpha_D}$$

B.4 Modified Bayesian IBM-Rosner model for planning reliability growth in the design phase

This modification of the IBM-Rosner reliability growth was initially motivated by the analysis of test data [8] and [6]. The version presented in this annex is adapted for supporting planning decisions during the product design phase.

The model is based on a Bayesian approach that combines a prior distribution for the number of design weaknesses in the new product design with empirical data for the reliability of similar product designs to produce a posterior distribution for estimating the reliability of the new product design.

Like the IBM-Rosner model [9], this model assumes that a fixed number of weaknesses or potential faults are inherent in the product design and that, within the period between design modifications, the rate at which failures occur are constant. It is further assumed that modifications to the design to remove weaknesses are perfect.

In this model the inherent failure rate of the product design is, in addition, decomposed into the systematic and non-systematic (or residual or noise) failures. This allows the reliability growth profile to be modified as the systematic failure rate changes when design

modifications are implemented, while always taking into account the impact of noise failures on the estimated reliability at a given time.

The non-systematic failures are assumed to occur at a constant rate (λ_{NS}) and can be estimated using data from similar product designs or using engineering judgement.

The systematic failures are assessed through a combination of expert judgement concerning design weaknesses and failure rates associated with fault classes from engineering experience.

To assess the effect of systematic failures on the reliability of the product design, all potential design weaknesses (D) should be identified and may be allocated to one of K fault classes, as appropriate. The probability of each design weakness within each fault class resulting in failure during the specified life of the product should be estimated using, for example, engineering judgement. Procedures for identifying design weaknesses and estimating their probability of resulting in failure using engineering judgement may be required. See, for example, [7].

The expected number of design weaknesses in fault class k (η_k) likely to result in failure if the design is not modified can be calculated using

$$\eta_k = \sum_{j=1}^{D_k} p_{kj}$$

where D_k is the total number of design weaknesses expected in fault class k and p_{kj} is the probability of the j -th design weakness in fault class k . This calculation is based on the assumption that the number of design weaknesses for each fault class is a Poisson random variable.

Systematic failure rates are also required for each fault class. These may be estimated using empirical or generic data on relevant existing product designs.

Given that the input data have been specified, the (posterior) estimator of the reliability of the initial product design can be found. This is the product of the reliability of the non-systematic failures and the reliability of the systematic failures. The rate of the former is the product of the (prior) distribution for the number of design weaknesses and the (empirical) data for the systematic failures. Thus, the reliability of the initial product design can be written as

$$R_I(T) = \exp \left\{ - \left[\lambda_{NS} T + \sum_{k=1}^K \eta_k (1 - e^{-\lambda_k T}) \right] \right\}$$

Given that modifications will be implemented to remove design weaknesses, the reliability of the product design will grow. Therefore, to take into account the rate of reliability growth (α_D), the reliability of the modified product design at time T is given by

$$R(T) = \exp \left\{ - \left[\lambda_{NS} T + \sum_{k=1}^K \eta_k e^{-\alpha_D T} (1 - e^{-\lambda_k T}) \right] \right\}$$

To estimate the rate of growth of the goal reliability, replace ($R_G(T)$) and the specified time of the design period (t_D) with $R(T)$ and the time index T on the growth rate (α_D), respectively, in the previous equation. Rearranging gives

$$\alpha_D = \frac{\ln \left[\frac{\sum_{k=1}^K \eta_k (1 - e^{-\lambda_k T})}{-\ln[R_G(T)] - \lambda_{NS} T} \right]}{t_D}$$

If a growth rate has been specified or estimated, then similarly an estimate of the expected time to reach the goal reliability is given by

$$t_G = \frac{\ln \left[\frac{\sum_{k=1}^K \eta_k (1 - e^{-\lambda_k T})}{-\ln[R_G(T)] - \lambda_{NS} T} \right]}{\alpha_D}$$

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61164:2004

Bibliography

- [1] CROW, L.H., 1974, "Reliability Analysis for Complex Repairable Systems". *Reliability and Biometry*, ed. F. Proschan and R.J. Serfling, pp. 379-410. Philadelphia, PA: SIAM.
 - [2] JEWELL, W.A. (1984) General framework for learning curve reliability growth models, *Operations Research*, 32, 547-558
 - [3] JEWELL, W. (1985) Bayesian Extensions to a Basic Model of Software Reliability, *IEEE Trans. on Software Engineering*, 11, 1465-1471
 - [4] XIE, M (1993) Software Reliability Models – a Selected Annotated Bibliography, *Software Testing, Verification and Reliability*, Vol. 3, 3-28
 - [5] KRASICH, Milena (1999) "Analysis Approach to Reliability Improvement". Proceedings of the Annual Technical Meeting of the Institute of Environmental Sciences and Technology, pp. 180-188. Ontario, CA
 - [6] QUIGLEY, J.L. and WALLS, L.A., (2003) Robust Estimation Procedures for Order Statistic Reliability Growth Models, *IEEE Transactions in Reliability*
 - [7] WALLS, L. and QUIGLEY, J. (2001) *Building Prior Distributions to Support Bayesian Reliability Growth Modelling Using Expert Judgement*, *Reliability Engineering and System Safety*, 74, 117-128
 - [8] QUIGLEY, J. and WALLS L.A. (1999) Measuring the Effectiveness of Reliability Growth Testing, *Quality and Reliability Engineering International*, 15, 87-93
 - [9] MIL-HDBK-189, Reliability Growth Management, 13 February 1981
 - [10] FRIES, A. and SEN, A. "A Survey of Discrete Reliability Growth Models," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 45, No. 4, December 1996, pp. 582-604.
 - [11] DUANE, J.T. (1964) "Learning Curve Approach to Reliability Monitoring". *IEEE Transactions on Aerospace* 2: pp. 563-566.
 - [12] CROW, L.H., 1983, "Reliability Growth Projection From Delayed Fixes". *Proceedings of the 1983 Annual Reliability and Maintainability Symposium*, pp. 84-89, Orlando, FL.
-

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS	58
INTRODUCTION	60
1 Domaine d'application	61
2 Références normatives	61
3 Termes et définitions	61
4 Symboles	62
5 Modèles de croissance de la fiabilité en phase de conception et en essai	66
6 Modèles de croissance de la fiabilité utilisés pour les systèmes/produits en phase de conception	68
6.1 Modèle de loi exponentielle modifié pour la planification de la croissance de la fiabilité en phase de conception du produit	68
6.2 Modèle IBM-Rosner bayésien modifié pour la planification de la croissance de la fiabilité en phase de conception	71
7 Planification du suivi de croissance de la fiabilité dans les essais de croissance de la fiabilité	73
7.1 Modèles de croissance de la fiabilité continus	73
7.2 Modèle de croissance de la fiabilité discret	75
8 Utilisation du modèle de loi exponentielle dans la planification des programmes d'essai d'amélioration de la fiabilité	78
9 Test et procédures d'estimation statistiques pour le modèle de loi exponentielle continu	78
9.1 Généralités	78
9.2 Tests de croissance et estimation des paramètres	79
9.3 Tests d'adéquation	83
9.4 Intervalles de confiance du paramètre de forme	85
9.5 Intervalles de confiance pour le MTBF courant	87
9.6 Technique d'extrapolation	88
Annexe A (informative) Exemples de planification et de modèles analytiques utilisés en phase de conception et d'essai de développement du produit	92
Annexe B (informative) Modèle de loi exponentielle pour la croissance de la fiabilité – Informations générales	106
Bibliographie	111
Figure 1 – Planification de l'amélioration du taux de défaillance moyen ou de la fiabilité	67
Figure A.1 – Croissance de la fiabilité planifiée et atteinte – Exemple	95
Figure A.2 – Croissance de la fiabilité planifiée au moyen du modèle bayésien de croissance de la fiabilité	96
Figure A.3 – Diagramme de dispersion des temps d'essai prévu et observé à une défaillance, sur la base des données du Tableau A.2 avec le modèle de loi exponentielle	104
Figure A.4 – Nombre de défaillances cumulées observées et estimées/temps d'essai cumulé sur la base des données du Tableau A.2 avec le modèle de loi exponentielle	105

Tableau 1 – Catégories de modèles de croissance de la fiabilité avec références d'articles	67
Tableau 2 – Valeurs critiques pour le test d'adéquation de Cramér-von Mises à un niveau de signification de 10 %	89
Tableau 3 – Intervalles bilatéraux de confiance à 90 % pour le MTBF dans les essais de Type I	90
Tableau 4 – Intervalles bilatéraux de confiance à 90 % pour le MTBF dans les essais de Type II	91
Tableau A.1 – Calcul du modèle de planification de la croissance de la fiabilité en phase de conception	94
Tableau A.2 – Données complètes – Toutes les défaillances à prendre en compte et les temps d'essais cumulés pour l'essai de Type I	102
Tableau A.3 – Données groupées pour l'Exemple 3, déduites du Tableau A.2	102
Tableau A.4 – Données complètes pour les estimations extrapolées de l'Exemple 4 – Toutes les défaillances à prendre en compte avec des temps d'essai cumulés	102
Tableau A.5 – Différents types de défaillances de Catégorie B du Tableau A.4 avec temps de défaillance, temps de la première occurrence, nombre observé et facteurs d'efficacité	103

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 61164:2004

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

CROISSANCE DE LA FIABILITÉ – TESTS ET MÉTHODES D'ESTIMATION STATISTIQUES

AVANT-PROPOS

- 1) La Commission Electrotechnique Internationale (CEI) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de la CEI). La CEI a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, la CEI – entre autres activités – publie des Normes internationales, des Spécifications techniques, des Rapports techniques, des Spécifications accessibles au public (PAS) et des Guides (ci-après dénommés "Publication(s) de la CEI"). Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec la CEI, participent également aux travaux. La CEI collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de la CEI concernant les questions techniques représentent, dans la mesure du possible, un accord international sur les sujets étudiés, étant donné que les Comités nationaux de la CEI intéressés sont représentés dans chaque comité d'études.
- 3) Les Publications de la CEI se présentent sous la forme de recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux de la CEI. Tous les efforts raisonnables sont entrepris afin que la CEI s'assure de l'exactitude du contenu technique de ses publications; la CEI ne peut pas être tenue responsable de l'éventuelle mauvaise utilisation ou interprétation qui en est faite par un quelconque utilisateur final.
- 4) Dans le but d'encourager l'uniformité internationale, les Comités nationaux de la CEI s'engagent, dans toute la mesure possible, à appliquer de façon transparente les Publications de la CEI dans leurs publications nationales et régionales. Toutes divergences entre toutes Publications de la CEI et toutes publications nationales ou régionales correspondantes doivent être indiquées en termes clairs dans ces dernières.
- 5) La CEI elle-même ne fournit aucune attestation de conformité. Des organismes de certification indépendants fournissent des services d'évaluation de conformité et, dans certains secteurs, accèdent aux marques de conformité de la CEI. La CEI n'est responsable d'aucun des services effectués par les organismes de certification indépendants.
- 6) Tous les utilisateurs doivent s'assurer qu'ils sont en possession de la dernière édition de cette publication.
- 7) Aucune responsabilité ne doit être imputée à la CEI, à ses administrateurs, employés, auxiliaires ou mandataires, y compris ses experts particuliers et les membres de ses comités d'études et des Comités nationaux de la CEI, pour tout préjudice causé en cas de dommages corporels et matériels, ou de tout autre dommage de quelque nature que ce soit, directe ou indirecte, ou pour supporter les coûts (y compris les frais de justice) et les dépenses découlant de la publication ou de l'utilisation de cette Publication de la CEI ou de toute autre Publication de la CEI, ou au crédit qui lui est accordé.
- 8) L'attention est attirée sur les références normatives citées dans cette publication. L'utilisation de publications référencées est obligatoire pour une application correcte de la présente publication.
- 9) L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments de la présente Publication de la CEI peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. La CEI ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et de ne pas avoir signalé leur existence.

La Norme internationale CEI 61164 a été établie par le comité d'études 56 de la CEI: Sûreté de fonctionnement.

Cette deuxième édition annule et remplace la première édition publiée en 1995, dont elle constitue une révision technique.

Les principales modifications par rapport à l'édition précédente sont énumérées ci-dessous:

- ajout de deux modèles statistiques de planification et de suivi de la croissance de la fiabilité en phase de conception du produit;
- méthodes statistiques pour le programme relatif à la croissance de la fiabilité en phase de conception de la CEI 61014;
- ajout du modèle discret de croissance de la fiabilité pour la phase d'essai;
- ajout du nombre fixe de modèles de panne pour la phase d'essai;

- clarification des symboles utilisés pour les différents modèles;
- ajout d'exemples concrets pour la plupart des modèles statistiques;
- correction numérique des tableaux dans l'exemple de test de croissance de la fiabilité.

Il convient d'utiliser cette norme conjointement avec la CEI 61014.

La présente version bilingue (2012-03) correspond à la version anglaise monolingue publiée en 2004-03.

Le texte anglais de cette norme est issu des documents 56/920/FDIS et 56/939/RVD.

Le rapport de vote 56/939/RVD donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette norme.

La version française de cette norme n'a pas été soumise au vote.

Cette publication a été rédigée selon les Directives de l'ISO/CEI, Partie 2.

Le comité a décidé que le contenu de cette publication ne sera pas modifié avant 2011. A cette date, la publication sera

- reconduite;
- supprimée;
- remplacée par une édition révisée, ou
- amendée.

IMPORTANT – Le logo "colour inside" qui se trouve sur la page de couverture de cette publication indique qu'elle contient des couleurs qui sont considérées comme utiles à une bonne compréhension de son contenu. Les utilisateurs devraient, par conséquent, imprimer cette publication en utilisant une imprimante couleur.

INTRODUCTION

La présente Norme internationale décrit le modèle de loi exponentielle pour la croissance de la fiabilité, ainsi qu'un modèle d'extrapolation connexe et donne les procédures d'utilisation pas à pas de ces modèles. Il existe plusieurs modèles de croissance et celui de la loi exponentielle est l'un des plus utilisés. La présente norme donne des procédures d'estimation de quelques-unes ou de toutes les grandeurs évoquées dans les Articles 4, 6 et 7 de la CEI 61014.

Deux types de donnée d'entrée sont requis. Le premier type est dédié à la planification de la croissance de la fiabilité par le biais d'une analyse et d'améliorations de la conception dans la phase y afférent, en termes de durée de la dite phase, de fiabilité initiale, d'objectif de la fiabilité, et d'améliorations de la conception planifiées, ainsi que de leur importance prévue. Le second type, dédié à la croissance de la fiabilité dans la phase de validation de projet, s'applique à un ensemble de données de temps d'essai cumulés auxquels se sont produites, ou ont été observées pour un système unique, les défaillances à prendre en compte, ainsi que le temps de fin de l'essai au cas où il serait différent de celui de la dernière défaillance. On suppose que la saisie des données à fournir au modèle commence après que le système a subi tous les essais nécessaires, tels que les essais de déverminage, de telle sorte que l'intensité de défaillance initiale du produit soit stabilisée.

Les paramètres de modèles estimés à partir de résultats d'essais antérieurs peuvent être utilisés pour planifier et prévoir le déroulement de programmes futurs de croissance de la fiabilité, sous réserve que les conditions soient semblables.

Quelques-unes de ces procédures peuvent nécessiter des programmes informatiques, mais elles ne sont pas excessivement complexes. La présente norme présente des algorithmes pour lesquels il convient de concevoir facilement des programmes informatiques.

CROISSANCE DE LA FIABILITÉ – TESTS ET MÉTHODES D'ESTIMATION STATISTIQUES

1 Domaine d'application

La présente Norme internationale fournit des modèles et méthodes numériques permettant d'effectuer des estimations de la croissance de la fiabilité basées sur des données de défaillance élaborées au cours d'un programme d'amélioration de la fiabilité. Ces procédures traitent de la croissance, de l'estimation et des intervalles de confiance pour les essais de fiabilité du produit et d'adéquation.

2 Références normatives

Les documents de référence suivants sont indispensables pour l'application du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

CEI 60050-191:1990, *Vocabulaire Électrotechnique International (VEI) – Chapitre 191: Sûreté de fonctionnement et qualité de service*

CEI 60300-3-5:2001, *Gestion de la sûreté de fonctionnement – Partie 3-5: Guide d'application – Conditions des essais de fiabilité et principes des essais statistiques*

CEI 60605-4, *Essais de fiabilité des équipements – Partie 4: Méthodes statistiques de distribution exponentielle – Estimateurs ponctuels, intervalles de confiance, intervalles de prédiction et intervalles de tolérance*

CEI 60605-6, *Essais de fiabilité des équipements – Partie 6: Tests pour la validité et l'estimation du taux de défaillance constant et de l'intensité de défaillance constante*

CEI 61014:2003, *Programmes de croissance de fiabilité*

3 Termes et définitions

Pour les besoins du présent document, les termes et définitions de la CEI 60050-191 et de la CEI 61014 s'appliquent, ainsi que les suivants:

3.1

objectif de la fiabilité

niveau de fiabilité souhaité qu'il convient que le produit ait atteint au terme du programme de croissance de la fiabilité

3.2

fiabilité initiale

fiabilité estimée du produit dans les premières phases de conception avant réduction des modes de défaillance potentiels ou de leurs causes par l'amélioration de la conception

3.3

modèle de croissance de la fiabilité pour la phase de conception

modèle mathématique qui tient compte des améliorations de conception potentielles, et de leur importance afin d'exprimer d'un point de vue mathématique la croissance de la fiabilité du début à la fin pendant la période de conception

3.4

taux de défaillance moyen du produit

taux de défaillance moyen du produit calculé à partir de sa fiabilité, estimée pour une période prédéterminée

NOTE La modification de ce mode de défaillance en fonction du temps est le résultat des modifications de la conception du produit.

3.5

modification retardée

modification corrective incorporée au produit à la fin d'un essai

NOTE Une modification retardée n'est pas incorporée pendant l'essai.

3.6

facteur d'efficacité d'amélioration

fraction par laquelle l'intensité d'une défaillance systématique est réduite, par une modification corrective

3.7

essai de type I

essai terminé par le temps

test de croissance de la fiabilité terminé à un temps prédéterminé, ou essai pour lequel les données existent jusqu'à un temps ne correspondant pas à une défaillance

3.8

essai de type II

essai terminé par une défaillance

test de croissance de la fiabilité terminé après l'accumulation d'un nombre spécifié de défaillances, ou essai pour lequel les données existent jusqu'à un temps correspondant à une défaillance

4 Symboles

Pour les besoins de la présente norme, les symboles suivants s'appliquent.

a) Pour 6.1, Articles A.1 et B.3:

T	durée de vie du produit telle que la mission, la période de garantie ou le temps de fonctionnement
$R_0(T)$	fiabilité initiale du produit
λ_{a0}	taux de défaillance moyen initial du produit dans la période de conception
$d(t)$	nombre de modifications de conception intervenant à tout moment pendant la période de conception
α_D	taux de croissance de la fiabilité résultant de la réduction des pannes
D	nombre total d'améliorations de conception mises en œuvre

t_D	durée totale de la période de conception disponible pour les améliorations de conception
t	variable de temps, pendant la période de conception, entre 0 et t_D
$\lambda_a(t)$	taux de défaillance moyen du produit en fonction du temps pendant la période de conception
$\lambda_{aG}(t_D)$	taux de défaillance moyen cible à la fin de la période de conception t_D
$R_G(T)$	objectif de fiabilité du produit à atteindre pendant la période de conception
$R(t, T)$	fiabilité du produit en fonction du temps et des améliorations de conception

b) Pour 6.2, Articles A.2 et B.4:

$R_G(T)$	objectif de fiabilité du produit à atteindre pendant la période de conception
t_D	durée totale de la période de conception
α_D	taux de croissance de la fiabilité pendant la période de conception
λ_{NS}	taux de défaillances non systématiques (ou résiduelles)
D	nombre total d'améliorations de conception prévues ou mises en œuvre dans la période de conception afin de répondre aux faiblesses constatées
K	nombre total de classes distinctes de panne
j, k, i	indicateurs à usage général
p_{kj}	probabilité de j -ème lacune de conception dans la classe de panne k générant une défaillance pendant la durée de vie spécifiée du produit
η_k	nombre prévu des lacunes de conception dans la classe de panne k générant une défaillance pendant la durée de vie spécifiée du produit
D_k	nombre total d'améliorations de conception prévues ou mises en œuvre dans la période de conception afin de répondre aux pannes constatées dans la classe de panne k
λ_k	taux de défaillance de lacunes de conception catégorisées dans la classe de panne k
$R_i(T)$	fiabilité initiale au temps T
$R(T)$	fiabilité du produit en fonction de T
t_G	temps prévu pour atteindre l'objectif de fiabilité

c) Pour 7.1.1, 7.1.2, Articles 9, A.4, B.1, et B.2:

D	nombre total de modifications de conception effectuées pendant la période de conception du produit afin de réduire les pannes identifiées
t_D	durée totale de la période de conception disponible pour les améliorations de conception potentielles
t	variable de temps (pendant la période de conception $0 \leq t \leq t_D$)
$d(t)$	nombre de modifications de conception à tout moment donné t pendant la période de conception comprise entre 0 et t_D
α_D	taux de croissance de la fiabilité pendant la période de conception
λ_{a0}	taux de défaillance moyen initial d'un produit dans la période de conception
$\lambda_a(t)$	taux de défaillance moyen du produit en fonction du temps pendant la période de conception (0 à t_D)
$R_0(T)$	fiabilité initiale du produit calculée pour un temps T (mission ou autre temps prédéterminé)
$R_G(T)$	objectif de fiabilité du produit à atteindre grâce à l'amélioration de la conception, calcul pour un temps prédéterminé
$R(t)$	augmentation de la fiabilité du produit en fonction du temps et des améliorations de conception
λ_{aG}	taux de défaillance moyen cible
T	temps prédéterminé au cours de la durée de vie d'un produit (mission, garantie, durée de vie)
λ	paramètre d'échelle du modèle de loi exponentielle
β	paramètre de forme du modèle de loi exponentielle
CV	valeur critique pour un test d'hypothèse
d	nombre d'intervalles pour l'analyse de données groupées
$\bar{E}, E_i, E_j$	moyenne et facteurs d'efficacité d'amélioration individuels
I	nombre de types différents de défaillances de catégorie B observés
i, j	indices à usage général
K_A	nombre de défaillances de catégorie A
K_B	nombre de défaillances de catégorie B
K_i	nombre de défaillances observées de i -ème type de catégorie B; $K_B = \sum_{i=1}^{\ell} K_i$
M	paramètre du test (statistique) de Cramér-von Mises
N	nombre de défaillances à prendre en compte
N_i	nombre de défaillances à prendre en compte dans l' i -ème intervalle
$N(T)$	nombre cumulé de défaillances jusqu'au temps d'essai T
$E[N(T)]$	espérance mathématique du nombre cumulé de défaillances jusqu'au temps d'essai T
$t(i-1); t(i)$	points extrêmes de l' i -ème intervalle de temps d'essai pour l'analyse de données groupées
T	temps d'essai cumulé courant à prendre en compte

T_i	temps d'essai cumulé à prendre en compte au moment de la i -ème défaillance
T_N	temps d'essai cumulé total à prendre en compte pour un essai de type II
T^*	temps d'essai cumulé total à prendre en compte pour un essai de type I
$\chi^2_\gamma(\nu)$	γ fractile de la distribution du χ^2 avec ν degrés de liberté
z	symbole général pour l'intensité de défaillance
u_γ	γ fractile de la loi normale réduite
z_p	intensité de défaillance extrapolée
$z(T)$	intensité de défaillance courante à l'instant T (temps d'essai à prendre en compte)
$\theta(T)$	temps moyen instantané courant entre défaillances
θ_p	temps moyen entre défaillances extrapolé
p_j	probabilité de succès à l'étape i de modification du produit dans la phase de conception décrite dans le modèle de croissance de la fiabilité discret de Barlow, Proschan et Scheuer
$N(t)$	nombre de pannes de type non aléatoire restant à l'instant $t > 0$ dans le modèle de croissance de la fiabilité continu IBM/Rosner
g	fraction de mise au point d'un produit/équipement telle que donnée dans le modèle de croissance de la fiabilité IBM/Rosner
E	temps d'exposition d'un individu
λ_{NS}	taux de défaillances non systématiques (ou résiduelles)
λ_S	taux de défaillances systématiques
μ_k	taux de défaillance de la classe k -ème de défaillance
D_k	nombre de lacunes de conception potentielles dans la classe de défaillance k
$p_{k,j}$	probabilité que la j -ème lacune de conception potentielle associée à la classe de défaillance k génère une défaillance
t_E	temps prévu de la phase de conception pour atteindre la fiabilité cible, $R_G(T)$
t_D	durée de la phase de conception
$R_1(T)$	fiabilité initiale au temps T
α	paramètre de représentation du taux de croissance prévu
λ_k	nombre prévu de lacunes de conception associées à la classe de défaillance k qui génèrent une défaillance
K_2	proportion de pannes systématiques (non aléatoires) intervenant dans la phase de conception du produit au début de l'essai
K_1	nombre de pannes intervenant dans la phase de conception du produit au début de l'essai
q	fraction de pannes supprimées par mise au point dans le test de croissance de la fiabilité
$q(T)$	fraction de pannes d'origine supprimées par l'instant t
t_q	temps prévu de suppression de la fraction q de pannes systématiques en essai
$\theta(T)$	temps cumulé entre les défaillances

d) Symboles utilisés dans le modèle de croissance de la fiabilité discret, 7.2:

R_i	fiabilité, ou probabilité de succès, de la i -ème configuration
$f_i = 1 - R_i$	non fiabilité, ou probabilité de défaillance, de la i -ème configuration
k	nombre de phases et de configurations
n_i	nombre d'épreuves pour la phase i
m_i	nombre de défaillances pour la phase i
$t_i = \sum_{j=1}^i n_j$	nombre cumulé d'épreuves pour la phase i
$N(t_i)$	nombre cumulé de défaillances jusqu'à l'épreuve t_i
$E[N(t_i)]$	nombre cumulé prévu de défaillances jusqu'à l'épreuve t_i
λ, β	paramètres d'échelle et de forme pour les modèles de loi exponentielle et discrets

5 Modèles de croissance de la fiabilité en phase de conception et en essai

Les principes de base relatifs à la croissance de la fiabilité d'un produit sont identiques en phase de conception et en essai. Ce caractère identique est dû au fait que ces principes incluent tant l'identification que la suppression des lacunes afin d'améliorer le produit, et mesurent également cette amélioration par comparaison de la fiabilité estimée avec l'objectif de fiabilité. La différence réside dans les outils utilisés pour la conception et l'analyse d'essai, et les modèles qui permettent de mesurer la croissance de la fiabilité. La CEI 61064 fournit des recommandations sur l'établissement de programmes de croissance de la fiabilité et les outils d'analyse utilisés dans les phases de conception et d'essai. La présente norme fournit des détails concernant les modèles pouvant être utilisés pour mesurer la croissance de la fiabilité dans les différentes phases du cycle de vie du produit et pour les différents types d'individus, tels que les individus réparables ou uniques.

Les modèles mathématiques relatifs à la croissance de la fiabilité sont construits afin d'estimer la croissance atteinte et la fiabilité extrapolée. Les modèles de croissance de la fiabilité visent à soutenir la planification des programmes d'amélioration de la fiabilité par l'estimation du nombre et de l'importance des modifications au cours du processus de conception et de développement ou du temps d'essai requis pour atteindre un objectif de fiabilité spécifié.

Les modèles de croissance de la fiabilité peuvent être formulés en termes de taux de défaillance (ou intensité) ou de probabilité de survie par rapport à un temps spécifié (la fiabilité) tel qu'illustré à la Figure 1.

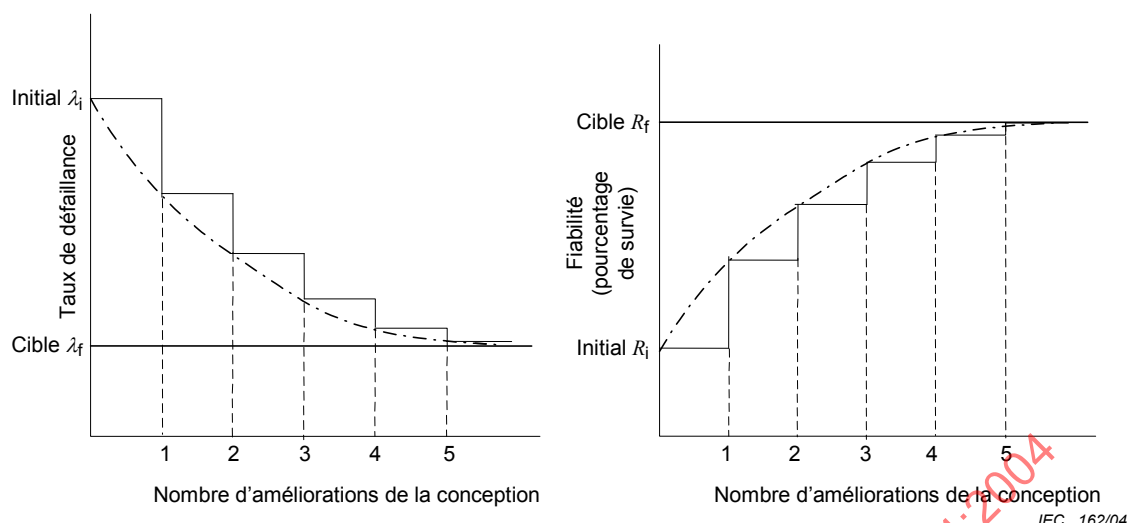


Figure 1 – Planification de l'amélioration du taux de défaillance moyen ou de la fiabilité

De nombreux modèles de croissance de la fiabilité existent dans ce cadre général. Le Tableau 1 fournit une synthèse des principales catégories. Le type de données disponibles, ainsi que la distinction entre conception et essai, influent sur le choix du modèle. La catégorie continue fait référence aux individus qui fonctionnent dans la durée, par exemple, individus réparés. La catégorie discrète fait référence aux données recueillies comme si elles étaient dédiées à la réussite/échec d'un essai, par exemple, individus uniques. Les procédures utilisées pour estimer la croissance de la fiabilité sont classées comme étant des procédures classiques ou bayésiennes. Les premières procédures utilisent les seules données observées, tandis que les dernières utilisent à la fois les données empiriques issues de la conception et des essais, et les connaissances techniques, par exemple, concernant le nombre prévu de modes de défaillance considérés.

Tableau 1 – Catégories de modèles de croissance de la fiabilité avec références d'articles

Type de modèle			Temps	
			Continu (temps)	Discret (nombre d'épreuves)
	Conception	Classique	6.1	–
		Bayésienne	6.2	–
	Essai	Classique	7.1	7.2
		Bayésien	–	–

De nombreux modèles de fiabilité ont été développés pour l'analyse des données d'essai. La présente norme définit l'un des modèles de croissance les plus courants, à savoir la loi exponentielle (également connue sous l'appellation AMSAA ou modèle Crow), tant sous sa forme continue que discrète. Ce modèle est une généralisation du modèle de croissance de la fiabilité Duane issu du modèle Crow [1]¹. Des variantes bayésiennes de ces modèles existent mais ne sont pas présentées ici. Un examen de la diversité des modèles de croissance de la fiabilité disponibles pour l'analyse des données d'essai figure dans Jewell [2, 3] et Xie [4].

Un nombre réduit de rapports documentés de modèles de croissance de la fiabilité est utilisé en phase de conception. Un modèle de planification de la croissance de la fiabilité qui est une modification de la loi exponentielle destinée à être utilisée en conception et une variante

¹ Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie.

bayésienne du modèle IBM-Rosner adapté pour la conception, ont par conséquent été mis en place. Ils ne sont toutefois donnés que pour les produits à temps de fonctionnement continu.

En général, le choix d'un modèle de croissance de la fiabilité implique un compromis entre simplicité et réalisme. Il convient d'effectuer un choix selon les critères susmentionnés tels que l'étape du cycle de vie et le type de données, ainsi que par l'évaluation de la validité des hypothèses qui soutiennent un modèle spécifique pour le contexte auquel il doit être appliqué. De plus amples détails concernant les hypothèses pour les modèles décrits dans la présente norme sont donnés dans les Articles 6 et 7. Noter qu'il convient de ne pas considérer les modèles de fiabilité de la croissance comme infaillibles, ni de les appliquer sans discrétion, mais en revanche de les utiliser comme outils statistiques qui visent à faciliter tout jugement technique.

6 Modèles de croissance de la fiabilité utilisés pour les systèmes/produits en phase de conception

6.1 Modèle de loi exponentielle modifié pour la planification de la croissance de la fiabilité en phase de conception du produit

6.1.1 Généralités

La procédure statistique relative au modèle de loi exponentielle modifié pour la croissance de la fiabilité planifiée dans la phase de conception du produit concerne la mise en œuvre nécessaire des améliorations de la fiabilité de conception par la réduction d'un mode de défaillance, ou par la réduction de sa probabilité d'occurrence, et le temps entre le début de la conception et cette amélioration.

Ce modèle est utilisé à des fins de planification (et non à des fins d'analyse des données), pour estimer le nombre ou l'importance des améliorations dans la phase de conception d'origine, afin d'accroître sa fiabilité par rapport à celle évaluée à l'origine par référence à sa valeur cible. L'hypothèse d'une loi exponentielle pour ce modèle est justifiée par le fait que les premières améliorations sont celles qui contribuent le plus à l'amélioration de la fiabilité, c'est-à-dire que les modes de défaillance ayant la plus grande probabilité d'occurrence sont traités en premier lieu, suivis d'améliorations contribuant de moins en moins à la fiabilité. Les valeurs de fiabilité réelles atteintes en phase de conception sont ensuite tracées par rapport au temps de conception, lorsqu'elles ont été atteintes et comparées avec le modèle. Ce modèle est ainsi utilisé pour planifier les stratégies nécessaires pour l'amélioration de la fiabilité pendant la période disponible, depuis la révision de conception initiale jusqu'à achèvement et finalisation de ladite conception à des fins de production.

6.1.2 Modèle de planification pour la croissance de la fiabilité pendant la période de conception du produit

Le modèle Krasich de planification de la croissance de la fiabilité [5] est déduit comme suit. Un exemple de ce modèle, ainsi que la feuille de calcul électronique utilisée pour le déterminer et le tracer facilement, compte tenu de l'objectif initial et de fiabilité d'un produit, sont donnés à l'Annexe A.

Lorsque la fiabilité initiale d'un produit relative à la durée de vie opérationnelle prédéterminée T de ce dernier a été estimée par une analyse ou par un essai comme étant égale à $R_0(T)$, alors, en supposant le caractère constant de son taux de défaillance moyen, le taux de défaillance moyen initial de ce produit correspondant au temps T est le suivant:

$$\lambda_{a0} = - \frac{\ln[R_0(T)]}{T} \quad (1)$$

L'hypothèse de l'applicabilité de la loi exponentielle est justifiée par le fait que les pannes dont on constate qu'elles contribuent fortement à la non fiabilité sont traitées en premier lieu,

et suite à une modification de la conception (réduction des pannes), le taux de défaillance du produit est amélioré de façon continue avec une fonction $d(t)$. Le taux de défaillance de la conception du produit à tout moment pendant la période de conception est le suivant:

$$\lambda_a(t) = \lambda_{a0} \cdot [1 + d(t)]^{-\alpha_D} \quad (2)$$

où

$d(t)$ est le nombre de modifications de conception intervenant à tout moment pendant la période de conception;

α_D est le taux de croissance de la fiabilité résultant de la réduction des pannes;

D est le nombre total d'améliorations de conception mises en œuvre;

t_D est la durée totale de la période de conception disponible pour les améliorations de conception.

Une approximation linéaire permet une distribution linéaire du nombre de modifications de conception en fonction du temps pendant la période de conception:

$$d(t) = D \cdot \frac{t}{t_D} \quad (3)$$

Le taux de défaillance moyen en fonction du temps devient alors:

$$\lambda_a(t) = \lambda_{a0} \cdot \left(1 + D \cdot \frac{t}{t_D}\right)^{-\alpha_D} \quad (4)$$

Lorsque le taux de défaillance moyen cible du produit, compte tenu de l'objectif de fiabilité de ce même produit, est exprimé sous la forme $R_G(T)$, le calcul approché du taux de défaillance moyen cible à la fin de la période de conception t_D , est alors le suivant:

$$\lambda_{aG}(t_D) = \frac{-\ln[R_G(T)]}{T} \quad (5)$$

Conjointement:

$$\begin{aligned} \lambda_{aG}(t_D) &= \lambda_{a0} \cdot \left(1 + D \cdot \frac{t_D}{t_D}\right)^{-\alpha_D} = \lambda_{a0} \cdot (1 + D)^{-\alpha_D} \\ \lambda_{aG}(t_D) &= -\frac{\ln[R_0(T)]}{T} \cdot (1 + D)^{-\alpha_D} \end{aligned} \quad (6)$$

Remplacer $\lambda_{aG}(t_D)$ par l'expression contenant l'objectif de fiabilité et résoudre D

$$D = e^{\frac{-\ln\left(\frac{\ln R_G(T)}{\ln R_0(T)}\right)}{\alpha_D}} - 1 \quad (7)$$

La résolution de la même équation pour le taux de croissance, exprimé en fonction des modifications de conception et de l'objectif initial et de fiabilité, donne:

$$\alpha_D = \frac{\ln\left(\frac{\ln[R_0(T)]}{\ln[R_G(T)]}\right)}{\ln(1+D)} \quad (8)$$

Pendant la période de conception, l'amélioration continue de la fiabilité du produit que l'on doit obtenir au temps T en fonction du temps t (modèle de croissance de la fiabilité dans la période comprise entre 0 et t_D) peut s'écrire sous la forme:

$$R(t,T) = \exp(-\lambda_a(t) \cdot T) \quad (9)$$

En remplaçant l'expression relative au taux de défaillance moyen, le modèle Krasich de croissance de la fiabilité pour la phase de conception $0 < t < t_D$, est déduit comme suit:

$$R(t,T) = \exp\left(-\lambda_{a0} \cdot \left(1 + D \cdot \frac{t}{t_D}\right)^{-\alpha_D} \cdot T\right) \quad (10)$$

$$R(t,T) = \exp\left(\frac{\ln[R_0(T)]}{T} \cdot \left(1 + D \cdot \frac{t}{t_D}\right)^{-\alpha_D} \cdot T\right) \quad (11)$$

Dans l'équation ci-dessus, l'expression de D en termes de l'objectif initial et de fiabilité, la croissance de la fiabilité en fonction du temps dans la période de conception, disponible pour l'amélioration de la conception, devient:

$$R(t,T) = R_0(T) \left[\frac{\left[\left(\frac{\ln[R_G(T)]}{\ln[R_0(T)]} \right)^{-\frac{1}{\alpha_D}} - t \right]}{t_D} \right]^{-\alpha_D} \quad (12)$$

6.1.3 Suivi de la croissance de la fiabilité atteinte

Le suivi de la croissance de la fiabilité atteinte correspond à un simple recalcul de la fiabilité évaluée du produit au moment de l'amélioration de la conception afin de tenir compte des modifications. La valeur de fiabilité calculée pour la même durée de vie prédéterminée ou période de mission est tracée simplement sur la même courbe avec le modèle de croissance de la fiabilité pour la durée de conception correspondante.

On peut alors ajuster les entrées résultantes du graphique au moyen d'une droite de meilleur ajustement (puissance), ou les valeurs du graphique peuvent être simplement reliées aux droites, la fiabilité atteinte résultante étant ensuite comparée au modèle de croissance de la fiabilité.

L'analyse par arbre de panne associée à un logiciel du commerce permet une évaluation et un suivi facile et rapide de l'amélioration de la fiabilité, dans la mesure où la fiabilité du produit est calculée automatiquement sur la base des modifications.

Après achèvement de la conception du produit, et avec l'introduction de la phase de validation de ce dernier, le test de croissance de la fiabilité planifié peut contribuer davantage à la fiabilité du produit ou ne pas couvrir les modes de défaillance dont les évaluations analytiques n'ont pas tenu compte. L'évaluation de la fiabilité finale de la conception achevée peut ensuite valoir objectif de fiabilité des essais de croissance de la fiabilité.

Un exemple de déduction pratique et d'application du modèle de croissance de planification pour l'amélioration de la fiabilité en phase de conception est illustré en A.1.1. Cet exemple concret décrit une méthode progressive de construction et d'utilisation du modèle.

6.2 Modèle IBM-Rosner bayésien modifié pour la planification de la croissance de la fiabilité en phase de conception

6.2.1 Généralités

Un modèle est présenté pour décrire la croissance de la fiabilité pendant la phase de conception d'un individu réparable, préparé par Quigley et Walls [6] à [8], et est basé sur une adaptation bayésienne du modèle IBM-Rosner [9] développé pour l'analyse des données d'essai. Ce modèle est décrit en 7.1.2.

Il est supposé qu'une conception a été développée à un niveau de détail suffisant pour fournir une estimation initiale de la fiabilité. On suppose également la spécification de l'objectif de fiabilité. Les modifications apportées à la conception sont effectuées dans une optique d'amélioration de la fiabilité jusqu'à la réalisation de l'objectif. Le modèle a pour objectif de déterminer les synchronisations potentielles des modifications de conception.

Ce modèle pose comme hypothèse que la revue et les réévaluations de conception génèrent des modifications visant à l'amélioration de la fiabilité et à l'atteinte de l'objectif. Le taux de croissance mesuré par un déplacement de la fiabilité initiale vers l'objectif de fiabilité est fonction de l'élimination des aspects de la conception participant à des défaillances systématiques. L'utilisation du modèle considéré suppose que la première phase de refonte comporte des améliorations importantes de la fiabilité, par comparaison avec des phases ultérieures de refonte.

Le modèle peut être utilisé de deux manières différentes:

- a) prévoir la durée requise pour atteindre l'objectif de fiabilité par une prévision de la fiabilité de la conception – cela suppose une quantification effective du taux de croissance prévu; ou
- b) estimer le taux de croissance requis pour atteindre l'objectif de fiabilité à partir de l'estimation initiale pendant une période de conception spécifiée – cela suppose une durée fixe de la phase de conception.

Les détails relatifs à la formulation mathématique du modèle sont donnés à l'Annexe B.

6.2.2 Exigences concernant les données

Des données sont requises concernant l'objectif de fiabilité ($R_G(T)$) et soit la durée de la phase de conception (t_D) soit le taux de croissance prévu en phase de conception (a_D) selon l'objet de l'application du modèle.

Il convient de spécifier le taux des défaillances non systématiques (λ_{NS}). Ce taux peut être estimé à partir des données historiques pour des conceptions de produit similaires dans des environnements nominale ment identiques.

Il convient d'identifier toutes les améliorations de conception potentielles afin d'atténuer les lacunes potentielles D , ces améliorations peuvent par ailleurs être allouées à l'une des classes de panne K le cas échéant.

Il convient d'estimer la probabilité de chaque lacune de conception dans chaque classe de panne générant une défaillance pendant la durée de vie spécifiée du produit. Ceci peut être fondé sur un jugement technique. La probabilité relative à la j -ème lacune de conception dans la classe de panne k est donnée par p_{kj} .

Le nombre prévu de lacunes de conception dans la classe de panne k (η_k) générant une défaillance si aucune modification n'est apportée à la conception du produit, peut être calculé comme suit

$$\eta_k = \sum_{j=1}^{D_k} p_{kj} \quad (13)$$

où D_k est le nombre total de lacunes de conception prévues dans la classe de panne k .

Le taux de défaillance pour chaque classe de panne est requis. Ces éléments peuvent être estimés à partir des données historiques pour des conceptions de produit similaires dans des environnements nominalement identiques. Le taux de défaillance pour la classe de panne k est donné par λ_k .

6.2.3 Estimations de la croissance de la fiabilité et paramètres associés

Le présent paragraphe spécifie des équations de calcul des paramètres clés du modèle de croissance de la fiabilité.

La fiabilité initiale de la conception au temps T est calculée par

$$R_i(T) = \exp \left\{ - \left[\lambda_{NS} T + \sum_{k=1}^K \eta_k (1 - e^{-\lambda_k T}) \right] \right\} \quad (14)$$

La croissance de la fiabilité de la conception au temps T est calculée par

$$R(T) = \exp \left\{ - \left[\lambda_{NS} T + \sum_{k=1}^K \eta_k e^{-\alpha_D T} (1 - e^{-\lambda_k T}) \right] \right\} \quad (15)$$

Lorsqu'un taux de croissance doit être estimé, le taux de croissance prévu requis pour atteindre l'objectif de fiabilité, compte tenu de l'objectif de fiabilité et de la durée spécifiée de la période de conception, est alors donné par

$$\alpha_D = \frac{\ln \left[\frac{\sum_{k=1}^K \eta_k (1 - e^{-\lambda_k T})}{-\ln[R_G(T)] - \lambda_{NS} T} \right]}{t_D} \quad (16)$$

Lorsqu'un taux de croissance a été spécifié, une estimation du temps prévu pour atteindre l'objectif de fiabilité est donnée par

$$t_G = \frac{\ln \left[\frac{\sum_{k=1}^K \eta_k (1 - e^{-\lambda_k T})}{-\ln[R_G(T)] - \lambda_{NS} T} \right]}{\alpha_D} \quad (17)$$

6.2.4 Suivi de la croissance de la fiabilité pendant la phase de conception

Le suivi de la croissance de la fiabilité avec ce modèle IBM-Rosner bayésien modifié est identique à celui décrit en 6.1.3.

7 Planification du suivi de croissance de la fiabilité dans les essais de croissance de la fiabilité

7.1 Modèles de croissance de la fiabilité continus

7.1.1 Modèle de loi exponentielle

Les procédures statistiques pour le modèle de loi exponentielle pour la croissance de la fiabilité utilisent les données originales pertinentes issues de l'essai concernant les défaillances et les données temporelles. Sauf dans le cas de la technique d'extrapolation (voir 9.6), le modèle s'applique à l'ensemble complet de défaillances à prendre en compte (comme dans la courbe 3 des Figures 2 et 4 de la CEI 61014), sans les sous-diviser en catégories.

Les équations de base pour le modèle de loi exponentielle sont données dans le présent paragraphe. Des informations générales sur ce modèle sont données dans l'Annexe B.

L'espérance mathématique du nombre cumulé de défaillances jusqu'au temps d'essai T est donnée par:

$$E[N(T)] = \lambda T^\beta, \text{ with } \lambda > 0, \beta > 0, T > 0 \quad (18)$$

où

λ est le paramètre d'échelle;

β est le paramètre de forme (fonction de l'efficacité générale des améliorations; $0 < \beta < 1$, correspond à une croissance de la fiabilité; $\beta = 1$ correspond à l'absence de croissance de la fiabilité; $\beta > 1$ correspond à une croissance négative de la fiabilité).

L'intensité de défaillance courante, après T h d'essai, est donnée par:

$$z(T) = \frac{d}{dT} E[N(T)] = \lambda \beta T^{\beta-1}, \text{ with } T > 0 \quad (19)$$

Ainsi, les deux paramètres λ et β ont une influence sur l'intensité de défaillance atteinte dans un temps donné. L'équation représente effectivement la pente d'une tangente à la courbe $N(T)$ par rapport à la courbe T au temps T tel qu'illustré à la Figure 9 de la CEI 61014.

Le temps moyen entre défaillances courant après T h d'essai est donné par:

$$\theta(T) = \frac{1}{z(T)} \quad (20)$$

Les paragraphes 9.1 et 9.2 donnent des méthodes pour obtenir l'estimation de vraisemblance maximale des paramètres λ et β . Le paragraphe 9.3 donne des tests d'adéquation pour le modèle et 9.4 et 9.5 présentent des procédures pour les intervalles de confiance. Une extension du modèle pour les extrapolations de la croissance de la fiabilité est donnée en 9.6.

Ce modèle a les caractéristiques particulières suivantes:

- Il est simple à évaluer.
- Lorsque les paramètres ont été estimés par des programmes précédents, il constitue un outil pratique pour la planification de futurs programmes utilisant des conditions d'essai semblables et une égale efficacité d'amélioration (voir l'Article 7 et la CEI 61014, 6.4.1 à 6.4.7).
- Le modèle implique, de façon irréaliste, que $z(T) = \infty$, lorsque $T = 0$ et que la croissance peut se poursuivre sans fin, c'est-à-dire que $z(T)$ tend vers zéro lorsque T tend vers l'infini. Cependant, ces limites n'affectent généralement pas son utilisation pratique.
- Il est relativement lent et insensible dans son indication de la croissance, immédiatement après une modification corrective et, par conséquent, il peut donner une estimation faible (c'est-à-dire pessimiste) du $\theta(T)$ final, à moins d'utiliser une extrapolation (voir 9.6).
- La méthode d'évaluation normale suppose que les temps observés correspondent exactement aux temps de défaillance, mais une autre approche est possible pour des groupes de défaillances à l'intérieur d'une période de temps connue (voir 9.2.2).

7.1.2 Nombre fixe du modèle de panne

Ce modèle, également connu comme modèle IBM/Rosner [9], pose l'hypothèse suivante:

- des défaillances aléatoires (fonction d'intensité constante) se produisent à un taux z ; et
- le produit présente un nombre fixe, mais inconnu, de défauts de conception, fabrication et exécution non aléatoires au début des essais.

La limite inhérente au modèle s'exprime par l'hypothèse selon laquelle le facteur d'efficacité relatif à la réduction des pannes est égal à un.

Le taux de modification de $N(T)$, par rapport au temps, est proportionnel au nombre de pannes non aléatoires restant au temps T :

$$\begin{aligned} \frac{dN(T)}{dT} &= -K_2 \cdot N(T) \\ \text{thus :} & \\ N(T) &= e^{-K_2 \cdot T + c} \end{aligned} \quad (21)$$

Si le nombre de pannes à $T = 0$ est K_1 , alors:

$$N(T) = K_1 \cdot e^{-K_2 \cdot T} \quad (22)$$

avec l'hypothèse suivante

$$T > 0, K_1, K_2 > 0$$

Si $E[N(T)]$ doit être l'espérance mathématique du nombre cumulé de pannes jusqu'au temps T , alors:

$$E[N(T)] = z \cdot T + K_1 \cdot (1 - e^{-K_2 \cdot T}) \quad (23)$$

L'équation ci-dessus signifie que, par le temps T , le nombre total de pannes est égal à la somme des pannes aléatoires et non aléatoires. Ici $E[N(0)] = 0$.

Avec un temps proche de l'infini:

$$E[N(T)] \rightarrow \infty \quad (24)$$

Dans la mesure où le modèle est non-linéaire, l'estimation de λ , K_1 , et K_2 doit être réalisée par des méthodes itératives.

Le modèle permet de prévoir l'instant de mise au point par " q " fraction du produit (fraction des pannes non aléatoires d'origine supprimées, avec $0 < q < 1$).

Le nombre de pannes non aléatoires supprimées par le temps t est:

$$N(0) - N(t) = K_1 - K_1 \cdot e^{-K_2 \cdot T} \quad (25)$$

La fraction de pannes d'origine supprimées par le temps t est ainsi la suivante:

$$q(T) = \frac{K_1 - K_1 \cdot e^{-K_2 \cdot T}}{K_1} = 1 - e^{-K_2 \cdot T} \quad (26)$$

Ainsi, avec K_2 estimée égale à $(\hat{K}_2)$, le temps nécessaire à la suppression d'une fraction q de pannes non aléatoires est le suivant:

$$t_q = -\frac{\ln(1-q)}{\hat{K}_2} \quad (27)$$

La détermination du nombre de pannes non aléatoires restant au temps t est la suivante:

$$K_1 \cdot e^{-\hat{K}_2 \cdot T}$$

La variable dépendante, comme dans les autres modèles continus, est le temps moyen entre défaillances cumulé $Y(t)$, où:

$$\theta(T) = \frac{t}{\text{Nombre total de défaillance en } (0, t)} \quad (28)$$

7.2 Modèle de croissance de la fiabilité discret

7.2.1 Description du modèle

Ce modèle, développé par L. Crow [1], est la version discrète du modèle de loi exponentielle pour la croissance de la fiabilité.

Les données de ce modèle discret comprennent des séquences d'occurrences dichotomiques de succès ou de défaillances à partir d'essais successifs d'un produit. L'essai d'un produit s'effectue par la réalisation d'épreuves à phases successives, des actions correctives étant appliquées après chaque phase. Chaque épreuve génère un succès ou une défaillance. La configuration du système demeure fixe au cours de chaque phase d'essai, de sorte que chaque épreuve d'une même phase présente une même probabilité de succès ou de défaillance. Des actions correctives sont appliquées afin d'améliorer la fiabilité du produit sur la base des informations obtenues à partir des défaillances observées au cours de chaque phase d'essai. A la fin de chaque phase, ces mesures correctives sont introduites dans la configuration suivante. Cette configuration mise à jour est soumise à essai dans la phase suivante, qui consiste en un nombre fixe d'épreuves. Ce modèle discret est applicable à des systèmes à un fonctionnement unique, tels que les missiles.

Cette situation applicable aux données discrètes est identique au cas des données groupées relatif au modèle de loi exponentielle avec des données et un temps d'essai continu. Les données sont groupées dans les deux cas. Dans le cas du modèle discret, les données comprennent un nombre défini d'épreuves dans chaque groupe ou phase, outre le nombre d'épreuves dans chaque phase générant une défaillance. Dans le cas du modèle continu, les données comprennent le temps d'essai dans chaque groupe et le nombre de défaillances observées.

Une caractéristique importante du modèle discret réside dans le fait qu'il comporte le même schéma de croissance et la même caractéristique de courbe d'acquisition que le modèle de loi exponentielle pour les données continues.

On suppose une modification de la configuration du système en k phases et le caractère constant de la fiabilité pendant chaque phase d'essai. A la phase i , la fiabilité de la i -ème configuration est R_i , $i = 1, \dots, k$, et $R_1 > 0$. Les essais consistent en des épreuves, et chaque épreuve pendant la phase i a la même probabilité R_i de succès. Ce modèle fournit des estimations de vraisemblance maximale $\hat{R}_i$ de la fiabilité pour chaque configuration, $i = 1, \dots, k$. L'estimation de la fiabilité de la configuration finale soumise à essai est $\hat{R}_k$. En l'absence de modifications supplémentaires apportées au produit, l'estimation $\hat{R}_k$ représente alors la fiabilité finale issue des essais et des actions correctives.

Il existe k phases ordonnées, la phase 1 étant la première et la phase k étant la dernière phase. Pour la phase i , les données comprennent n_i défaillances dans n_i épreuves, i , où $i = 1, \dots, k$.

Soit $t_i = \sum_{j=1}^i n_j$ le nombre cumulé d'épreuves dans la phase i . A la fin de la i -ème phase, les données comprennent une séquence de t_i épreuves dichotomiques qui représentent le succès ou la défaillance des essais successifs du produit.

Pendant la i -ème phase, la fiabilité R_i est maintenue constante. C'est-à-dire que pour chaque épreuve au cours de la i -ème phase d'essais, la probabilité de succès est R_i et la probabilité de défaillance est

$$f_i = 1 - R_i \quad (29)$$

Avec ce modèle, la probabilité de défaillance pour la configuration i est donnée par

$$f_i = \frac{\lambda t_i^\beta - \lambda t_{i-1}^\beta}{n_i} \quad (30)$$

où

$t_0 = 0$, $n_i = t_i - t_{i-1}$ et $\lambda > 0, \beta > 0$ sont des paramètres;

λ est un paramètre d'échelle;

β est le paramètre de forme.

Soit $N(t_i)$ le nombre cumulé de défaillances observées au cours de l'épreuve t_i , et soit $E[N(t_i)]$ l'espérance mathématique du nombre cumulé de défaillances observées au cours de l'épreuve t_i .

Alors, avec ce modèle discret,

$$E[N(t_i)] = \sum_{j=1}^i n_j f_j = \lambda t_i^\beta \quad (31)$$

Il s'agit de la même caractéristique de croissance de la fiabilité présentée par le modèle de loi exponentielle pour les données continues.

7.2.2 Estimation

Ces méthodes sont adaptées lorsque les essais consistent en des épreuves discrètes réalisées sur k étapes successives. Les actions correctives destinées à améliorer la fiabilité sont intégrées à la fin des phases, et aboutissent à une amélioration de la fiabilité de la configuration suivante. A la phase i , la fiabilité de la i -ème configuration est R_i , $i = 1, \dots, k$.

Les données comportent le nombre d'épreuves n_i pour chaque configuration et le nombre correspondant de défaillances m_i , $i = 1, \dots, k$. Il est recommandé que $m_1 > 0$.

La fiabilité R_i est la suivante

$$R_i = 1 - f_i \quad (32)$$

$$\text{où } f_i = \frac{\lambda t_i^\beta - \lambda t_{i-1}^\beta}{n_i}, \quad \lambda > 0, \beta > 0$$

Les estimations de vraisemblance maximale des paramètres λ et β sont des valeurs qui satisfont

$$\sum_{i=1}^K [H_i] \times [S_i] = 0 \quad (33)$$

$$\sum_{i=1}^K [U_i] \times [S_i] = 0 \quad (34)$$

où

$$H_i = \left[t_i^{\hat{\beta}} \ln(t_i) - t_{i-1}^{\hat{\beta}} \ln(t_{i-1}) \right] \quad (35)$$

$$U_i = \left[t_i^{\hat{\beta}} - t_{i-1}^{\hat{\beta}} \right] \quad (36)$$

$$S_i = \left[\frac{m_i}{\hat{\lambda}_i^{\hat{\beta}} - \hat{\lambda}_{i-1}^{\hat{\beta}}} - \frac{n_i - m_i}{n_i - \hat{\lambda}_i^{\hat{\beta}} + \hat{\lambda}_{i-1}^{\hat{\beta}}} \right] \quad (37)$$

Pour les estimations de vraisemblance maximale $\hat{\lambda}$ et $\hat{\beta}$, les estimations de la probabilité de défaillance et de la fiabilité pour la i -ème configuration sont données par

$$\hat{f}_i = \frac{\hat{\lambda}_i^{\hat{\beta}} - \hat{\lambda}_{i-1}^{\hat{\beta}}}{n_i} \quad (38)$$

et $\hat{R}_i = 1 - \hat{f}_i$, respectivement, $i = 1, \dots, k$.

La fiabilité de la configuration du système pendant la dernière phase, k , est estimée par $\hat{R}_k$.

8 Utilisation du modèle de loi exponentielle dans la planification des programmes d'essai d'amélioration de la fiabilité

Deux grandeurs doivent être calculées au moyen de modèles de croissance de la fiabilité en tant que données à introduire dans la procédure décrite en 6.4.2.3 et 6.4.4 de la CEI 61014:

- le temps cumulé d'essai à prendre en compte prévu, exprimé en heures, qui est nécessaire pour atteindre les objectifs du programme;
- le nombre de défaillances à prendre en compte auquel on s'attend pendant cette période.

Le temps cumulé d'essai à prendre en compte prévu est alors transformé en temps calendaire du temps d'essai planifié par semaine ou par mois, en tenant compte du temps total d'indisponibilité prévu (voir ci-après) et d'autres facteurs, et le nombre de défaillances correspondant est augmenté par jugement pour considérer des défaillances à ne pas prendre en compte et utilisé afin de prévoir le temps total d'indisponibilité.

Les données à introduire dans le modèle pour ces calculs seront les paramètres supposés du modèle provenant d'un ou plusieurs programmes précédents et jugés valables pour une application future en raison de la similitude des entités en essai, de l'environnement d'essai, des procédures de gestion et d'autres influences significatives.

9 Test et procédures d'estimation statistiques pour le modèle de loi exponentielle continu

9.1 Généralités

Les procédures décrites en 9.2 utilisent les données de défaillance du produit pendant un programme d'essais pour estimer l'évolution de la croissance de la fiabilité et, en particulier, la fiabilité du produit final à la fin de l'essai. La croissance de la fiabilité évaluée résulte des modifications correctives appliquées au produit pendant l'essai. Les procédures présentées en 9.2.1 supposent que le temps d'essai cumulé jusqu'à chacune des défaillances correspondantes est connu. Le paragraphe 9.2.2 considère la situation dans laquelle les temps de défaillance réels sont inconnus et les défaillances sont groupées en intervalles de temps d'essai.

Les essais de type I, terminés au temps T^* , ne correspondant pas à une défaillance, et ceux de type II, terminés au temps T_N , correspondant à une défaillance, utilisent des formules légèrement différentes, comme indiqué en 9.2.1.

Un test d'adéquation approprié, tel que décrit en 9.3, doit être effectué après les procédures de test de croissance de 9.2.1 et 9.2.2.

Le paragraphe 9.6 considère la situation dans laquelle les modifications correctives sont incorporées au produit à la fin de l'essai comme modifications retardées. La technique d'extrapolation permet l'estimation de la fiabilité du produit résultant de ces modifications correctives.

9.2 Tests de croissance et estimation des paramètres

9.2.1 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

Cette méthode s'applique uniquement lorsque le temps de défaillance a été consigné pour chaque défaillance.

Étape 1: Exclure les défaillances à ne pas prendre en compte référencées en 6.4.5 de la CEI 61014 et/ou toute autre documentation appropriée.

Étape 2: Rassembler dans un fichier de données les temps d'essai cumulés à prendre en compte (définis en 7.4 de la CEI 60300-3-5) auxquels ont eu lieu chacune des défaillances à prendre en compte. Pour les essais de type I, noter aussi le temps d'arrêt de l'essai.

Étape 3: Calculer la statistique d'essai

$$U = \frac{\sum_{i=1}^N T_i - N \frac{T^*}{2}}{T^* \sqrt{\frac{N}{12}}} \quad [\text{type I}] \quad (39)$$

ou

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} T_i - (N-1) \frac{T_N}{2}}{T_N \sqrt{\frac{N-1}{12}}} \quad [\text{type II}] \quad (40)$$

où

N est le nombre total de défaillances à prendre en compte;

T^* est le temps d'essai cumulé total à prendre en compte pour un essai de type I;

T_N est le temps d'essai cumulé total à prendre en compte pour un essai de type II;

T_i est le temps d'essai cumulé à prendre en compte au moment de la i -ème défaillance.

Si on admet l'hypothèse d'une croissance nulle (c'est-à-dire que les temps de défaillance suivent un processus de Poisson homogène), la statistique U est distribuée approximativement comme variable aléatoire normale réduite, de moyenne 0 et d'écart-type 1. La statistique U peut être utilisée pour vérifier par essai s'il y a une preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, indépendamment du modèle de croissance de la fiabilité.

Les valeurs critiques d'un test bilatéral de croissance positive ou négative au niveau de signification α sont $u_{1-\alpha/2}$ et $-u_{1-\alpha/2}$, où $u_{1-\alpha/2}$ est le fractile $(1-\alpha/2) \cdot 100\%$ de la loi normale réduite. Si:

$$U < -u_{1-\alpha/2} \text{ ou } U > u_{1-\alpha/2} \quad (41)$$

alors il y a preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative respectivement, et l'analyse se poursuit par l'étape 4.

Si, toutefois,

$$-u_{1-\alpha/2} < U < u_{1-\alpha/2} \quad (42)$$

alors il n'y a pas de preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, au niveau de signification α et l'analyse de la croissance est terminée. Dans ce cas, l'hypothèse de temps exponentiels entre défaillances successives (ou un processus de Poisson homogène) est admise au niveau de signification α . Les valeurs critiques $u_{1-\alpha/2}$ and $-u_{1-\alpha/2}$ correspondent à un test unilatéral de croissance positive ou négative, respectivement, au niveau de signification $\alpha/2$.

Au niveau de signification de 0,20, les valeurs critiques pour un test bilatéral sont 1,28 et -1,28. La valeur critique 1,28 correspond à un test unilatéral de croissance positive au niveau de signification de 10 %. Pour d'autres niveaux de signification, choisir les valeurs critiques appropriées dans une table des fractiles de la loi normale réduite.

Étape 4: Calculer la somme:

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \ln(T^*/T_i) \quad [\text{type I}] \quad (43)$$

ou

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \ln(T_N/T_i) \quad [\text{type II}] \quad (44)$$

Étape 5: Calculer l'estimation (non biaisée) du paramètre β par la formule:

$$\hat{\beta} = \frac{N-1}{S_1} \quad [\text{type I}] \quad (45)$$

ou

$$\hat{\beta} = \frac{N-2}{S_1} \quad [\text{type II}] \quad (46)$$

Étape 6: Calculer l'estimation du paramètre λ par la formule:

$$\hat{\lambda} = N/(T^*)^{\hat{\beta}} \quad [\text{type I}] \quad (47)$$

ou

$$\hat{\lambda} = N/(T_N)^{\hat{\beta}} \quad [\text{type II}] \quad (48)$$

Étape 7: Calculer l'intensité de défaillance estimée $\hat{z}(T)$ et le temps moyen entre défaillances $\hat{\theta}(T)$, pour tout temps d'essai $T > 0$, par les formules:

$$\hat{z}(T) = \hat{\lambda} \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1} \quad (49)$$

$$\hat{\theta}(T) = 1/\hat{z}(T) \quad (50)$$

NOTE 1 $\hat{z}(T)$ et $\hat{\theta}(T)$ sont les estimations de l'intensité de défaillance et du MTBF "courants" au temps $T > 0$ pour T , appartenant à la plage représentée par les données. Des estimations "extrapolées" pour un temps futur T pendant le programme d'essai, ou au temps prévu pour son achèvement, peuvent être obtenues de manière similaire, mais utilisées avec les précautions d'usage associées à l'extrapolation. Il convient de ne pas étendre des estimations extrapolées au-delà du temps prévu pour l'achèvement de l'essai.

NOTE 2 Si le programme d'essai est terminé, alors $\hat{\theta}(T)$, pour $T = T^*$ ou $T = T_N$ (selon le cas), correspond à des estimations du MTBF de la configuration du système en essai à la fin du programme d'essai.

9.2.2 Cas 2 – Données temporelles pour des groupes de défaillance à prendre en compte

Cette méthode alternative est utilisée lorsque l'ensemble de données comprend des intervalles de temps connus, chacun contenant un nombre de défaillances connu. Il est important de noter que les longueurs de ces intervalles, ainsi que le nombre des défaillances par intervalle n'ont pas besoin d'être constants.

La période d'essai s'étend sur l'intervalle $(0; T)$ et est divisée en d intervalles correspondant aux instants $0 < t(1) < t(2) < \dots < t(d)$. Le i -ème intervalle est la période de temps comprise entre $t(i-1)$ et $t(i)$, $i = 1, 2, \dots, d$, $t(0) = 0$, $t(d) = T$. Les instants de division $t(i)$ peuvent prendre toute valeur comprise entre 0 et T .

Étape 1: Exclure les défaillances à ne pas prendre en compte référencées en 6.4.5 de la CEI 61014 et/ou toute autre documentation appropriée.

Étape 2: Rassembler dans un ensemble de données le nombre de défaillances à prendre en compte N_i consignées dans le i -ème intervalle $(t(i-1); t(i))$, $i = 1, \dots, d$.

Le nombre total de défaillances à prendre en compte est

$$N = \sum_{i=1}^d N_i \quad (51)$$

Pour chacun des intervalles, $\rho_i N$ ne doit pas être inférieur à 5 (si nécessaire, il convient de combiner des intervalles adjacents avant ce test) où:

$$\rho_i = \frac{t(i) - t(i-1)}{t(d)} \quad (52)$$

Étape 3: Pour les d intervalles (après combinaison si nécessaire) et leurs défaillances correspondantes N_i , calculer la statistique

$$X^2 = \sum_{i=1}^d \frac{(N_i - \rho_i N)^2}{\rho_i N} \quad (53)$$

Si on admet l'hypothèse d'une croissance nulle (c'est-à-dire que les temps de défaillance suivent un processus de Poisson homogène), la statistique X^2 est distribuée approximativement comme une variable aléatoire χ^2 avec $d-1$ degrés de liberté. La statistique X^2 peut être utilisée pour tester s'il existe une preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, indépendamment du modèle de croissance de la fiabilité.

La valeur critique d'un test bilatéral pour une croissance positive ou négative, au niveau de signification α , est

$$CV = \chi^2_{1-\alpha}(d-1) \quad (54)$$

Si $X^2 \geq CV$, alors il y a preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, et l'analyse se poursuit par l'étape 4.

Si $X^2 < CV$, alors il n'y a pas de preuve de croissance de la fiabilité, positive ou négative, au niveau de signification α et l'analyse de la croissance est terminée. Dans ce cas, l'hypothèse de temps exponentiels entre défaillances successives (ou un processus de Poisson homogène) est admise au niveau de signification α .

Des valeurs critiques $\chi^2_{1-\alpha}(d-1)$ pour plusieurs niveaux de signification α et plusieurs degrés de liberté ($d-1$), peuvent être obtenues dans les tables de la distribution χ^2 , par exemple dans les CEI 60605-4 et CEI 60605-6.

Étape 4: Pour l'ensemble de données d'origine constitué dans l'étape 2, calculer l'estimation de vraisemblance maximale du paramètre de forme β . L'estimation de vraisemblance maximale de β est la valeur $\hat{\beta}$, qui satisfait l'équation suivante:

$$\sum_{i=1}^d N_i \left[\frac{t(i)^{\hat{\beta}} \ln t(i) - t(i-1)^{\hat{\beta}} \ln t(i-1)}{t(i)^{\hat{\beta}} - t(i-1)^{\hat{\beta}}} - \ln t(d) \right] = 0 \quad (55)$$

Noter que $t(0)=0$ et également que $t(0) \cdot \ln(0)=0$. Tous les termes $t(\cdot)$ peuvent être normalisés par rapport à $t(d)$ et le terme final $\ln t(d)$ disparaît alors. Une méthode itérative doit être utilisée pour résoudre la valeur de $\hat{\beta}$ avec cette équation.

Étape 5: Calculer l'estimation du paramètre λ par la formule

$$\hat{\lambda} = N/t(d)^{\hat{\beta}} \quad (56)$$

Étape 6: Calculer l'intensité de défaillance estimée $\hat{z}(T)$ et le temps moyen entre défaillances $\hat{\theta}(T)$, pour tout temps d'essai $T > 0$, par les formules:

$$\hat{z}(T) = \hat{\lambda} \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1} \quad (57)$$

$$\hat{\theta}(T) = 1/\hat{z}(T) \quad (58)$$

NOTE 1 $\hat{z}(T)$ et $\hat{\theta}(T)$ sont les estimations de l'intensité de défaillance et du MTBF "courants" au temps $T > 0$, pour T , appartenant à la plage représentée par les données. Des estimations "extrapolées" pour un temps futur T

pendant la phase d'essai ou jusqu'au temps attendu pour son achèvement peuvent être obtenues de manière similaire, mais utilisées avec les précautions d'usage associées à l'extrapolation. Il convient de ne pas étendre des estimations extrapolées au-delà du temps prévu pour l'achèvement de l'essai.

NOTE 2 Si le programme d'essai est terminé, alors $\hat{\theta}(T)$ pour $T = t(d)$, correspond à des estimations du MTBF de la configuration du système en essai à la fin de la phase d'essai.

9.3 Tests d'adéquation

9.3.1 Généralités

Si les temps de chaque défaillance sont disponibles, utiliser la méthode du cas 1, sinon utiliser la méthode du cas 2.

9.3.2 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

La méthode d'estimation incluse dans 9.2.1 doit être utilisée en premier lieu pour estimer le paramètre de forme β . La statistique de Cramér-von Mises est alors donnée par l'expression suivante:

$$C^2(M) = \frac{1}{12M} + \sum_{i=1}^M \left[\left(\frac{T_i}{T} \right)^{\hat{\beta}} - \frac{2i-1}{2M} \right]^2 \quad (59)$$

où

$M = N$ et $T = T^*$ pour les essais de type I;

$M = N - 1$ et $T = T_N$ pour les essais de type II;

$T_1 < T_2 < \dots < T_M$.

Le Tableau 2 donne des valeurs critiques pour cette statistique au niveau de signification de 10 %. Si la statistique $C^2(M)$ dépasse la valeur critique correspondant à M du tableau, l'hypothèse selon laquelle le modèle de loi exponentielle décrit de façon adéquate les données doit être refusée. Autrement, le modèle doit être accepté.

Lorsque les temps de défaillance sont connus, la procédure graphique décrite ci-après peut être utilisée pour obtenir davantage d'informations concernant l'adéquation entre le modèle et les données.

Pour la procédure graphique, une estimation du temps prévu jusqu'à la j -ième défaillance, $E[T_j]$, est représentée en fonction du temps d'essai observé jusqu'à la j -ième défaillance, T_j . Selon l'Annexe B, $E[T_j]$ peut être estimé par la formule:

$$\hat{E}[T_j] = \left(\frac{j}{\hat{\lambda}} \right)^{1/\hat{\beta}}, \text{ with } j = 1, \dots, N \quad (60)$$

Les espérances mathématiques des temps de défaillance, $\left(\frac{j}{\hat{\lambda}} \right)^{1/\hat{\beta}}$, sont alors représentées en fonction des temps de défaillance observés, T_j , avec des échelles linéaires identiques, comme dans l'exemple de la Figure A.3. L'accord visuel entre ces points et une droite à 45° passant par l'origine est une mesure subjective de l'applicabilité du modèle.

9.3.3 Cas 2 – Données temporelles pour des groupes de défaillance à prendre en compte

Cet essai est adéquat uniquement lorsque $\hat{\beta}$ a été estimé en utilisant des données groupées, comme en 9.2.2. L'espérance mathématique du nombre de défaillances dans l'intervalle de temps $(t(i-1); t(i))$ est calculée de manière approchée par:

$$e_i = \hat{\lambda} \left[t(i)^{\hat{\beta}} - t(i-1)^{\hat{\beta}} \right] \quad (61)$$

Pour chaque intervalle, e_i ne doit pas être inférieur à 5 et il convient, si nécessaire, de combiner des intervalles adjacents avant l'essai. Pour d intervalles (après combinaison si nécessaire) et avec N_i le même qu'en 9.2.2, calculer la statistique:

$$X^2 = \sum_{i=1}^d \frac{(N_i - e_i)^2}{e_i} \quad (62)$$

Les valeurs critiques de cette statistique, pour $d-2$ degrés de liberté, peuvent être trouvées dans les tables de la distribution χ^2 , par exemple dans les CEI 60605-4 et CEI 60605-6. Si la valeur critique au niveau de signification de 10 % est dépassée, alors l'hypothèse selon laquelle le modèle de loi exponentielle décrit de façon adéquate les données groupées doit être refusée.

Lorsque l'ensemble de données comprend des intervalles de temps connus, chacun contenant un nombre connu de défaillances, la procédure graphique décrite ci-après peut être utilisée pour obtenir des informations complémentaires sur l'adéquation entre le modèle et les données.

Pour chaque point final d'un intervalle $t(i)$, le nombre de défaillances observées entre 0 et $t(i)$ est

$$N(t(i)) = \sum_{j=1}^i N_j \quad (63)$$

L'espérance mathématique du nombre de défaillances $E[N(t(i))]$ est estimée par

$$\hat{E}[N(t(i))] = \hat{\lambda} t(i)^{\hat{\beta}} \quad (64)$$

Ceci donne

$$\frac{\hat{E}[N(t(i))]}{t(i)} = \hat{\lambda} t(i)^{\hat{\beta}-1} \quad (65)$$

La procédure graphique consiste à représenter

$$\ln \left\{ \frac{N(t(i))}{t(i)} \right\}, i = 1, \dots, d \quad (66)$$

ainsi que la droite:

$$\ln \hat{\lambda} + (\hat{\beta} - 1) \ln T, T > 0 \quad (67)$$

comme dans l'exemple de la Figure A.4. Voir l'Annexe B pour la relation entre $\ln \hat{\lambda}$ et δ et $(\hat{\beta} - 1)$ et $-\alpha$.

Pour $\hat{\beta} < 1$, cette droite est décroissante. L'accord visuel entre ces points et cette droite est une mesure subjective de l'applicabilité du modèle.

9.4 Intervalles de confiance du paramètre de forme

9.4.1 Généralités

Le paramètre de forme β dans le modèle de loi exponentielle pour la croissance de la fiabilité détermine si le modèle met en évidence une croissance ainsi que son degré. Si $0 < \beta < 1$, il y a croissance de la fiabilité positive; si $\beta = 1$, il n'y a pas de croissance de la fiabilité et si $\beta > 1$, il y a croissance négative de la fiabilité.

Pour un intervalle de confiance bilatéral de β , lorsque les temps individuels de défaillance sont disponibles, utiliser la méthode du cas 1. Pour des temps de défaillance groupés, utiliser la méthode du cas 2.

9.4.2 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

Étape 1: Calculer $\hat{\beta}$ à partir de l'étape 5 en 9.2.1.

Étape 2:

a) Essai de type I

Pour un intervalle de confiance bilatéral à 90 % pour β , calculer

$$D_L = \frac{\chi_{0,05}^2(2N)}{2(N-1)} \quad (68)$$

$$D_U = \frac{\chi_{0,95}^2(2N)}{2(N-1)} \quad (69)$$

Les fractiles figurent dans les tables de la distribution χ^2 , par exemple, dans les CEI 60605-4 et CEI 60605-6.

La limite inférieure de confiance pour β est

$$\beta_{LB} = D_L \cdot \hat{\beta} \quad (70)$$

La limite supérieure de confiance pour β est

$$\beta_{UB} = D_U \cdot \hat{\beta} \quad (71)$$

Les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour β sont β_{LB} et β_{UB} , respectivement.

b) Essai de type II

Pour un intervalle de confiance bilatéral à 90 % pour β , calculer

$$D_L = \frac{\chi_{0,05}^2(2(N-1))}{2(N-2)} \quad (72)$$

$$D_U = \frac{\chi_{0,95}^2(2(N-1))}{2(N-2)} \quad (73)$$

La limite inférieure de confiance pour β est

$$\beta_{LB} = D_L \cdot \hat{\beta} \quad (74)$$

La limite supérieure de confiance pour β est

$$\beta_{UB} = D_U \cdot \hat{\beta} \quad (75)$$

Les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour β sont β_{LB} et β_{UB} , respectivement.

9.4.3 Cas 2 – Données temporelles pour des groupes de défaillance à prendre en compte

Ces procédures pour les intervalles de confiance sont adéquates lorsque $\hat{\beta}$ a été estimé à partir de données groupées, comme en 9.2.2.

Étape 1: Calculer $\hat{\beta}$ tel que décrit en 9.2.2, étape 4.

Étape 2: Calculer

$$P(i) = \frac{t(i)}{t(d)}, \text{ with } i = 1, 2, \dots, d \quad (76)$$

Étape 3: Calculer l'expression

$$A = \sum_{i=1}^d \frac{\left[P(i)^{\hat{\beta}} \ln P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \ln P(i-1)^{\hat{\beta}} \right]^2}{\left[P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \right]} \quad (77)$$

Étape 4: Calculer

$$C = \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (78)$$

Étape 5: Pour un intervalle de confiance approché bilatéral à 90 % pour β , calculer

$$S = \frac{(1,64) \cdot C}{\sqrt{N}} \quad (79)$$

où N est le nombre total de défaillances.

Étape 6: La limite inférieure de confiance pour β est

$$\beta_{LB} = \hat{\beta}(1 - S) \quad (80)$$

La limite supérieure de confiance pour β est

$$\beta_{UB} = \hat{\beta}(1 + S) \quad (81)$$

Les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour β sont β_{LB} et β_{UB} , respectivement.

9.5 Intervalles de confiance pour le MTBF courant

9.5.1 Généralités

Dans l'étape 7, 9.2.1, et dans l'étape 6, 9.2.2, $\hat{\theta}(T)$ est une estimation du MTBF courant, $\theta(T)$. Pour des intervalles de confiance de $\hat{\theta}(T)$, lorsque les temps individuels de défaillance sont disponibles, utiliser la méthode du cas 1. Pour des temps de défaillance groupés, utiliser la méthode du cas 2.

9.5.2 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte

Étape 1: Calculer $\hat{\theta}(T)$ à partir de 9.2.1, étape 7.

Étape 2: Pour un intervalle de confiance bilatéral à 90 %, se reporter au Tableau 3, type I ou au Tableau 4, type II et identifier les valeurs de L et U correspondant à la taille de l'échantillon appropriée N .

Étape 3: La limite inférieure de confiance pour $\theta(T)$ est

$$\theta_{LB} = L \cdot \hat{\theta}(T) \quad (82)$$

La limite supérieure de confiance pour $\theta(T)$ est

$$\theta_{UB} = U \cdot \hat{\theta}(T) \quad (83)$$

Les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour $\theta(T)$ sont θ_{LB} et θ_{UB} , respectivement.

9.5.3 Cas 2 – Données temporelles pour des groupes de défaillance à prendre en compte

Ces procédures pour les intervalles de confiance sont adéquates lorsque $\hat{\beta}$ a été estimé à partir de données groupées, comme en 9.2.2.

Étape 1: Calculer $\hat{\beta}$ tel que décrit en 9.2.2, et calculer $\hat{\theta}(T)$ tel que décrit en 9.2.1, étape 7.

Étape 2: Calculer

$$P(i) = \frac{T(i)}{T(d)}, \text{ with } i = 1, 2, \dots, d \quad (84)$$

Étape 3: Calculer l'expression

$$A = \sum_{i=1}^d \frac{\left(P(i)^{\hat{\beta}} \ln P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \ln P(i-1)^{\hat{\beta}} \right)^2}{\left(P(i)^{\hat{\beta}} - P(i-1)^{\hat{\beta}} \right)} \quad (85)$$

Étape 4: Calculer

$$D = \sqrt{\frac{1}{A} + 1} \quad (86)$$

Étape 5: Pour un intervalle de confiance approché bilatéral à 90 % pour $\theta(T)$, calculer

$$S = \frac{(1,64) \cdot D}{\sqrt{N}} \quad (87)$$

où N est le nombre total de défaillances.

Étape 6: La limite inférieure de confiance pour $\theta(T)$ est

$$\theta_{LB} = \hat{\theta}(T)(1 - S) \quad (88)$$

La limite supérieure de confiance pour $\theta(T)$ est

$$\theta_{UB} = \hat{\theta}(T)(1 + S) \quad (89)$$

Les limites inférieure et supérieure unilatérales à 95 % pour $\theta(T)$ sont θ_{LB} et θ_{UB} , respectivement.

9.6 Technique d'extrapolation

La technique suivante est adéquate lorsque les modifications correctives ont été incorporées au produit à la fin de l'essai en tant que modifications retardées. L'objectif est d'estimer la fiabilité du produit résultant de ces modifications correctives.

Étape 1: Séparer les défaillances de Catégorie A et de Catégorie B (voir la CEI 61014:2003, définitions 3.14 et 3.15).

Étape 2: Identifier le temps de la première occurrence de chaque type différent de défaillance de Catégorie B, comme un ensemble de données séparé. Soit I le nombre de ces types différents.

Étape 3: Effectuer les étapes 1 à 5 du 9.2.1 sur cet ensemble de données, pour estimer β , en utilisant $N = I$ et T^* ou T_N applicable le cas échéant à l'ensemble complet des données.

Étape 4: Affecter à chacun des I types différents de défaillances de catégorie B dans l'ensemble de données de l'étape 2, un facteur d'efficacité d'amélioration E_i , $i = 1, \dots, I$. Pour chacun des I types différents de défaillances de Catégorie B, E_i , $0 \leq E_i \leq 1$, est un jugement technique concernant la diminution de l'intensité de défaillance qui résulte d'une modification corrective identifiée (voir la définition 3.5).

A partir de ces valeurs affectées, calculer la moyenne $\bar{E}$ ou, si l'on préfère, postuler un facteur d'amélioration d'efficacité moyen (par exemple 0,7) au lieu d'affecter individuellement les E_i , $i=1, \dots, I$, comme décrit ci-dessus.

Étape 5: Estimer l'intensité de défaillance et le MTBF extrapolés:

$$z_p = \frac{1}{T} \left[K_A + \sum_{i=1}^I K_i (1 - E_i) + I \cdot \hat{\beta} \cdot \bar{E} \right] \quad (90)$$

où

K_A est le nombre de défaillances de Catégorie A;

K_i est le nombre de défaillances observées pour le i -ème type de défaillance de Catégorie B;

$T = T^*$ ou T_N , comme utilisé dans l'étape 3 ci-dessus.

Si les valeurs E_i individuelles ne sont pas affectées et si l'on ne dispose que de leur moyenne $\bar{E}$, le terme du milieu entre parenthèses devient alors:

$$K_B (1 - \bar{E}) \quad (91)$$

où K_B est le nombre de défaillances de Catégorie B.

Dans ce cas, l'intensité de défaillance extrapolée est

$$z_p = \frac{1}{T} \left[K_A + K_B (1 - \bar{E}) + I \cdot \hat{\beta} \cdot \bar{E} \right] \quad (92)$$

Le MTBF extrapolé est

$$\theta_p = 1/z_p \quad (93)$$

Tableau 2 – Valeurs critiques pour le test d'adéquation de Cramér-von Mises à un niveau de signification de 10 %

M	Valeur critique de la statistique
3	0,154
4	0,155
5	0,160
6	0,162
7	0,165
8	0,165
9	0,167
10	0,167
11	0,169
12	0,169
13	0,169
14	0,169

<i>M</i>	Valeur critique de la statistique
15	0,169
16	0,171
17	0,171
18	0,171
19	0,171
20	0,172
30	0,172
≥ 60	0,173
NOTE Pour les essais de Type I, $M = N$; pour les essais de Type II, $M = N - 1$.	

Tableau 3 – Intervalles bilatéraux de confiance à 90 % pour le MTBF dans les essais de Type I

<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>	<i>N</i>	<i>L</i>	<i>U</i>
3	0,175	6,490	21	0,570	1,738
4	0,234	4,460	22	0,578	1,714
5	0,281	3,613	23	0,586	1,692
6	0,320	3,136	24	0,593	1,641
7	0,353	2,826	25	0,600	1,653
8	0,381	2,608	26	0,606	1,635
9	0,406	2,444	27	0,612	1,619
10	0,428	2,317	28	0,618	1,604
11	0,447	2,214	29	0,623	1,590
12	0,464	2,130	30	0,629	1,576
13	0,480	2,060	35	0,652	1,520
14	0,494	1,999	40	0,672	1,477
15	0,508	1,947	45	0,689	1,443
16	0,521	1,902	50	0,703	1,414
17	0,531	1,861	60	0,726	1,369
18	0,543	1,825	70	0,745	1,336
19	0,552	1,793	80	0,759	1,311
20	0,561	1,765	100	0,783	1,273

NOTE Pour $N > 100$

$$L \doteq \frac{N-1}{N} \left(1 + u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{1}{2N}} \right)^{-2}$$

$$U \doteq \frac{N-1}{N} \left(1 - u_{0,5+\gamma/2} \sqrt{\frac{1}{2N}} \right)^{-2}$$

où $u_{0,5+\gamma/2}$ est le $100 \cdot (0,5 + \gamma/2)$ -ème fractile de la loi normale réduite.