

RAPPORT TECHNIQUE TECHNICAL REPORT

**CEI
IEC
727-2**

Première édition
First edition
1993-02

Evaluation de l'endurance électrique des systèmes d'isolation électrique

Partie 2:

Procédures d'évaluation basées sur des
distributions de valeurs extrêmes

Evaluation of electrical endurance of electrical insulation systems

Part 2:

Evaluation procedures based on
extreme-value distributions



Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 727-2: 1993

Numéros des publications

Depuis le 1^{er} janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60 000.

Publications consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles dans le Catalogue de la CEI.

Les renseignements relatifs à des questions à l'étude et des travaux en cours entrepris par le comité technique qui a établi cette publication, ainsi que la liste des publications établies, se trouvent dans les documents ci-dessous:

- «Site web» de la CEI*
- Catalogue des publications de la CEI
Publié annuellement et mis à jour régulièrement (Catalogue en ligne)*
- Bulletin de la CEI
Disponible à la fois au «site web» de la CEI* et comme périodique imprimé

Terminologie, symboles graphiques et littéraux

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 60050: *Vocabulaire Electrotechnique International* (VEI).

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera la CEI 60027: *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique*, la CEI 60417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles*, et la CEI 60617: *Symboles graphiques pour schémas*.

* Voir adresse «site web» sur la page de titre.

Numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60 000 series.

Consolidated publications

Consolidated versions of some IEC publications including amendments are available. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available in the IEC catalogue.

Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is to be found at the following IEC sources:

- IEC web site*
- Catalogue of IEC publications
Published yearly with regular updates (On-line catalogue)*
- IEC Bulletin
Available both at the IEC web site* and as a printed periodical

Terminology, graphical and letter symbols

For general terminology, readers are referred to IEC 60050: *International Electrotechnical Vocabulary* (IEV).

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications IEC 60027: *Letter symbols to be used in electrical technology*, IEC 60417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets* and IEC 60617: *Graphical symbols for diagrams*.

* See web site address on title page.

RAPPORT TECHNIQUE TECHNICAL REPORT

**CEI
IEC
727-2**

Première édition
First edition
1993-02

Evaluation de l'endurance électrique des systèmes d'isolation électrique

Partie 2:

Procédures d'évaluation basées sur des
distributions de valeurs extrêmes

Evaluation of electrical endurance of electrical insulation systems

Part 2:

Evaluation procedures based on
extreme-value distributions

© CEI 1993 Droits de reproduction réservés — Copyright — all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni
utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun pro-
cédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et
les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in
any form or by any means, electronic or mechanical,
including photocopying and microfilm, without permission
in writing from the publisher.

Bureau Central de la Commission Electrotechnique Internationale 3, rue de Varembe Genève, Suisse



Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE

W

Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue

SOMMAIRE

	Pages
AVANT-PROPOS	6
INTRODUCTION	10
Articles	
1 Domaine d'application et objet	12
2 Références normatives	12
3 Lois de probabilité	14
3.1 Lois de valeurs extrêmes	14
3.1.1 Loi de Weibull	14
3.1.2 Loi de Gumbel	18
4 Traitement des données d'essai	18
4.1 Données tronquées	18
4.2 Sélection d'une loi de probabilité	20
4.2.1 Papier gradué en probabilité Weibull	20
4.2.2 Papier gradué en probabilité Gumbel	22
4.2.3 Disponibilité du papier gradué	22
4.3 Estimation des paramètres de distribution	22
4.3.1 Estimations graphiques des paramètres	22
4.3.1.1 Estimations graphiques pour la loi de Weibull	24
4.3.1.2 Estimations graphiques pour la loi de Gumbel	24
4.3.2 Estimations calculées des paramètres	24
4.3.2.1 Estimations calculées pour la loi de Weibull	26
4.3.2.2 Estimations calculées pour la loi de Gumbel	26
4.4 Intervalles de confiance pour les paramètres	28
4.4.1 Intervalles de confiance approximatifs pour les paramètres de Weibull	28
4.4.2 Intervalles de confiance approximatifs pour les paramètres de Gumbel	30
4.5 Percentiles	32
4.5.1 Intervalles de confiance pour les percentiles	32
4.5.1.1 Intervalles de confiance pour les percentiles de Weibull	32
4.5.1.2 Intervalles de confiance pour les percentiles de Gumbel	34
5 Comparaisons	34
5.1 Tests à hypothèses rigoureuses	36
5.2 Méthode simplifiée pour comparer les percentiles	36

CONTENTS

	Page
FOREWORD	7
INTRODUCTION	11
 Clause	
1 Scope and object	13
2 Normative references	13
3 Probability distributions	15
3.1 Extreme-value distribution	15
3.1.1 Weibull distribution	15
3.1.2 Gumbel distribution	19
4 Treatment of test data	19
4.1 Censored data	19
4.2 Selection of a probability distribution	21
4.2.1 Weibull probability graph paper	21
4.2.2 Gumbel probability graph paper	23
4.2.3 Graph paper availability	23
4.3 Estimation of distribution parameters	23
4.3.1 Graphical estimation of parameters	23
4.3.1.1 Graphical estimates for the Weibull distribution	25
4.3.1.2 Graphical estimates for the Gumbel distribution	25
4.3.2 Calculated estimation of parameters	25
4.3.2.1 Calculated estimates for the Weibull distribution	27
4.3.2.2 Calculated estimates for the Gumbel distribution	27
4.4 Confidence intervals for parameters	29
4.4.1 Approximate confidence intervals for Weibull parameters	29
4.4.2 Approximate confidence intervals for Gumbel parameters	31
4.5 Percentiles	33
4.5.1 Confidence intervals for percentiles	33
4.5.1.1 Confidence intervals for Weibull percentiles	33
4.5.1.2 Confidence intervals for Gumbel percentiles	35
5 Comparisons	35
5.1 Rigorous hypotheses tests	37
5.2 Simplified method to compare percentiles	37

Articles	Pages
6 Interprétation des données d'endurance électrique	38
6.1 Choix d'un modèle de défaillance	38
6.1.1 Modèle de puissance inverse	40
6.1.2 Modèle exponentiel	40
6.2 Traitement des données d'essai	40
6.2.1 Essais sous contrainte de tension croissante	40
6.2.2 Essais sous contrainte de tension constante	42
6.3 Représentation graphique des données	42
6.4 Interprétation	42
6.5 Limitations	42
7 Méthodes d'essai et procès-verbaux	44
Annexes	
A Programme BASIC pour calculer $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$	54
B Ajustement au mieux d'une distribution de Weibull pour des données tronquées multiples	61

Clause	Page
6 Interpretation of electrical endurance data	39
6.1 Choosing a failure model	39
6.1.1 Inverse power model	41
6.1.2 Exponential model	41
6.2 Handling the test data	41
6.2.1 Progressive voltage stress tests	41
6.2.2 Constant voltage stress tests	43
6.3 Plotting the data	43
6.4 Interpretation	43
6.5 Limitations	43
7 Test procedures and reports	45
Annexes	
A BASIC program to calculate $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$	54
B Maximum likelihood fit of a Weibull distribution to multiple censored data	61

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

EVALUATION DE L'ENDURANCE ÉLECTRIQUE DES SYSTÈMES D'ISOLATION ÉLECTRIQUE

Partie 2: Procédures d'évaluation basées sur des distributions de valeurs extrêmes

AVANT-PROPOS

- 1) La CEI (Commission Electrotechnique Internationale) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de la CEI). La CEI a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, la CEI, entre autres activités, publie des Normes internationales. Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec la CEI, participent également aux travaux. La CEI collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparés par les comités d'études où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.
- 3) Ces décisions constituent des recommandations internationales publiées sous forme de normes, de rapports techniques ou de guides et agréées comme telles par les Comités nationaux.
- 4) Dans le but d'encourager l'unification internationale, les Comités nationaux de la CEI s'engagent à appliquer de façon transparente, dans toute la mesure possible, les Normes internationales de la CEI dans leurs normes nationales et régionales. Toute divergence entre la norme de la CEI et la norme nationale ou régionale correspondante doit être indiquée en termes clairs dans cette dernière.

La tâche principale des comités d'études de la CEI est d'élaborer des Normes internationales. Exceptionnellement, un comité d'études peut proposer la publication d'un rapport technique de l'un des types suivants:

- type 1, lorsque, en dépit de maints efforts, l'accord requis ne peut être réalisé en faveur de la publication d'une Norme internationale;
- type 2, lorsque le sujet en question est encore en cours de développement technique ou lorsque, pour une raison quelconque, la possibilité d'un accord pour la publication d'une Norme internationale peut être envisagée pour l'avenir mais pas dans l'immédiat;
- type 3, lorsqu'un comité d'études a réuni des données de nature différente de celles qui sont normalement publiées comme Normes internationales, cela pouvant comprendre, par exemple, des informations sur l'état de la technique.

Les rapports techniques des types 1 et 2 font l'objet d'un nouvel examen trois ans au plus tard après leur publication afin de décider éventuellement de leur transformation en Normes internationales. Les rapports techniques de type 3 ne doivent pas nécessairement être révisés avant que les données qu'ils contiennent ne soient plus jugées valables ou utiles.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**EVALUATION OF ELECTRICAL ENDURANCE OF
ELECTRICAL INSULATION SYSTEMS****Part 2: Evaluation procedures based on extreme-value distributions**

FOREWORD

- 1) The IEC (International Electrotechnical Commission) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of the IEC is to promote international cooperation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, the IEC publishes International Standards. Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. The IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by technical committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.
- 3) They have the form of recommendations for international use published in the form of standards, technical reports or guides and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 4) In order to promote international unification, IEC National Committees undertake to apply IEC International Standards transparently to the maximum extent possible in their national and regional standards. Any divergence between the IEC Standard and the corresponding national or regional standard shall be clearly indicated in the latter.

The main task of IEC technical committees is to prepare International Standards. In exceptional circumstances, a technical committee may propose the publication of a technical report of one of the following types:

- type 1, when the required support cannot be obtained for the publication of an International Standard, despite repeated efforts;
- type 2, when the subject is still under technical development or where for any other reason there is the future but not immediate possibility of an agreement on an International Standard;
- type 3, when a technical committee has collected data of a different kind from that which is normally published as an International Standard, for example "state of the art".

Technical reports of types 1 and 2 are subject to review within three years of publication to decide whether they can be transformed into International Standards. Technical reports of type 3 do not necessarily have to be reviewed until the data they provide are considered to be no longer valid or useful.

La CEI 727-2, rapport technique de type 2, a été établie par le comité d'études 63 de la CEI: Systèmes d'isolation.

Le texte de ce rapport technique est issu des documents suivants:

Règles des Six Mois	Rapport de vote
63(BC)29	63(BC)32

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de ce rapport technique.

Le présent document est publié dans la série des rapports techniques de type 2 (conformément au paragraphe G.4.2.2 de la partie 1 des Directives CEI/ISO) comme «norme prospective d'application provisoire» dans le domaine des systèmes d'isolation car il est urgent d'avoir des indications sur la meilleure façon d'utiliser les normes dans ce domaine afin de répondre à un besoin déterminé.

Ce document ne doit pas être considéré comme une «Norme internationale». Il est proposé pour une mise en oeuvre provisoire, dans le but de recueillir des informations et d'acquérir de l'expérience quant à son application dans la pratique. Il est de règle d'envoyer les observations éventuelles relatives au contenu de ce document au Bureau Central de la CEI.

Il sera procédé à un nouvel examen de ce rapport technique de type 2 trois ans au plus tard après sa publication, avec la faculté d'en prolonger la validité pendant trois autres années, de le transformer en Norme internationale ou de l'annuler.

IEC 727-2, which is a technical report of type 2, has been prepared by IEC technical committee 63: Insulation systems.

The text of this technical report is based on the following documents:

Six Months' Rule	Report on Voting
63(CO)29	63(CO)32

Full information on the voting for the approval of this technical report can be found in the report on voting indicated in the above table.

This document is issued in the type 2 technical report series of publications (according to G.4.2.2 of part 1 of the IEC/ISO Directives) as a "prospective standard for provisional application" in the field of insulation systems because there is an urgent requirement for guidance on how standards in this field should be used to meet an identified need.

This document is not to be regarded as an "International Standard". It is proposed for provisional application so that information and experience of its use in practice may be gathered. Comments on the content of this document should be sent to the IEC Central Office.

A review of this type 2 technical report will be carried out not later than three years after its publication, with the options of either extension for a further three years or conversion to an International Standard or withdrawal.

INTRODUCTION

La CEI 727: Evaluation de l'endurance électrique des systèmes d'isolation électrique, comprend deux parties:

Partie 1: Considérations générales et procédures d'évaluation basées sur une distribution normale;

Partie 2: Procédures d'évaluation basées sur des distributions de valeurs extrêmes.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC TS 60727-2:1993

Withdrawn

INTRODUCTION

IEC 727: Evaluation of electrical endurance of electrical insulation systems, consists of two parts:

- Part 1: General considerations and evaluation procedures based on normal distributions;
- Part 2: Evaluation procedures based on extreme-value distributions.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC TS 60727-2:1993

Withdrawn

EVALUATION DE L'ENDURANCE ÉLECTRIQUE DES SYSTÈMES D'ISOLATION ÉLECTRIQUE

Partie 2: Procédures d'évaluation basées sur des distributions de valeurs extrêmes

1 Domaine d'application et objet

Le présent rapport décrit des méthodes statistiques pour analyser les données sur le temps jusqu'au claquage, à contrainte de tension constante (ou tension de claquage sous contrainte de longue durée à tension croissante) de groupes d'éprouvettes individuelles de systèmes d'isolation électrique, ou de modèles représentant des systèmes isolants. Des exemples numériques sont également inclus.

Ce rapport suppose que le facteur électrique d'influence est le facteur dominant de vieillissement. Si l'on sait ou si l'on suppose que plus d'un facteur d'influence est significatif, il faut se référer à la CEI 792-1.

Ce rapport ne s'applique pas aux données obtenues à partir d'essais de claquage électrique de courte durée sauf ceux utilisés comme facteurs de diagnostic pour d'autres facteurs d'influence à long terme. Lorsqu'on utilise de cette façon pour le diagnostic des facteurs d'influence autres qu'électriques, il faut se référer à d'autres publications appropriées de la CEI citées à l'article 2.

Le présent rapport technique a pour objet de guider dans l'élaboration de procédures d'essai de systèmes et de suggérer aux comités d'études de matériels les points à prendre en considération dans la préparation des instructions spécifiques pour l'évaluation de l'endurance électrique des systèmes d'isolation du matériel électrique.

La partie 1 contient des renseignements d'ordre général sur l'endurance électrique, suggère des procédures d'essai pour le cas où le facteur électrique d'influence est le facteur dominant de vieillissement et suggère des techniques pour le traitement statistique des données d'endurance électrique lorsque leur distribution correspond à une loi normale (gaussienne).

La partie 2 suggère des techniques qui peuvent être utilisées pour des données dont la distribution ne correspond pas bien à une loi normale (gaussienne) mais peut correspondre à une loi de valeurs extrêmes.

2 Références normatives

Les documents normatifs suivants contiennent des dispositions qui, par suite de la référence qui y est faite, constituent des dispositions valables pour le présent rapport technique. Au moment de la publication, les éditions indiquées étaient en vigueur. Tout document normatif est sujet à révision et les parties prenantes aux accords fondés sur le présent rapport technique sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des documents normatifs indiqués ci-après. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des Normes internationales en vigueur.

EVALUATION OF ELECTRICAL ENDURANCE OF ELECTRICAL INSULATION SYSTEMS

Part 2: Evaluation procedures based on extreme-value distributions

1 Scope and object

This report describes statistical procedures to analyse data on time-to-breakdown at constant voltage stress (or breakdown voltage under long-term increasing voltage stress) of groups of individual specimens of electrical insulation systems, or models representing insulating systems. Numerical examples are also included.

This report assumes that the electrical factor of influence is the dominating ageing factor. If it is known or understood that more than one factor of influence is significant, reference should be made to IEC 792-1.

This report does not apply to data derived from short-time electrical breakdown tests except those used as diagnostic factors for other long-term factors of influence. When used in this way for diagnosis of factors of influence other than electrical, reference should be made to other appropriate IEC publications quoted in clause 2.

The purpose of this technical report is to guide the development of system test procedures and suggest points to be considered by the equipment technical committees in the preparation of specific instructions for the evaluation of electrical endurance of insulation systems for electrical equipment.

Part 1 presented background information on electrical endurance, suggested test procedures for the case where the electrical factor of influence is the dominating ageing factor, and suggested techniques for statistical treatment of electrical endurance data when their distribution corresponds to a normal (Gaussian) distribution.

Part 2 suggests techniques that may be used for data whose distribution does not correspond well with a normal (Gaussian) distribution, but may correspond to an extreme value distribution.

2 Normative references

The following normative documents contain provisions which, through reference in this text, constitute provisions of this technical report. At the time of publication, the editions indicated were valid. All normative documents are subject to revision, and parties to agreements based on this technical report are encouraged to investigate the possibility of applying the most recent editions of the normative documents indicated below. Members of IEC and ISO maintain registers of currently valid International Standards.

CEI 60-1: 1989, *Techniques des essais à haute tension – Partie 1: Définitions et prescriptions générales relatives aux essais.*

CEI 505: 1975, *Guide pour l'évaluation et l'identification des systèmes d'isolation du matériel électrique*

CEI 610: 1978, *Principaux aspects de l'évaluation fonctionnelle des systèmes d'isolation électriques: Mécanismes de vieillissement et procédures de diagnostic*

CEI 611: 1978, *Guide pour la préparation de procédures d'essai pour l'évaluation de l'endurance thermique des systèmes d'isolation électrique*

CEI 791: 1984, *Evaluation des performances de systèmes d'isolation à partir de l'expérience en service et des résultats d'essai fonctionnels*

CEI 792: 1985, *Essai fonctionnels à plusieurs facteurs de systèmes d'isolation électrique – Partie 1: Procédures d'essai*

3 Lois de probabilité

L'analyse statistique d'un ensemble de données présuppose qu'a été choisie une loi de probabilité qui est censée représenter la variation des données dans les conditions de l'essai. Dans ce guide, deux types de loi de valeurs extrêmes sont décrits.

3.1 Lois de valeurs extrêmes

On a trouvé que les lois de valeurs extrêmes s'appliquaient à une grande variété de données sur des systèmes qui ont des défaillances causées par un mécanisme du «maillon le plus faible»; ces lois sont souvent utilisées pour analyser les données de temps jusqu'au claquage et les données de tension de claquage de longue durée dans les études sur l'isolation.

Les lois de valeurs extrêmes sont fondamentalement différentes de la loi normale (gaussienne). Cette dernière loi représente mieux les phénomènes «moyens». Les techniques communément utilisées pour estimer les quantités en distribution normale ne sont pas applicables en général aux distributions de valeurs extrêmes. En particulier, les méthodes pour calculer la moyenne, l'écart-type, les intervalles de confiance et les hypothèses pour une distribution normale ne doivent pas être appliquées aux distributions de valeurs extrêmes.

Les deux types de lois de valeurs extrêmes sont la loi de Weibull et la loi de Gumbel.

3.1.1 Loi de Weibull

La loi de Weibull est appropriée lorsque le taux de défaillance varie avec le temps. Elle est souvent utilisée pour représenter soit des résultats de temps jusqu'à défaillance à partir d'essais sous contrainte de longue durée à tension constante, soit des résultats de tension de claquage à partir d'essais de contrainte de longue durée à tension croissante, sur des isolations solides.

IEC 60-1: 1989, *High-voltage test techniques – Part 1: General definitions and test requirements*

IEC 505: 1975, *Guide for the evaluation and identification of insulation systems of electrical equipment*

IEC 610: 1978, *Principal aspects of functional evaluation of electrical insulation systems: Ageing mechanisms and diagnostic procedures*

IEC 611: 1978, *Guide for the preparation of test procedures for evaluating the thermal endurance of electrical insulation systems*

IEC 791: 1984, *Performance evaluation of insulation systems based on service experience and functional tests*

IEC 792: 1985, *The multi-factor functional testing of electrical insulation systems – Part 1: Test procedures*

3 Probability distributions

The statistical analysis of a set of data presupposes that a probability distribution function has been chosen that is assumed to represent the variation of the data under the conditions of the test. In this guide two types of extreme-value distribution are described.

3.1 Extreme-value distributions

Extreme-value distributions have been found to represent a wide variety of data on systems that fail by a "weakest-link" mechanism, and they are often employed to analyse time-to-breakdown and long-time breakdown-voltage data in insulation studies.

The extreme-value distributions are fundamentally different from the normal (Gaussian) distribution. This latter distribution best represents "average" phenomena. Techniques commonly used for estimating normal distribution quantities are not generally applicable to the extreme-value distributions. In particular, the methods to calculate the mean, standard deviation, confidence intervals and hypothesis quantities for the normal distribution should not be applied to extreme-value distributions.

Two types of extreme-value distributions are the Weibull and the Gumbel distributions.

3.1.1 Weibull distribution

The Weibull distribution is appropriate when the rate of failure varies with time. It is most often used to represent either time-to-failure results from a long-time constant-voltage stress test, or breakdown voltage results from a long-time progressive voltage stress test, on solid insulations.

La loi de Weibull à trois paramètres a l'équation suivante:

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x-\gamma}{\alpha} \right)^\beta \right], x \geq \gamma \quad (1)$$

où

α est le paramètre d'échelle et est positif;

β est le paramètre de forme et est positif;

γ est le paramètre de localisation;

x est la variable aléatoire, habituellement le temps jusqu'au claquage ou la tension de claquage;

$F(x)$ est la probabilité de défaillance au temps (ou à la tension) $\leq x$.

La probabilité de défaillance $F(x)$ est égale à zéro à $x < \gamma$. La probabilité de défaillance augmente continuellement lorsque x croît. Lorsque le temps ou la tension croissent jusqu'à l'infini, la probabilité de défaillance approche de la certitude, c'est-à-dire $F(x = \infty) = 1$.

Le paramètre d'échelle (α) représente le temps (ou la tension) requis pour que $(1 - e^{-1})$ ou 63,2 % des éprouvettes essayées aient une défaillance. Il est analogue à μ , la moyenne de la distribution normale*. Les unités de α sont les mêmes que celles de x , c'est-à-dire des heures ou des volts.

Le paramètre de forme (β) est une mesure de la dispersion du logarithme des temps jusqu'à défaillance ou des tensions. Plus β est grand, plus l'étendue du logarithme des tensions de claquage ou des temps est petite. Le paramètre de forme, qui est sans dimension, est analogue à $1/\sigma$, où σ est l'écart-type de la distribution normale*.

Lorsque le paramètre de forme (β) est inférieur à 1, le taux de défaillance décroît avec le temps; s'il est plus grand que 1, le taux de défaillance croît avec le temps.

Lorsque le paramètre de forme (β) est égal à 1, la distribution de Weibull est équivalente à la distribution exponentielle et le taux de défaillance est indépendant du temps.

Le paramètre de localisation (γ) représente une valeur en-dessous de laquelle la probabilité d'occurrence de x est zéro. Il représente un seuil en-dessous duquel un certain phénomène physique (une défaillance) ne se produit pas. Les unités de γ sont les mêmes que celles de x .

L'estimation des trois paramètres Weibull demande la résolution d'équations non linéaires et n'est pas possible au moyen d'une résolution graphique à deux dimensions.

La loi de Weibull à deux paramètres est un cas particulier de la loi à trois paramètres lorsque le paramètre de localisation (γ) est zéro. Ce dernier cas suppose que le phénomène à l'étude a un seuil égal à zéro.

Sur une représentation graphique à deux dimensions, la différence entre la courbe réelle et une ligne droite augmentera en même temps que la différence entre la valeur réelle et la valeur présumée du paramètre de localisation (γ).

* Noter qu'une moyenne et un écart-type peuvent être définis pour la distribution de Weibull. Ces grandeurs, cependant, sont peu utilisées.

The three-parameter Weibull distribution has the following equation:

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x-\gamma}{\alpha} \right)^\beta \right], \quad x \geq \gamma \quad (1)$$

where

α is the scale parameter and is positive;

β is the shape parameter and is positive;

γ is the location parameter;

x is the random variable, usually the time to breakdown or the breakdown voltage;

$F(x)$ is the probability of failure at time (or voltage) $\leq x$.

The probability of failure $F(x)$ is zero at $x < \gamma$. The probability of failure rises continuously as x increases. As the time or voltage increases to infinity, the probability of failure approaches certainty, i.e. $F(x = \infty) = 1$.

The scale parameter (α) represents the time (or voltage) required for $(1 - e^{-1})$ or 63,2 % of the tested specimens to fail. It is analogous to μ , the mean of the normal distribution*. The unit of α is the same as that of x , i.e., hours or volts.

The shape parameter (β) is a measure of dispersion of the log failure times or log voltages. The larger β is, the smaller is the range of log times or log breakdown voltages. The shape parameter, which is dimensionless, is analogous to $1/\sigma$, where σ is the standard deviation of the normal distribution*.

When the shape parameter (β) is less than 1, the failure rate decreases with time; when greater than 1, the failure rate increases with time.

When the shape parameter (β) is equal to 1, the Weibull distribution is equivalent to the exponential distribution and the failure rate is independent of time.

The location parameter (γ) represents a value below which the probability of occurrence of x is zero. It represents a threshold value, below which a certain physical phenomenon (failure) does not occur. The unit of γ is the same as that of x .

The estimation of three Weibull parameters requires the solution of non-linear equations, and is not possible by a two-dimensional graphical solution.

The two-parameter Weibull distribution is a particular case of the three-parameter distribution, when the location parameter (γ) is zero. This latter implies that the phenomenon being studied has a threshold value equal to zero.

On a two-dimensional graphical representation, the divergence of the true graph from a straight line will increase as the difference between the true value and the assumed value of the location parameter (γ) increases.

* Note that a mean and a standard deviation can be defined for the Weibull distribution. These quantities, however, are seldom used.

La loi de Weibull à deux paramètres a l'équation suivante:

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\alpha} \right)^\beta \right], x \geq 0 \quad (2)$$

3.1.2 Loi de Gumbel

La loi de Gumbel est très souvent utilisée pour représenter les tensions de claquage des isolations liquides et des isolations de gaz comprimé avec des champs légèrement non uniformes. La fonction cumulative de répartition de Gumbel pour la fraction de population inférieure à y est:

$$G(y) = 1 - \exp \left[- \exp \left(\frac{y-u}{b} \right) \right], -\infty \leq y \leq \infty \quad (3)$$

où

u est le paramètre de localisation et peut avoir une valeur quelconque;

b est le paramètre d'échelle et est positif;

y est la variable aléatoire, habituellement la tension de claquage;

$G(y)$ est la probabilité de défaillance à la tension (ou au temps) inférieure ou égale à y .

La distribution de Gumbel est dissymétrique et a une probabilité finie physiquement impossible de claquage pour $y < 0$, mais si $u \gg b$, cette probabilité sera négligeable. Cette distribution est aussi appelée la distribution des plus petites valeurs extrêmes (c'est-à-dire du maillon le plus faible). Les unités de u et de b sont les mêmes que celle de y .

La distribution de Gumbel est très liée à la distribution de Weibull. Cela veut dire que si x obéit à une distribution de Weibull, alors $y = \ln(x)$ suit une distribution de Gumbel où:

$$u = \ln \alpha \quad (4)$$

$$b = \frac{1}{\beta} \quad (5)$$

Les techniques d'estimation utilisées pour une distribution (de Gumbel ou de Weibull) s'appliquent à l'autre si les équations de transformations (4) et (5) sont utilisées.

4 Traitement des données d'essai

4.1 Données tronquées

Des données tronquées se présentent lorsque n éprouvettes sont essayées ensemble et que sont observés uniquement les temps jusqu'au claquage de r ($< n$) éprouvettes. Le tronquage se rencontre principalement dans des essais de contrainte à tension constante, où les données sont analysées (ou l'essai est arrêté) avant la défaillance de toutes les éprouvettes. Le tronquage peut aussi se présenter dans des essais à contrainte croissante lorsque des contournements ou de faux claquages surviennent sur des éprouvettes qui survivent à des contraintes plus élevées. Comme le tronquage peut survenir volontairement ou par accident dans beaucoup d'essais d'isolation, il doit être pris en compte dans l'analyse des données.

The two-parameter Weibull distribution has the following equation:

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\alpha} \right)^\beta \right], x \geq 0 \quad (2)$$

3.1.2 Gumbel distribution

The Gumbel distribution is most often used to represent the breakdown voltages of liquid insulations and of compressed gas insulations with slightly non-uniform fields. The cumulative Gumbel distribution function for the population fraction below y is:

$$G(y) = 1 - \exp \left[- \exp \left(\frac{y-u}{b} \right) \right], -\infty \leq y \leq \infty \quad (3)$$

where

u is the location parameter and may have any value;

b is the scale parameter and is positive;

y is the random variable, usually the breakdown voltage;

$G(y)$ is the probability of failure at voltage (or time) less than or equal to y .

The Gumbel distribution is unsymmetrical and has a physically impossible finite probability of breakdown for $y < 0$, but if $u \gg b$, this probability will be negligibly small. This distribution is also called the smallest extreme-value (i.e., weakest-link) distribution. The unit of u and b is the same as that of y .

The Gumbel distribution is closely related to the Weibull distribution. That is, if x has a Weibull distribution, then $y = \ln(x)$ has a Gumbel distribution where:

$$u = \ln \alpha \quad (4)$$

$$b = \frac{1}{\beta} \quad (5)$$

Estimation techniques employed for one distribution (Gumbel or Weibull) apply to the other if the transformation equations (4) and (5) are utilized.

4 Treatment of test data

4.1 Censored data

Censored data occur when n specimens are started on test together and the times to breakdown of only r ($< n$) are observed. Censoring is encountered mainly with constant-voltage stress tests, where the data are analysed or the test is terminated before all the specimens fail. Censoring can also occur with progressive-stress tests where flashovers or spurious breakdowns occur on specimens which survive to high stresses. Since censoring can occur by plan or by accident in many insulation tests, it should be taken into account in the data analysis.

Il y a au moins deux types de tronquage:

Type I: il se présente lorsque l'essai est arrêté (ou les données sont analysées) après une certaine période (ou à une tension d'essai maximale donnée). Si l'on suppose que x_s est le temps où l'essai est arrêté et que x_r est le temps de la r ème et dernière défaillance observée ($x_s > x_r$), alors $(n-r)$ éprouvettes sans défaillance ont survécu au-delà du temps x_s .

Type II il se présente lorsque l'essai est terminé immédiatement après la r ème défaillance, c'est-à-dire $x_s = x_r$.

Il y a aussi d'autres sortes de tronquage telles que le tronquage progressif ou le tronquage multiple. Ceux-ci se présentent, par exemple, lorsque des éprouvettes défaillantes sont disqualifiées en raison d'une défaillance par de faux mécanismes. Le traitement analytique de telles données est plus difficile.

4.2 Sélection d'une loi de probabilité

Les données d'essai d'une isolation solide sont souvent représentées par la loi de Weibull à deux paramètres alors que la loi de Gumbel (des plus petites valeurs extrêmes) est souvent utilisée pour les liquides. Cependant, il est recommandé de vérifier la validité de la loi présumée parce qu'il est possible qu'une autre loi fournisse un meilleur ajustement, à moins que l'expérience antérieure ou la théorie n'indique qu'une loi particulière est valide.

On peut facilement vérifier la validité d'une loi, que l'on présume représenter au mieux les données d'essai, au moyen d'un papier gradué en probabilité.

Ce papier a un axe sous la forme d'une échelle cumulative non linéaire de probabilité, qui est la même pour la loi de Weibull et pour la loi de Gumbel. L'autre axe, sur lequel sont portés les temps de défaillance ou les tensions de claquage, est logarithmique pour la loi de Weibull et linéaire pour la loi de Gumbel. Les échelles des axes sont telles que les données des lois respectives suivent une ligne droite sur le papier gradué correspondant.

D'autres méthodes pour vérifier la validité de lois présumées comprennent des tests statistiques d'ajustement ou une comparaison par la méthode d'ajustement au mieux.

4.2.1 Papier gradué en probabilité Weibull

Un échantillon de papier de probabilité Weibull est présenté à la figure 1a. Pour utiliser ce papier, ranger les temps ou les tensions de défaillance du plus petit au plus grand. La probabilité cumulative de la i ème plus petite valeur (x_i) est donnée approximativement par la formule:

$$F(x_i) = \frac{i}{n+1} \quad (6)$$

où n est le nombre total d'éprouvettes d'essai. Les données de l'exemple Weibull du tableau 1 sont portées dans la figure 1a. Il convient de ne pas porter les données des éprouvettes sans défaillance mais de les inclure dans n . Il convient que les éprouvettes ayant eu une défaillance causée par des mécanismes qui sont nettement faux et non valides soient disqualifiées et non comptées dans n .

There are at least two types of censoring:

Type I: occurs when the test is terminated (or the data are analysed) after a certain period of time (or given maximum test voltage). Suppose x_s is the time the test is stopped and x_r is the time of the r th and last observed failure ($x_s > x_r$), then $(n-r)$ unfailed specimens survived beyond time x_s .

Type II: occurs when the test is terminated immediately after the r th failure, i.e., $x_s = x_r$.

There are also other kinds of censoring, such as progressive and multiple censoring. These types result, for example, when failed specimens are disqualified because of specimen failure by spurious mechanisms. Analytical treatment of such data is more difficult.

4.2 Selection of a probability distribution

Solid insulation test data are often represented by the two-parameter Weibull distribution whereas the Gumbel (smallest extreme-value) distribution is often employed for liquids. However, the validity of the assumed distribution should be tested since it is possible that another distribution will yield a better fit, unless prior experience or theory indicates that a particular distribution is valid.

Testing the validity of the assumed distribution to best represent the test data can most easily be accomplished by the use of probability graph paper.

This paper has one axis in the form of a non-linear cumulative probability scale, which is the same for both the Weibull and the Gumbel distributions. The other axis, on which are plotted the failure times or breakdown voltage, is logarithmic for the Weibull distribution and linear for the Gumbel distribution. The axes are scaled so that data from the respective distributions will follow a straight line on the corresponding graph paper.

Other methods to test the validity of assumed distributions include statistical fitness tests, or comparison by the maximum likelihood method.

4.2.1 Weibull probability graph paper

A sample of Weibull probability paper is shown in figure 1a. To use this paper, order the failure times or voltages from smallest to largest. The cumulative probability of the i th smallest value (x_i) is approximated by the formula:

$$F(x_i) = \frac{i}{n+1} \quad (6)$$

where n is the total number of test specimens. The Weibull example data in table 1 are plotted in figure 1a. Data from unfailed specimens should not be plotted, although they should be included in n . Specimens that have failed by mechanisms that are clearly spurious, and invalid, should be disqualified, and not counted in n .

Si les données représentées suivent une ligne droite, alors on peut raisonnablement présumer que les résultats sont représentés de façon adéquate par une distribution de Weibull. On peut s'attendre normalement à quelques déviations aléatoires par rapport à une ligne droite. Si cependant il y a une déviation significative par rapport à une ligne droite (par exemple une courbe), alors une autre loi peut mieux convenir aux données. La figure 2 montre des représentations graphiques de probabilité Weibull de données suivant d'autres distributions.

4.2.2 Papier gradué en probabilité Gumbel

Un échantillon de papier de probabilité Gumbel est présenté à la figure 3a. Comme pour le papier de Weibull, les temps ou les tensions de défaillance sont rangés du plus petit au plus grand, et la probabilité cumulative pour la i ème plus petite valeur (y_i) est donnée approximativement par la formule:

$$G(y_i) = \frac{i}{n+1} \quad (7)$$

où n est le nombre total d'éprouvettes d'essai.

Si les données se présentent suivant une ligne droite sur le papier de Gumbel, alors la loi de Gumbel représente de façon adéquate les données de défaillance. Des exemples de données suivant d'autres lois sont présentés sur le papier de Gumbel dans la figure 4.

4.2.3 Disponibilité du papier gradué

Les papiers gradués décrits dans les articles 4.2.1 et 4.2.2 sont en général disponibles dans le commerce.

Cependant, si l'on effectue des transformations doubles logarithmes naturels, la fonction de Weibull devient linéaire par rapport à $\ln x$ et les données peuvent être représentées sur un papier arithmétique normal. Les données appropriées formeront des lignes droites.

4.3 Estimation des paramètres de distribution

Les paramètres de distribution peuvent être estimés graphiquement ou par calcul. Les estimations par calcul sont plus objectives que les estimations graphiques et sont préférées.

4.3.1 Estimations graphiques des paramètres

Les papiers gradués en probabilité décrits en 4.2 peuvent être utilisés pour obtenir des estimations approximatives des paramètres, à partir de la pente et de l'intersection de la ligne droite ajustée «à l'oeil» aux points expérimentaux.

Les intervalles de confiance des paramètres ne peuvent pas être estimés graphiquement.

If the plotted data follow a straight line, then it may be reasonable to assume that the results are adequately represented by the Weibull distribution. Some random deviations from a straight line would normally be expected. If, however, there is a consistent departure from a straight line (say, curvature), then another distribution may fit the data better. Figure 2 shows Weibull probability plots of data from other distributions.

4.2.2 Gumbel probability graph paper

A sample of Gumbel probability paper is shown in figure 3a. As with the Weibull paper, the failure times or voltages are ordered from smallest to largest, and the cumulative probability for the i th smallest value (y_i) is approximated by the formula:

$$G(y_i) = \frac{i}{n+1} \quad (7)$$

where n is the total number of test specimens.

If the data plot as a straight line on the Gumbel paper, then the Gumbel distribution adequately represents the failure data. Examples of data from other distributions are plotted on Gumbel paper in figure 4.

4.2.3 Graph paper availability

The graph papers described in 4.2.1 and 4.2.2 are generally commercially available.

However, if double natural-logarithmic transformations are made, the Weibull function becomes linear with respect to $\ln x$, and the data may be plotted on standard arithmetic paper. Appropriate data will form straight lines.

4.3 Estimation of distribution parameters

The distribution parameters may be estimated graphically or by calculation. The calculated estimates are more objective than the graphical estimates and are preferred.

4.3.1 Graphical estimation of parameters

The probability graph papers described in 4.2 can be used to obtain approximate estimates of the parameters, from the slope and intercept of the straight line fitted to the data points "by eye".

Confidence intervals for parameters cannot be estimated graphically.

4.3.1.1 Estimations graphiques pour la loi de Weibull

Représenter les données d'essai sur un papier de probabilité Weibull comme décrit en 4.2.1. Ajuster «à l'oeil» une ligne droite aux points expérimentaux. L'estimation du paramètre d'échelle (α), dénotée par ($\hat{\alpha}$), est le temps (ou la tension) correspondant à $F(x) = 63,2\%$. Une estimation du paramètre de forme (β), dénotée par ($\hat{\beta}$), est calculée à partir de:

$$\hat{\beta} = \frac{\ln(\ln L_1) - \ln(\ln L_2)}{\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} \quad (8)$$

où

$$L_1 = \frac{1}{1 - F(x_1)} \quad (9)$$

$$L_2 = \frac{1}{1 - F(x_2)} \quad (10)$$

$\ln(\)$ représente le logarithme naturel et $[x_1, F(x_1)]$, $[x_2, F(x_2)]$ correspondent à deux points sur la droite ajustée. La plupart des papiers de probabilité Weibull vendus dans le commerce contiennent une échelle spéciale qui permet l'estimation rapide de β .

Pour les données du tableau 1 représentées dans la figure 1a, $\hat{\alpha} = 130$ h. En utilisant les deux points (160, 0,7) et (30, 0,16) obtenus à partir de la droite ajustée, $\hat{\beta} = 1,15$ d'après l'équation (8). La ligne désignée A-A, tirée à partir d'un point appelé «origine» dans la figure 1a, est parallèle à la droite ajustée et donne une estimation de 1,15 pour β .

4.3.1.2 Estimations graphiques pour la loi de Gumbel

Représenter les données d'essai sur un papier de probabilité Gumbel comme décrit en 4.2.2. Ajuster «à l'oeil» une ligne droite aux points expérimentaux. L'estimation du paramètre de localisation (μ), dénotée par ($\hat{\mu}$), est la tension correspondant à $G(y) = 63,2\%$. Une estimation du paramètre d'échelle (b), dénotée par ($\hat{b}$), est la différence entre les points 63 % et 31 %.

Pour les données du tableau 2 représentées dans la figure 3a, $\hat{\mu} = 5,84$ kV. En utilisant les deux points de pourcentage, à partir de la droite ajustée, $\hat{b} = 5,84 - 5,43 = 0,41$ kV.

4.3.2 Estimations calculées des paramètres

Les estimations de paramètres les plus largement utilisées sont les estimations au mieux, qui sont valides pour les deux types I et II de données tronquées. Elles sont asymptotiquement sans biais et leurs variances ne sont pas plus grandes que les variances de toute autre estimation, par exemple celles obtenues par la méthode des moindres carrés.

Cependant, pour les grandes tailles (par exemple $n > 50$) d'échantillons de données non tronquées, transformées comme il est décrit en 4.2.3, les erreurs inhérentes aux méthodes de régression linéaire, telles que la méthode des moindres carrés, ne sont pas habituellement apparentes.

4.3.1.1 Graphical estimates for the Weibull distribution

Plot the test data on Weibull probability paper, as described in 4.2.1. Fit a straight line "by eye" to the data points. The estimate for the scale parameter (α), denoted by $\hat{\alpha}$, is the time (or voltage) corresponding to $F(x) = 63,2\%$. An estimate for the shape parameter (β), denoted by $\hat{\beta}$, is calculated from:

$$\hat{\beta} = \frac{\ln(\ln L_1) - \ln(\ln L_2)}{\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} \quad (8)$$

where

$$L_1 = \frac{1}{1 - F(x_1)} \quad (9)$$

$$L_2 = \frac{1}{1 - F(x_2)} \quad (10)$$

$\ln(\)$ represents the natural logarithm and $[x_1, F(x_1)]$, $[x_2, F(x_2)]$ correspond to two points on the fitted line. Most commercial Weibull probability papers contain a special scale which permits the rapid estimation of β .

For the data from table 1 plotted in figure 1a, $\hat{\alpha} = 130$ h. Using the two points (160, 0,7) and (30, 0,16) obtained from the fitted line, $\hat{\beta} = 1,15$ using equation (8). The line labelled A-A, drawn through a point labelled "origin" in figure 1a, is parallel to the fitted line and gives an estimate of 1,15 for β .

4.3.1.2 Graphical estimates for the Gumbel distribution

Plot the test data on Gumbel probability paper, as described in 4.2.2. Fit a straight line "by eye" to the data points. The estimate of the location parameter (u), denoted by $\hat{u}$, is the voltage corresponding to $G(y) = 63,2\%$. An estimate of the scale parameter (b), denoted by $\hat{b}$, is the difference between the 63 % and 31 % points.

For the data from table 2 plotted in figure 3a, $\hat{u} = 5,84$ kV. Using the two percentage points, from the fitted line, $\hat{b} = 5,84 - 5,43 = 0,41$ kV.

4.3.2 Calculated estimation of parameters

The most widely used parameter estimates are the maximum likelihood estimates, which are valid for both type I and II censored data. They are asymptotically unbiased and their variances are not larger than the variances of any other estimates, e.g. those derived from the least-squares method.

However, for large sample sizes (e.g. $n > 50$) of uncensored data, transformed as described in 4.2.3, the errors inherent in linear regression methods, such as the least-squares method, are not usually apparent.

4.3.2.1 Estimations calculées pour la loi de Weibull

Pour la distribution de Weibull, les estimations au mieux de $\hat{\alpha}$ et de $\hat{\beta}$ demandent les solutions itératives de:

$$f(\beta) = \frac{A_2}{A_1} - \frac{1}{\hat{\beta}} - C = 0 \quad (11)$$

et

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{A_1}{r} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \quad (12)$$

où

$$A_k = \sum_{i=1}^r x_i^{\hat{\beta}} [\ln x_i]^{(k-1)} + (n-r)x_s^{\hat{\beta}} [\ln x_s]^{(k-1)} \quad (13)$$

pour $k = 1, 2, 3$ (A_3 est requis pour la solution itérative).

$$C = \left(\frac{1}{r} \right) \sum_{i=1}^r \ln x_i \quad (14)$$

où

x_s est le temps écoulé ou la plus haute tension d'essai de l'expérience;

n est le nombre total d'éprouvettes essayées;

r est le nombre d'éprouvettes défectueuses.

Pour le tronçage de type II, $x_s = x_r$.

Un court programme BASIC pour résoudre ces équations sur micro-ordinateur est présenté à l'annexe A. La plupart des programmes de calcul demandent une estimation initiale de β . Celle-ci est obtenue très facilement à partir d'une représentation graphique de probabilité Weibull. Au lieu d'une représentation graphique de probabilité, un β initial de 10 peut être approprié pour les essais à contrainte croissante. Pour les essais à contrainte constante, un β initial de 2 peut être approprié.

Les estimations au mieux pour les données du tableau 1 sont $\hat{\alpha} = 115$ h et $\hat{\beta} = 1,5$. La droite sur le papier de probabilité Weibull qui est ajustée à ces données est montrée dans la figure 1b. La droite est tracée en insérant les estimations de α et β , et deux valeurs de x dans l'équation (2) et en calculant les valeurs correspondantes de $F(x)$.

4.3.2.2 Estimations calculées pour la loi de Gumbel

Un ensemble séparé d'équations pour fournir les estimations au mieux peut être établi pour la loi de Gumbel. Cependant, il est plus simple d'utiliser les transformations des équations (4) et (5) avec un programme de calcul qui s'adapte à la distribution de Weibull. En particulier, les données d'essai de Gumbel (y_i) sont d'abord transformées en données de Weibull avec:

$$x_i = \exp(y_i) \quad (15)$$

4.3.2.1 Calculated estimates for the Weibull distribution

For the Weibull distribution, the maximum likelihood estimates of $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$ require the iterative solutions of:

$$f(\beta) = \frac{A_2}{A_1} - \frac{1}{\hat{\beta}} - C = 0 \quad (11)$$

and

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{A_1}{r} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \quad (12)$$

where

$$A_k = \sum_{i=1}^r x_i^{\hat{\beta}} [\ln x_i]^{(k-1)} + (n-r)x_s^{\hat{\beta}} [\ln x_s]^{(k-1)} \quad (13)$$

for $k = 1, 2, 3$ (A_3 is required for the iterative solution).

$$C = \left(\frac{1}{r} \right) \sum_{i=1}^r \ln x_i \quad (14)$$

where

x_s is the running time or highest test voltage of the experiment;

n is the total number of specimens tested;

r is the number of specimens that failed.

For type II censoring, $x_s = x_r$.

A short BASIC program solving these equations on a personal computer is shown in Annex A. Most computer programs require an initial guess for β . This is most easily obtained from a Weibull probability plot. In lieu of a probability plot, an initial β of 10 may be applicable for progressive stress tests. For constant-stress tests, an initial β of 2 may be applicable.

The maximum likelihood estimates for the data in table 1 are $\hat{\alpha} = 115$ h and $\hat{\beta} = 1.5$. The line on Weibull probability paper which fits these data is shown in figure 1b. The line is plotted by substituting two values of x , along with $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$ into equation (2) and calculating the corresponding values of $F(x)$.

4.3.2.2 Calculated estimates for the Gumbel distribution

A separate set of equations to yield the maximum likelihood estimates could be generated for the Gumbel distribution. However, it is simpler to employ the transformations in equations (4) and (5) with a computer program that fits the Weibull distribution. In particular, the Gumbel test data (y_i) are first transformed into Weibull data with:

$$x_i = \exp(y_i) \quad (15)$$

Une première estimation pour $\beta = \frac{1}{b}$ peut être obtenue à partir d'une représentation graphique de probabilité Gumbel. On peut aussi prendre un b initial de 0,1 (c'est-à-dire $\beta = 10$). Dans le programme, α et β sont alors convertis sous la forme:

$$\hat{u} = \ln \hat{\alpha} \quad (16)$$

$$\hat{b} = \frac{1}{\hat{\beta}} \quad (17)$$

Pour les données de Gumbel du tableau 2, $\hat{u} = 5,73$ kV et $\hat{b} = 0,26$ kV. Avec deux valeurs de y et les estimations de paramètres, on peut calculer les valeurs correspondantes de $G(y)$. Ces deux points définissent la ligne droite sur le papier Gumbel, figure 3b.

4.4 Intervalles de confiance pour les paramètres

Si la même expérience comportant l'essai de beaucoup d'éprouvettes est effectuée plusieurs fois, les valeurs des estimations des paramètres ($\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ ou $\hat{u}$, $\hat{b}$) diffèrent dans chaque expérience. Cet écart dans les estimations provient de la nature statistique du claquage de l'isolation. Par conséquent, toute estimation de paramètre diffère de la «vraie» valeur du paramètre de la population totale qui pourrait être obtenue à partir d'une expérience comportant un nombre infiniment grand d'éprouvettes. De là, il est courant de donner avec chaque estimation de paramètre un «intervalle de confiance» qui renferme la valeur vraie de paramètre avec une forte probabilité. L'intervalle de confiance quantifie objectivement l'incertitude dans l'estimation du paramètre. En général, plus le nombre d'éprouvettes essayées est grand, plus l'intervalle de confiance est étroit.

Si une expérience est médiocrement exécutée, par exemple si la tension appliquée n'est pas maintenue constante dans un essai à tension constante, les intervalles de confiance sont inexacts. Les intervalles de confiance ne sont valides que pour des éprouvettes testées de façon identiques.

Il y a divers intervalles de confiance pour les paramètres et les percentiles de Weibull et de Gumbel. Les intervalles recommandés utilisent les estimations au mieux des paramètres. Cette méthode, qui est valable pour toutes les tailles d'échantillon et le tronquage de type II, demande un programme étendu de calcul qui n'est pas généralement disponible. Beaucoup de programmes de calcul disponibles donnent des estimations de paramètres et des intervalles de confiance approchés. Cependant, il convient de vérifier leur validité par rapport à des programmes sûrs et bien structurés.

Beaucoup de tables semblables à la table de t de Student ont été calculées pour les distributions de valeurs extrêmes. Pour ceux qui n'ont pas accès à de grands ordinateurs, des intervalles de confiance approximatifs basés sur ces tables peuvent être déterminés.

4.4.1 Intervalles de confiance approximatifs pour les paramètres de Weibull

Il y a diverses méthodes et diverses tables pour calculer des intervalles de confiance approximatifs pour α et β . Les tables les plus complètes sont basées sur les meilleures estimations invariantes linéaires pour les paramètres, plutôt que les estimations au mieux.

A first estimate for $\beta = \frac{1}{b}$ can be obtained from a Gumbel probability plot. Alternatively, assume an initial b of 0,1 (i.e., $\beta = 10$). The program output of α and β are then:

$$\hat{u} = \ln \hat{\alpha} \quad (16)$$

$$\hat{b} = \frac{1}{\hat{\beta}} \quad (17)$$

For the Gumbel data in table 2, $\hat{u} = 5,73$ kV and $\hat{b} = 0,26$ kV. With two values of y and the parameter estimates, corresponding values of $G(y)$ can be calculated. These two points will define the straight line on Gumbel paper (figure 3b).

4.4 Confidence intervals for parameters

If the same experiment involving the testing of many specimens is performed a number of times, the values of the parameter estimates ($\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ or $\hat{u}$, $\hat{b}$) from each experiment differ. This variation in estimates results from the statistical nature of insulation breakdown. Therefore, any parameter estimate differs from the "true" parameter value of the total population which could be obtained from an experiment involving an infinitely large number of specimens. Hence, it is common to give with each parameter estimate a "confidence interval", which encloses the true parameter value with high probability. The confidence interval objectively quantifies the uncertainty in the estimate of the parameter. In general, the more specimens tested, the narrower will be the confidence interval.

If an experiment is poorly performed, for instance if the applied voltage is not held constant in a constant stress test, the confidence intervals are inaccurate. Confidence intervals are valid only for *identically* tested specimens.

There are various confidence intervals for Weibull and Gumbel parameters and percentiles. The recommended intervals employ maximum likelihood parameter estimates. This method, which is valid for all sample sizes and type II censoring, requires an extensive computer program which is not generally available. Many available computer programs give parameter estimates and approximate confidence intervals. However, their validity should be checked by comparison to reputable main-frame programs.

Many tables similar to Student's t table have been calculated for the extreme-value distributions. For those without access to large computers, approximate confidence intervals based on these tables can be determined.

4.4.1 Approximate confidence intervals for Weibull parameters

There are various methods and tables for calculating approximate confidence intervals for α and β . The most complete tables are based on best linear invariant estimates for the parameters, rather than the maximum likelihood estimates.

Les tables d'intervalles de confiance pour α et β , qui couvrent toutes les fractions possibles de tronquage sont très vastes. Pour simplifier, ces tables sont représentées sous forme de courbes dans les figures 5 et 6. Ces courbes sont approximatives, valides seulement pour un tronquage de type II et pour des expériences comprenant jusqu'à 25 éprouvettes essayées. Les données tronquées de type I peuvent être analysées avec un certain biais dans les estimations en posant $x_r = x_s$. Les figures 5 et 6 ne donnent que les intervalles de confiance à 90 %. Pour des intervalles plus précis, d'autres tailles d'échantillon, etc., une méthode de calcul sur ordinateur est nécessaire.

La figure 5 est utilisée pour calculer les intervalles de confiance à 90 % pour le paramètre de forme (β):

$$\beta_l = W_l \hat{\beta} \quad (18)$$

$$\beta_u = W_u \hat{\beta} \quad (19)$$

où β_l et β_u sont respectivement les limites inférieure et supérieure pour l'intervalle. Comme cela a été vu dans la figure 5, W_l et W_u sont principalement des fonctions de r , le nombre de défaillances. Pour les données de Weibull du tableau 1, $W_l = 0,42$ et $W_u = 1,46$ et, puisque $\hat{\beta} = 1,5$ (voir 4.3.2.1), les limites de confiance à 90 % pour β sont $\beta_l = 0,42 \times 1,5 = 0,63$ et $\beta_u = 1,46 \times 1,5 = 2,2$.

La figure 6 est utilisée pour calculer les intervalles de confiance à 90 % pour le paramètre d'échelle (α):

$$\alpha_l = \hat{\alpha} \exp \left[- \frac{Z_l}{\hat{\beta}} \right] \quad (20)$$

$$\alpha_u = \hat{\alpha} \exp \left[\frac{Z_u}{\hat{\beta}} \right] \quad (21)$$

où α_l et α_u sont respectivement les limites inférieure et supérieure de confiance. Le facteur Z_l est principalement une fonction de n , nombre d'éprouvettes mises à l'essai. Z_u , cependant, est une fonction de r , nombre d'éprouvettes réellement défaillantes, et de n . Pour les données de Weibull du tableau 1, $Z_l = 0,75$ et $Z_u = 1,0$. Par conséquent, les limites de confiance à 90 % pour α sont $\alpha_l = 69$ h et $\alpha_u = 220$ h.

4.4.2 Intervalles de confiance approximatifs pour les paramètres de Gumbel

Les mêmes courbes utilisées pour les intervalles de paramètres de Weibull peuvent être utilisées pour les paramètres de Gumbel. Comme précédemment, les courbes des figures 5 et 6 fournissent des intervalles approximatifs de confiance à 90 % pour les données tronquées du type II.

L'intervalle approximatif de confiance à 90 % pour b a comme limites inférieure et supérieure:

$$b_l = \frac{\hat{b}}{W_u} \quad (22)$$

$$b_u = \frac{\hat{b}}{W_l} \quad (23)$$

The confidence interval tables for α and β , which cover all possible censoring fractions are very extensive. For simplicity these tables are represented as curves in figures 5 and 6. These curves are approximate, valid only for type II censoring, and are for experiments with up to 25 specimens tested. Type I censored data can be analysed with some bias in the estimates by setting $x_r = x_s$. Figures 5 and 6 give 90 % confidence intervals only. For more accurate intervals, other sample sizes, etc., computer-based methods will be necessary.

Figure 5 is used to compute the 90 % confidence intervals for the shape parameter β :

$$\beta_l = W_l \hat{\beta} \quad (18)$$

$$\beta_u = W_u \hat{\beta} \quad (19)$$

Where β_l and β_u are the lower and upper bounds, respectively, for the interval. As seen in figure 5, W_l and W_u are mainly functions of r , the number of failures. For the Weibull data in table 1, $W_l = 0,42$ and $W_u = 1,46$ and, since $\hat{\beta} = 1,5$ (see 4.3.2.1), the 90 % confidence limits for β are $\beta_l = 0,42 \times 1,5 = 0,63$ and $\beta_u = 1,46 \times 1,5 = 2,2$.

Figure 6 is used to calculate the 90 % confidence intervals for the scale parameter (α):

$$\alpha_l = \hat{\alpha} \exp \left[- \frac{Z_l}{\hat{\beta}} \right] \quad (20)$$

$$\alpha_u = \hat{\alpha} \exp \left[\frac{Z_u}{\hat{\beta}} \right] \quad (21)$$

where α_l and α_u refer to the lower and upper confidence bounds, respectively. The factor Z_l is primarily a function of n , the number of specimens put on test. Z_u , however, is a function of both r , the number of specimens which actually failed, and n . For the Weibull data in table 1, $Z_l = 0,75$ and $Z_u = 1,0$. Therefore the 90 % confidence limits for α are $\alpha_l = 69$ h and $\alpha_u = 220$ h.

4.4.2 Approximate confidence intervals for Gumbel parameters

The same curves used for the Weibull parameter intervals can be used for the Gumbel parameters. As before, the curves in figures 5 and 6 yield approximate 90 % confidence intervals for type II censored data.

The approximate 90 % confidence interval for b has lower and upper limits:

$$b_l = \frac{\hat{b}}{W_u} \quad (22)$$

$$b_u = \frac{\hat{b}}{W_l} \quad (23)$$

Noter que le facteur W_u de la figure 6 est pour la limite inférieure et que W_l est pour la limite supérieure. Pour les données de Gumbel de tableau 2, $W_u = 1,44$ et $W_l = 0,45$; donc $b_l = 0,18$ kV et $b_u = 0,58$ kV sont les limites de confiance pour b .

L'intervalle approximatif de confiance à 90 % pour u a comme limites inférieure et supérieure:

$$u_l = \hat{u} - \hat{b} Z_l \quad (24)$$

$$u_u = \hat{u} + \hat{b} Z_u \quad (25)$$

Les facteurs Z sont obtenus à partir des figures 6(a) et 6(b). Pour les données de Gumbel du tableau 2, $Z_l = 0,7$ et $Z_u = 1,12$. Ainsi l'intervalle de confiance à 90 % pour u a pour limites $u_l = 5,57$ kV et $u_u = 6,04$ kV.

4.5 Percentiles

En plus de l'estimation des paramètres d'une distribution, dans beaucoup de cas il est intéressant de calculer le temps jusqu'au claquage ou la tension de claquage à faibles probabilités de défaillance. Les valeurs de x ou de y à une probabilité particulière de défaillance sont rapportées en percentiles, si la probabilité est exprimée en pourcentage.

4.5.1 Intervalles de confiance pour les percentiles

Beaucoup de programmes de calcul disponibles donnent des estimations et des intervalles de confiance (quelquefois connus comme limites de tolérance) pour percentiles, mais il convient de vérifier leur validité par rapport à des programmes sûrs et bien structurés. Des méthodes approximatives sont disponibles pour calculer les intervalles de confiance pour les percentiles, avec la même base théorique que les intervalles de 4.4, pour ceux qui n'ont pas accès à un programme de calcul solide. Des tables sur lesquelles sont basées les courbes de la figure 7 sont disponibles seulement pour les premier, cinquième et dixième percentiles, mais d'autres tables sont disponibles dans la littérature.

4.5.1.1 Intervalles de confiance pour les percentiles de Weibull

L'estimation au mieux du p ème quantile, ou du 100 p ème percentile ($\hat{x}_p$), pour la distribution de Weibull est:

$$\hat{x}_p = \hat{\alpha} [-\ln(1-p)]^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \quad (26)$$

où $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ sont les estimations au mieux de paramètres. L'intervalle de confiance pour x_p est:

$$x_l(p) = \hat{\alpha} \exp \left[-\frac{V_l}{\hat{\beta}} \right] \quad (27)$$

$$x_u(p) = \hat{\alpha} \exp \left[-\frac{V_u}{\hat{\beta}} \right] \quad (28)$$

où $x_l(p)$ et $x_u(p)$ se rapportent respectivement aux limites inférieure et supérieure pour le 100 p ème percentile. Les facteurs V sont obtenus à partir des figures 7(a) et 7(b) pour les premier, cinquième et dixième percentile ($p = 0,01, 0,05$ et $0,10$ respectivement). V_l est principalement une fonction de r alors que V_u est principalement une fonction de n .

Note that the W_u factor from figure 6 is for the lower bound and W_l is for the upper bound. For the Gumbel data in table 2, $W_u = 1,44$ and $W_l = 0,45$; thus $b_l = 0,18$ kV and $b_u = 0,58$ kV are the confidence limits for b .

The approximate 90 % confidence interval for u has lower and upper limits:

$$u_l = \hat{u} - \hat{b} Z_l \quad (24)$$

$$u_u = \hat{u} + \hat{b} Z_u \quad (25)$$

The Z factors are obtained from figures 6(a) and 6(b). For the Gumbel data in table 2, $Z_l = 0,7$ and $Z_u = 1,12$. Thus the 90 % confidence interval for u has limits $u_l = 5,57$ kV and $u_u = 6,04$ kV.

4.5 Percentiles

In addition to estimating the parameters of a distribution, in many cases it is of interest to calculate the time-to-breakdown or the breakdown voltage at low probabilities of failure. The values of x or y at a particular probability of failure are referred to as percentiles if the probability is expressed in per cent.

4.5.1 Confidence intervals for percentiles

Many available computer programs give estimates and confidence intervals (sometimes known as tolerance bounds) for percentiles, but their validity should be checked by comparison with reputable main-frame programs. Approximate methods are available to calculate confidence intervals for percentiles, with the same theoretical basis as the intervals in 4.4, for those without access to a valid computer program. Tables upon which the curves in figure 7 are based are available only for the first, fifth and tenth percentiles, but other tables are available in the literature.

4.5.1.1 Confidence intervals for Weibull percentiles

The maximum likelihood estimate of the p th quantile, or $(100p)$ th percentile ($\hat{x}_p$), for the Weibull distribution is:

$$\hat{x}_p = \hat{\alpha} [- \ln (1-p)]^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \quad (26)$$

where $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$ are the maximum-likelihood parameter estimates. The confidence interval for x_p is:

$$x_l(p) = \hat{\alpha} \exp \left[- \frac{V_l}{\hat{\beta}} \right] \quad (27)$$

$$x_u(p) = \hat{\alpha} \exp \left[- \frac{V_u}{\hat{\beta}} \right] \quad (28)$$

where $x_l(p)$ and $x_u(p)$ refer to the lower and upper bound for the $(100 p)$ th percentile, respectively. The V factors are obtained from figures 7(a) and 7(b) for the first, fifth and tenth percentiles ($p = 0,01, 0,05$ and $0,10$ respectively). V_l is primarily only a function of r , whereas V_u is primarily a function of n .

Pour les données de Weibull du tableau 1, pour le premier percentile, $V_l = 10,4$ et $V_u = 3,1$. Ainsi, les limites de confiance à 90 % sont $x_l(0,01) = 0,11$ h et $x_u(0,01) = 14$ h. La meilleure estimation du premier percentile est $\hat{x}_p = 5,3$ h.

Les limites de confiance pour les percentiles, en même temps que l'intervalle de confiance pour α , peuvent être utilement tracées sur un papier de probabilité Weibull. Pour la limite supérieure, représenter les limites supérieures calculées (valeurs de x) correspondant aux premier, cinquième, dixième et 63,2 (α) percentiles sur le papier gradué. Joindre ces quatre points par une courbe lissée. De même, tirer une courbe pour les limites inférieures de confiance. Comme montré à la figure 1b, ces limites de confiance limiteront «la meilleure» droite calculée à partir des paramètres au mieux. Sur plusieurs essais, les meilleures droites doivent tomber en majeure partie à l'intérieur des limites de confiance. Plus le nombre des échantillons essayés est grand, plus l'intervalle entre les limites supérieure et inférieure est étroit.

4.5.1.2 Intervalles de confiance pour les percentiles de Gumbel

L'estimation au mieux du p ème quantile, ou du 100 p ème percentile ($\hat{y}_p$), pour la distribution de Gumbel est:

$$\hat{y}_p = \hat{u} + \hat{b} \ln \left[\ln \left(\frac{1}{1-p} \right) \right] \quad (29)$$

où $\hat{u}$ et $\hat{b}$ sont les estimations au mieux de paramètre. L'intervalle de confiance pour y_p est:

$$y_l(p) = \hat{u} - \hat{b}V_l \quad (30)$$

$$y_u(p) = \hat{u} - \hat{b}V_u \quad (31)$$

où $y_l(p)$ et $y_u(p)$ sont les limites inférieure et supérieure pour le 100 p ème percentile. Les facteurs V_l et V_u pour le percentile correspondant sont obtenus à partir des figures 7(a) et 7(b).

Pour les données de Gumbel du tableau 2, pour le cinquième percentile, $V_l = 6,4$ et $V_u = 2,0$, et les limites de confiance à 90 % sont $y_l(0,05) = 4,1$ kV et $y_u(0,05) = 5,2$ kV. L'estimation au mieux du cinquième percentile est $\hat{y}_p = 4,95$ kV. Les limites de confiance pour les percentiles, de même que les limites de confiance pour b , peuvent être représentées sur un papier Gumbel (figure 3b).

5 Comparaisons

Une situation courante comprend l'essai de deux (ou plusieurs) systèmes d'isolation pour déterminer lequel des deux est une isolation «supérieure». L'analyse des résultats de tels essais comporte la preuve ou la réfutation de l'hypothèse selon laquelle il y a une différence significative entre les distributions de probabilité des données pour les deux systèmes. Le «test d'hypothèse» est habituellement effectué sur les paramètres de distribution ou à un percentile donné, par exemple des probabilités de 63 %, 50 % ou 31 %. Pour une isolation d'un système de puissance, il peut être approprié de rechercher les différences significatives à de faibles probabilités de défaillance, soit 1 % ou 5 %.

For the Weibull data in table 1, for the first percentile, $V_l = 10,4$ and $V_u = 3,1$. Thus the 90 % confidence limits are $x_l(0,01) = 0,11$ h and $x_u(0,01) = 14$ h. The best estimate of the first percentile is $\hat{x}_p = 5,3$ h.

The confidence limits for the percentiles, together with the confidence interval for α , can be usefully displayed on Weibull probability paper. For the upper bound, plot the calculated upper limits (x values) corresponding to the first, fifth, tenth and 63,2 (α) percentiles on the graph paper. Join these four points with a smooth line. Similarly, draw a line for the lower confidence limits. As shown in figure 1b, these confidence limits will bound the "best" line calculated from the maximum likelihood parameters. On repeated tests, the best lines should predominantly fall within the confidence bounds. The greater the number of samples tested, the narrower will be the gap between the upper and lower bounds.

4.5.1.2 Confidence intervals for Gumbel percentiles

The maximum likelihood estimate of the p th quantile, or $(100p)$ th percentile ($\hat{y}_p$), for the Gumbel distribution is:

$$\hat{y}_p = \hat{u} + \hat{b} \ln \left[\ln \left(\frac{1}{1-p} \right) \right] \quad (29)$$

where $\hat{u}$ and $\hat{b}$ are the maximum likelihood parameter estimates. The confidence interval for y_p is:

$$y_l(p) = \hat{u} - \hat{b}V_l \quad (30)$$

$$y_u(p) = \hat{u} - \hat{b}V_u \quad (31)$$

where $y_l(p)$ and $y_u(p)$ are the lower and upper limits for the $(100p)$ th percentile. The V_l and V_u factors for the relevant percentile are obtained from figures 7(a) and 7(b).

For the Gumbel data in table 2, for the fifth percentile, $V_l = 6,4$ and $V_u = 2,0$, thus the 90 % confidence limits are $y_l(0,05) = 4,1$ kV and $y_u(0,05) = 5,2$ kV. The maximum likelihood estimate of the fifth percentile is $\hat{y}_p = 4,95$ kV. The confidence bounds for the percentiles, together with the confidence bounds for b , can be plotted on Gumbel paper (figure 3b).

5 Comparisons

A common situation involves testing two (or more) insulation systems to determine which of the two is a "superior" insulation. Analysis of the results from such tests involves proving or disproving the hypothesis that there is a significant difference between the probability distributions of the data for the two systems. The "hypothesis test" is usually performed on the distribution parameters or at a given percentile, e.g. 63 %, 50 % or 31 % probabilities. For power systems insulation, it may be relevant to test for significant differences at low probabilities of failure, say 1 % or 5 %.

L'approche la plus aisée pour comparer les résultats des essais sur deux types d'isolation est de représenter les données d'essai pour chaque isolation sur un papier de probabilité. Cependant, cette méthode peut être trompeuse. Cette section indique des méthodes rigoureuses de test d'hypothèse et présente une procédure graphique simplifiée approximative.

5.1 Tests à hypothèses rigoureuses

Diverses méthodes sont disponibles pour tester l'hypothèse qu'un ensemble de résultats est «significativement» différent d'un autre. La discussion suivante est basée sur la distribution de Weibull mais, avec les transformations des équations (4) et (5), elle s'appliqueront aussi bien à la distribution de Gumbel.

Il est difficile de comparer directement les distributions de deux (ou plusieurs) ensembles de données. Au lieu de cela, les hypothèses spécifiques suivantes, entre autres, sont possibles.

$$H_{\beta}: \beta_1 = \beta_2 \quad (32)$$

$$H_{\alpha}: \alpha_1 = \alpha_2 \quad (33)$$

$$H_p: x_{1p} = x_{2p} \quad (34)$$

où l'indice p se rapporte au p ème percentile des données Weibull, et les indices 1 et 2 se rapportent aux ensembles de données n° 1 et n° 2. Les tests des hypothèses H_{α} et H_p présument souvent que H_{β} est vrai.

Des moyens rigoureux pour prouver ou réfuter les hypothèses ci-dessus sont habituellement basées sur des méthodes de «rapport vraisemblable» ou des approximations de χ^2 . Des tables sont disponibles pour calculer les niveaux de signification, mais ces tables ne couvrent pas toutes les tailles d'échantillon ou tous les tronquages. On trouve des programmes de calcul basés sur le principe du rapport vraisemblable. L'utilisation spécifique de ces programmes et l'interprétation des résultats sont discutés dans la documentation des programmes. Pour ceux qui n'ont pas accès aux programmes de calcul appropriés, une approche «graphique» simplifiée est présentée.

5.2 Méthode simplifiée pour comparer les percentiles

Une technique approximative pour déterminer si deux ensembles de données sont différents est de déterminer si oui ou non les intervalles de confiance pour tout percentile des deux distributions se recouvrent. Si, par exemple, les intervalles de confiance à un percentile spécifique se recouvrent, alors les deux distributions ne sont pas significativement différentes à ce percentile. Inversement, si les intervalles de confiance ne se recouvrent pas au percentile choisi, alors il est probable que les deux distributions sont significativement différentes à ce percentile. Cependant, il est important de noter que, avec un petit nombre de spécimens, les intervalles de confiance sont, en général, relativement grands, et que les conclusions dans ces cas sont plutôt faibles.

Ce type de test est indépendant du paramètre de forme des deux distributions. Noter cependant que si les paramètres de forme sont différents, une différence significative peut exister à un percentile mais pas à un autre. Les intervalles de confiance pour les percentiles peuvent être calculés selon la méthode décrite en 4.5.1.

The easiest approach to compare the results of tests on two types of insulation is to plot the test data for each insulation on probability paper. However, this method can be misleading. This section outlines rigorous hypothesis test methods and presents an approximate simplified graphical procedure.

5.1 Rigorous hypotheses tests

Various methods are available to test the hypothesis that one set of test results is "significantly" different from another. The following discussion is based on the Weibull distribution but, with the transformations in equations (4) and (5), it applies equally well to the Gumbel.

It is difficult to compare the distributions of two (or more) sets of data directly. Instead, the following specific hypotheses, among others, are possible.

$$H_{\beta}: \beta_1 = \beta_2 \quad (32)$$

$$H_{\alpha}: \alpha_1 = \alpha_2 \quad (33)$$

$$H_p: x_{1p} = x_{2p} \quad (34)$$

where the subscript p refers to the p th percentile of the Weibull data, and the subscripts 1 and 2 to data sets no. 1 and no. 2. The tests of the hypotheses H_{α} and H_p often assume H_{β} to be true.

Rigorous means for proving or disproving the above hypotheses are usually based on "likelihood ratio" methods or chi-square (χ^2) approximations. Some tables are available for calculating the significance levels, but these tables do not cover all sample sizes or censoring. Computer programs are available which are based on the likelihood ratio principle. Specific use of these programs and the interpretation of the results will be discussed in the program's documentation. For those without access to appropriate computer programs, a simplified "graphical" approach is presented.

5.2 Simplified method to compare percentiles

An approximate technique to determine if two data sets are different is to determine whether the confidence intervals at any percentile of the two distributions overlap, or not. If, for example, the confidence intervals at a specific percentile overlap, there is no indication that the two distributions are significantly different at that percentile. Conversely, if the confidence intervals do not overlap at the selected percentile, then it is likely that the two distributions are significantly different at that percentile. It is, however, important to note that with small numbers of specimens the confidence intervals are, in general, relatively wide, so that the conclusions in such cases are rather weak.

This type of test is independent of the shape parameter of the two distributions. Note, however, that if the shape parameters are different, a significant difference may exist at one percentile, but not at another. The confidence intervals for the percentiles can be calculated as described in 4.5.1.

Il est souvent utile d'analyser les données d'essai de comparaison sur un papier de probabilité Weibull. Porter les données des deux (ou de plusieurs) essais sur le même papier gradué. Comme il est décrit en 4.5.1, représenter les limites de tolérance à 90 % pour chaque ensemble de données. Lorsque les intervalles de confiance ne se recouvrent pas, il y a une forte probabilité que les deux ensembles de données soient significativement différents.

Cette procédure est illustrée avec les données d'essais du tableau 3 qui sont aussi représentées à la figure 8a. L'intervalle de confiance à 90 % pour chaque ensemble de données est représenté à la figure 8b. Pour les percentiles plus grands qu'environ 10 %, les deux intervalles ne se recouvrent pas et, par conséquent, il y a une différence significative entre les deux isolations pour des contraintes à champ élevé et pour de fortes probabilités de défaillance. Noter que pour de faibles probabilités de défaillance, les intervalles se recouvrent et alors une différence significative n'est pas certaine. En principe, il est nécessaire d'essayer plus d'éprouvettes pour déterminer s'il existe une différence significative pour de faibles probabilités de défaillance.

6 Interprétation des données d'endurance électrique

Le but des essais d'endurance électrique est d'établir une relation entre la durée de vie d'essai en laboratoire et la tension d'essai en laboratoire (ou contrainte de tension) pour le système d'isolation spécifique essayé, sur l'étendue des conditions d'essai utilisées dans le programme d'essai.

Cette relation de performance en laboratoire ne peut pas être utilisée directement pour établir en termes absolus la performance projetée du système d'isolation dans les conditions de service. Comme cela est reconnu dans la CEI 505, il est souhaitable en fin de compte de pouvoir faire des évaluations directement en termes absolus. Cependant, dans l'état actuel des connaissances sur la technologie d'isolation électrique, une évaluation directe n'est pas possible. Seules des évaluations comparatives sont possibles, actuellement.

Si la performance estimée dans les conditions de service du système d'isolation identique à celui qui a été soumis aux essais de laboratoire peut être évaluée en accord avec les principes exposés dans la CEI 791, alors une relation entre la performance en laboratoire et la performance estimée en service peut être établie pour ce système d'isolation.

Si, en retour, la performance en laboratoire d'un second système d'isolation est établie en utilisant un programme identique d'essais en laboratoire, alors la performance projetée du second système d'isolation dans les conditions de service peut être établie par comparaison avec la relation entre la performance en laboratoire et la performance estimée en service du premier système d'isolation.

L'utilité de ces relations dépend de la validité et de la précision du modèle de défaillance choisi pour les représenter.

6.1 Choix d'un modèle de défaillance

Choisir le modèle de défaillance le plus valable pour le programme d'essai équivalent à établir la relation entre le temps de défaillance et la tension d'essai sur la gamme de tensions couverte par les essais à différentes tensions constantes dans le programme d'essai.

It is often useful to analyse comparison test data on Weibull probability paper. Plot the data from the two (or more) tests on the same graph paper. As described in 4.5.1, plot the 90 % tolerance bounds for each data set. Where the confidence intervals do not overlap, there is a high probability that the two data sets are significantly different.

This procedure is illustrated with the test data in table 3, which are also plotted in figure 8a. The 90 % confidence interval for each data set is shown in figure 8b. For percentiles greater than about 10 %, the two intervals do not overlap and therefore there is a significant difference between the two insulations at high field stresses and at high probabilities of failure. Note that for low probabilities of failure the intervals overlap and thus a significant difference is *not assured*. In principle, more specimens need to be tested to determine if a significant difference exists at low probabilities of failure.

6 Interpretation of electrical endurance data

The purpose of electrical endurance testing is to establish a relationship between the laboratory test life and the laboratory test voltage (or voltage stress) for the specific insulation system tested, over the range of test conditions employed in the test program.

This laboratory performance relationship cannot be used directly to establish intended performance of the insulation system under service conditions in absolute terms. As is recognized in IEC 505, it is desirable ultimately to be able to make evaluations, directly, in absolute terms. However, based on the present state of the art of electrical insulation technology, direct evaluation is not possible. Only comparative evaluations are possible at this time.

If the estimated performance under service conditions of the identical insulation system that was subjected to laboratory testing can be evaluated in accordance with the principles outlined in IEC 791, then a relationship between laboratory performance and estimated service performance can be established for this insulation system.

If, in turn, the laboratory performance of a second insulation system is established by using an identical laboratory test program, then the intended performance of the second insulation system under service conditions can be established by comparison with the relationship between the laboratory and estimated service performance of the first insulation system.

The usefulness of these relationships is dependent on the validity and accuracy of the failure model chosen to represent them.

6.1 Choosing a failure model

The selection of the most valid failure model for the test program is equivalent to establishing the relationship between failure time and test voltage over the range of voltages covered by the several different constant voltage tests in the test program.

Il est bien connu que, en général, dans un essai d'endurance sous tension, la durée d'essai décroît lorsque la contrainte de tension croît. Bien qu'aucun modèle particulier ne soit prouvé valable de manière concluant, deux modèles mathématiques sont couramment choisis pour exprimer quantitativement cette relation. D'autres modèles sont aussi utilisés mais ne sont pas décrits ici.

6.1.1 *Modèle de puissance inverse*

Le modèle de puissance inverse est décrit par l'équation:

$$L = kV^{-N} \quad (35)$$

où L est le temps jusqu'au claquage à tension constante V , et k et N sont des constantes. Lorsque la tension croît, le temps jusqu'au claquage décroît en proportion inverse de la tension élevée à l'exposant N . Une valeur limite peut être également incorporée.

Si les coordonnées du temps jusqu'au claquage et de la tension (ou de la contrainte de tension) s'ajustent en ligne droite lorsqu'on les porte sur papier gradué log-log, alors le modèle de puissance inverse et l'équation (35) peuvent être présumés valables.

6.1.2 *Modèle exponentiel*

Le modèle exponentiel est décrit par une équation telle que:

$$L = C \exp [-(V - V_t)], \quad V > V_t \quad (36)$$

où C et V_t sont des constantes. Ce modèle admet comme principe fondamental que le claquage ne peut survenir à des tensions (ou des contraintes de tension) inférieures à un seuil V_t .

Si les coordonnées du temps jusqu'au claquage et de la tension (ou de la contrainte de tension) ne s'ajustent pas en ligne droite lorsqu'on les représente sur papier log-log, comme décrit en 6.2, mais s'ajustent en ligne droite lorsque le temps jusqu'au claquage se rapporte à une échelle logarithmique et que la tension (ou la contrainte de tension) se rapporte à une échelle linéaire, alors le modèle exponentiel et l'équation (36) peuvent être présumés valables.

6.2 *Traitement des données d'essai*

Les coordonnées à introduire dans le modèle de défaillance choisi doivent être le temps jusqu'au claquage et la tension (ou la contrainte de tension). Le temps jusqu'au claquage doit être la valeur caractéristique ou représentative obtenue à partir des calculs décrits dans l'article 4 pour chaque niveau de tension utilisé dans le programme d'essai. Il est avantageux d'inclure également les intervalles de confiance aux valeurs caractéristiques.

6.2.1 *Essais sous contrainte de tension croissante*

Les données d'essai provenant directement des essais sous contrainte de tension croissante seront sous la forme de tension d'essai et de vitesse de montée de tension.

Pour l'introduction dans le modèle de défaillance choisi, ces données doivent être transformées en coordonnées du temps jusqu'au claquage et de la tension (ou contrainte de tension). Un certain nombre de méthodes pour effectuer cette transformation mathématique ont été publiées dans la littérature technique et ne seront pas décrites ici.

It is well known that, in general, elapsed test time in a voltage endurance test decreases as the test voltage stress increases. Although no individual model has been conclusively proven to be valid, two mathematical models have been most commonly selected to express this relationship quantitatively. Other models have also been used but will not be described here.

6.1.1 *Inverse power model*

The inverse power model is described by the equation:

$$L = kV^{-N} \quad (35)$$

where L is the time to breakdown at constant voltage V , and k and N are constants. As the voltage increases, the time to breakdown decreases in inverse proportion to the voltage raised to the exponent N . A threshold value can also be incorporated

If the co-ordinates of time to breakdown and voltage (or voltage stress) fit a straight line when plotted on log-log graph paper, then the inverse power model and the equation (35) can be assumed to be valid.

6.1.2 *Exponential model*

The exponential model is described by an equation such as:

$$L = C \exp [-(V - V_t)], \quad V > V_t \quad (36)$$

where C and V_t are constants. This model has a built-in threshold principle such that breakdown cannot occur at voltages (or voltage stresses) less than V_t .

If the co-ordinates of time to breakdown and voltage (or voltage stress) do not fit a straight line when plotted on log-log paper, as described in 6.2, but do fit a straight line when the time to breakdown is referred to a logarithmic scale and the voltage (or voltage stress) is referred to a linear scale, then the exponential model and the equation (36) can be assumed to be valid.

6.2 *Handling the test data*

The co-ordinates required for introduction into the selected failure model are time to breakdown and voltage (or voltage stress). The time to breakdown must be the characteristic or representative value derived from the calculations described in clause 4 for each level of voltage employed in the test program. It is beneficial to have the confidence intervals at the characteristic values for inclusion as well.

6.2.1 *Progressive voltage stress tests*

The test data resulting directly from the progressive voltage stress tests will be in the form of test voltage and rate of rise of voltage.

For introduction into the selected failure model, these data must be transformed into co-ordinates of time to breakdown and voltage (or voltage stress). A number of procedures for making this mathematical transformation have appeared in the technical literature, and will not be described here.

6.2.2 *Essais sous contrainte de tension constante*

Les données provenant des essais sous contrainte de tension constante seront sous une forme permettant une introduction directe dans le modèle de défaillance choisi.

6.3 *Représentation graphique des données*

Les coordonnées obtenues en 6.2 sont représentées conformément au modèle de défaillance choisi.

Puisque les données fournies par des lois de valeurs extrêmes à chaque tension d'essai ne sont pas symétriques, il n'est pas strictement valable d'utiliser une méthode de régression linéaire pour établir l'équation de la ligne droite qui s'ajuste au mieux à la relation entre ces données sur le graphique de la tension (ou de la contrainte de tension) par rapport au temps.

Une méthode approchée consiste à faire une analyse de régression linéaire des logarithmes des données de temps jusqu'au claquage en utilisant toute méthode arithmétique conventionnelle ou programme de calcul, et de représenter les anti-logarithmes des coordonnées de la ligne résultante sur le graphique approprié pour le modèle de défaillance choisi. Des intervalles de confiance à différentes tensions (ou contraintes de tension) peuvent aussi être calculés et représentés.

Un exemple du traitement d'un ensemble de données hypothétiques est donné dans l'annexe B. Pour cet exemple, on a supposé le modèle de puissance inverse et inclus les intervalles de confiance calculés. Les données d'endurance à la tension ont été représentées sur un graphique log-linéaire dans la figure B3 et sur un graphique log-log dans la figure B4.

6.4 *Interprétation*

La représentation graphique du temps jusqu'au claquage en fonction de la tension (ou contrainte de tension) et l'exposant de l'équation obtenue, comme décrit en 6.3, deviennent les figures de mérite pour l'endurance électrique du système d'isolation spécifique dans les conditions de l'essai.

6.5 *Limitations*

Toutes les conclusions obtenues par l'analyse statistique des données d'essai ne sont rigoureusement valables que dans les limites des conditions d'essai utilisées pour obtenir les données et pour les systèmes d'isolation spécifiques inclus dans le programme d'essai.

L'extrapolation au-delà des limites des conditions d'essai est dangereuse, et s'il y a une discontinuité dans la relation entre le taux de défaillance et le temps, à différentes contraintes de tension, l'extrapolation au-delà de cette discontinuité est complètement nulle et erronée. En l'absence d'une telle discontinuité, l'erreur de prédiction (même avec un modèle correct) devient très rapidement excessivement grande.

6.2.2 *Constant voltage stress tests*

The test data resulting from constant voltage stress tests will be in a suitable form for direct introduction in the selected failure model.

6.3 *Plotting the data*

The co-ordinates derived in 6.2 are plotted in accordance with the selected failure model.

Since the data provided by extreme value distributions at each test voltage are not symmetrical, it is not strictly valid to use a linear regression method to establish the equation for the straight line which best fits the relationship between those data on the voltage (or voltage stress) versus time graph.

An approximate procedure is to make a linear regression analysis of the logarithms of the time-to-breakdown data using any conventional arithmetic procedure or computer program, and plot the antilogarithms of resulting line co-ordinates on the appropriate graph for the selected failure model. Confidence intervals at varying voltages (or voltage stresses) can also be calculated and plotted.

An example of the handling of a set of hypothetical data is given in Annex B. For this example, the inverse power model has been assumed and calculated confidence intervals have been included. The voltage endurance data have been plotted on a log-linear graph in figure B3 and on a log-log graph in figure B4.

6.4 *Interpretation*

The plot of time-to-breakdown against voltage (or voltage stress) and the exponent of the derived equation, as described in 6.3, become the figures of merit for the electrical endurance of the specific insulation system under the conditions of the test.

6.5 *Limitations*

Any conclusions derived from statistical analysis of test data are rigorously valid only within the limits of the test conditions used to derive the data, and for the specific insulation systems included in the test program.

Extrapolation beyond the limits of the conditions of test is dangerous, and if a discontinuity exists in the relationship between failure rate and time, at different voltage stresses, extrapolation beyond that discontinuity is completely invalid and erroneous. In the absence of such discontinuity, the error of prediction (even with a correct model) becomes excessively large very quickly.

7 Méthodes d'essai et procès-verbaux

Lorsque des systèmes d'isolation sont essayés, il est important pour l'homogénéité que les méthodes d'essai spécifient les points suivants:

- a) le modèle d'extrapolation qu'il convient d'utiliser;
- b) s'il convient d'utiliser la tension ou la contrainte de tension;
- c) s'il convient que les tensions soient exprimées en valeur efficace ou en valeur de crête;
- d) la gamme de tensions ou de contraintes de tension dans laquelle les valeurs d'endurance des systèmes d'isolation peuvent être extrapolées, ou la valeur à laquelle il convient de limiter l'extrapolation;
- e) le traitement statistique qu'il convient d'utiliser;
- f) les valeurs spécifiques qu'il convient d'utiliser pour quantifier la performance.

Le procès-verbal doit inclure la représentation graphique du temps jusqu'au claquage par rapport à la tension (ou à la contrainte de tension) et la valeur numérique de l'exposant de la fonction mathématique ainsi que les détails spécifiés par le comité d'études du matériel.

Ces conditions et ces considérations peuvent être différentes pour les divers types de matériels et les divers systèmes d'isolation.

7 Test procedures and reports

When insulation systems are tested, it is important for uniformity that the test procedures specify the following:

- a) the extrapolation model that should be used;
- b) whether voltage or voltage stress should be used;
- c) whether voltage should be expressed in r.m.s or peak values;
- d) the voltage range or voltage stress range over which the endurance values of insulation systems may be extrapolated, or the value to which the extrapolation should be limited;
- e) the statistical treatment that should be used;
- f) the specific values that should be used to quantify performance.

The report should include the plot of time-to-breakdown versus voltage (or voltage stress) and the numerical value of the exponent of the mathematical relationship, as well as the details specified by the equipment technical committee.

These conditions and considerations may be different for various types of equipment and insulation systems.

Tableau 1 – Données de claquage sur des éprouvettes d'époxyde

Table 1 – Breakdown data on epoxy specimens

Eprouvette n° Specimen no. i	$F(t_i)$ %	Temps de claquage t_i (h) Breakdown time t_i (h)
1	10	15,3
2	20	30,3
3	30	48,5
4	40	89,4
5	50	90,4
6	60	105,7
7	70	144,9
8	80	–
9	90	–

Tableau 2 – Tension de claquage de l'huile

Table 2 – Breakdown voltage of oil

Eprouvette n° Specimen no. i	$G(y_i)$ %	Tension de claquage y_i (kV) Breakdown voltage y_i (kV)
1	9	5,0
2	18	5,0
3	27	5,2
4	36	5,6
5	45	5,7
6	54	5,7
7	64	5,8
8	73	5,8
9	82	–
10	91	–

Tableau 3 – Contraintes de claquage (kV/mm) du polyéthylène de deux processus de fabrication

Table 3 – Breakdown stresses (kV/mm) of polyethylene from two manufacturing processes

Défaillance n° Failure no.	Processus 1 (trié) Process 1 (screened)	Processus 2 (non trié) Process 2 (unscreened)
1	35	39
2	35	45
3	36	49
4	40	49
5	43	53
6	43	53
7	43	53
8	46	53
9	46	55
10	48	55
11	48	57
12	48	57
13	48	57
14	48	57
15	48	61
16	51	64
17	51	64
18	51	65
19	51	67
20	57	68

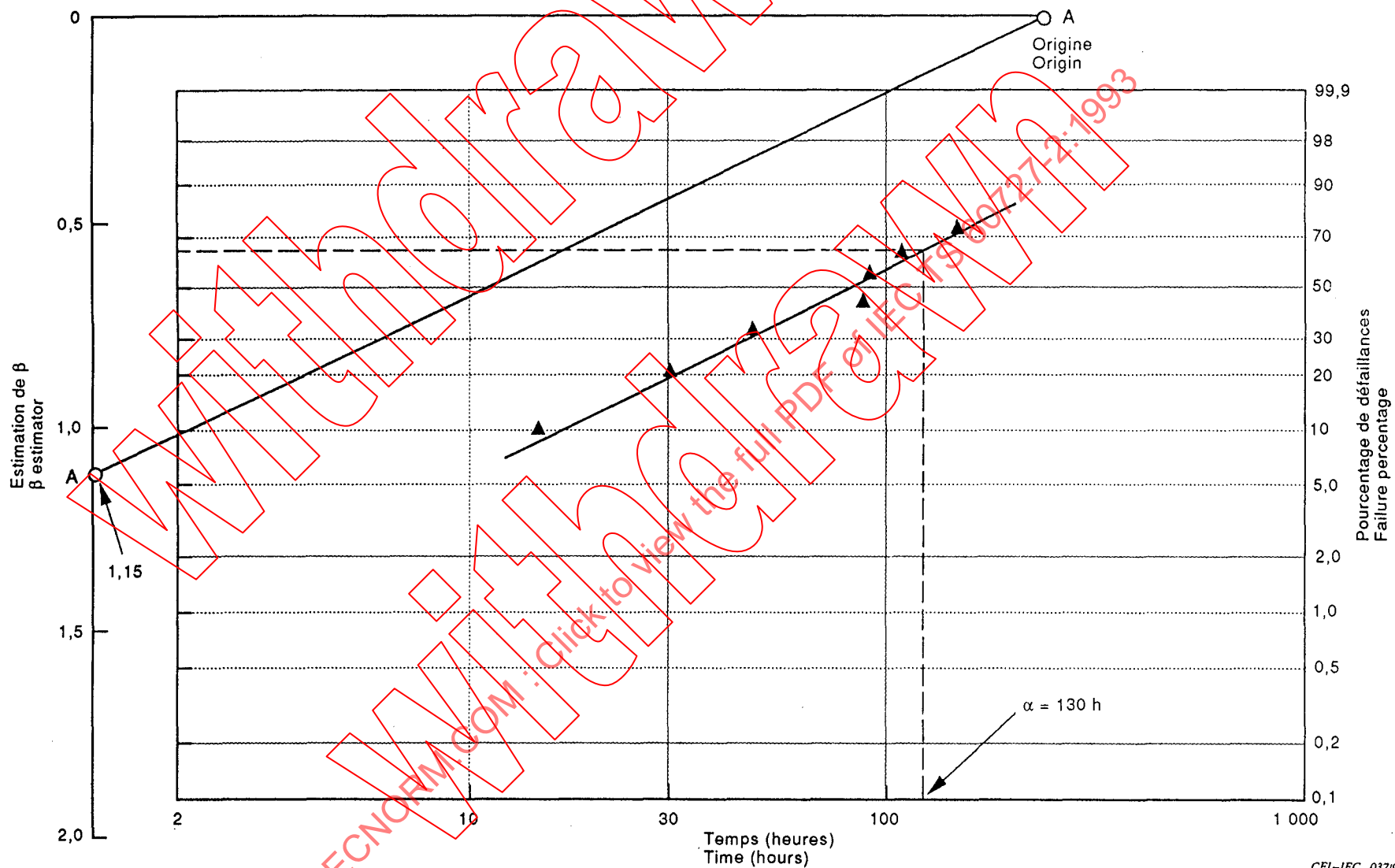
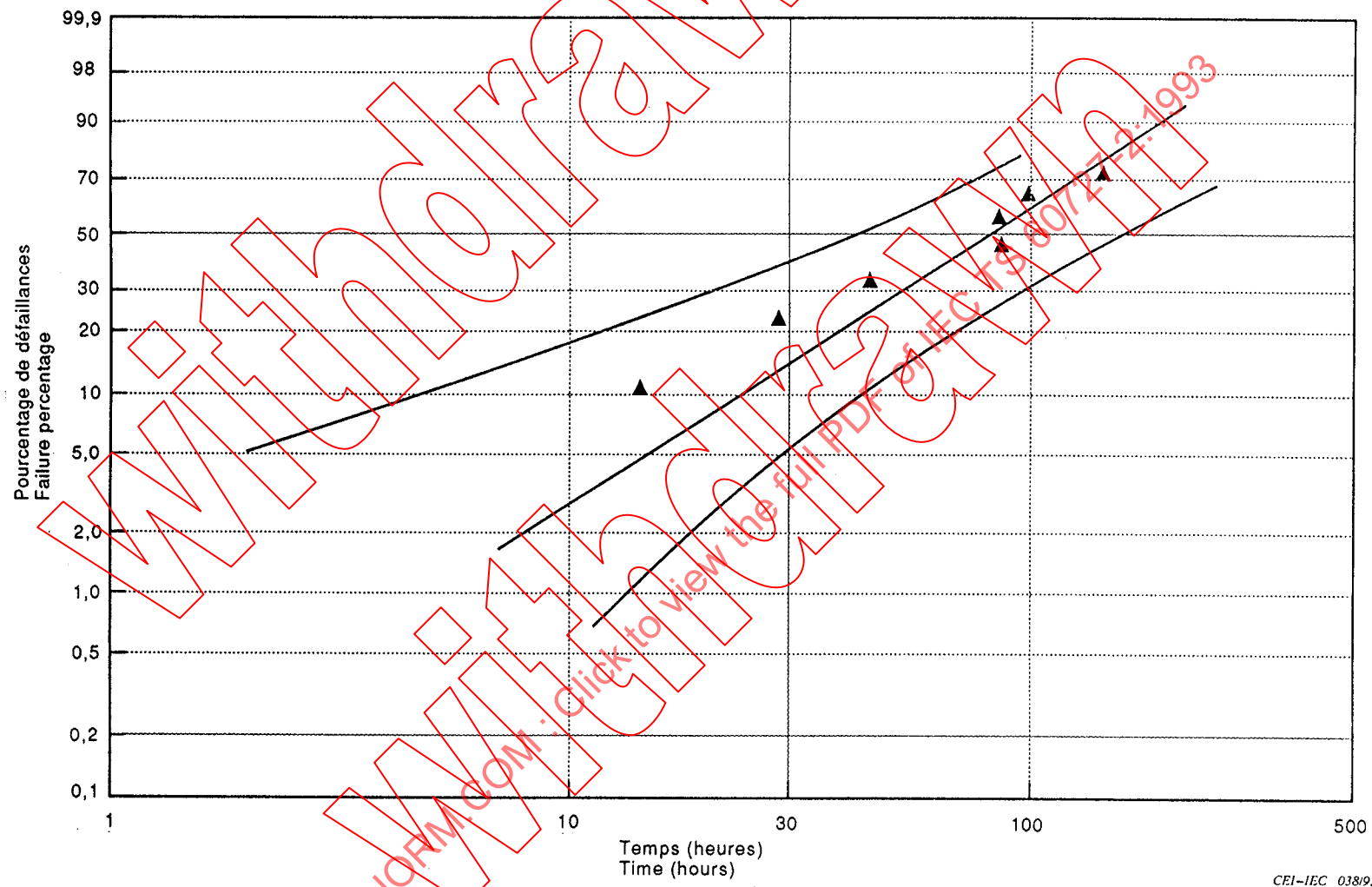


Figure 1a – Représentation graphique Weibull de données de défaillance avec droite ajusté "à l'oeil"

Weibull plot of failure data with line fit "by eye"



CEI-IEC 038/93

Figure 1b – Représentation graphique Weibull des limites de confiance à 90 % pour les percentiles et la droite ajustée au mieux

Weibull plot of 90 % confidence bounds for percentiles and maximum likelihood fitted line

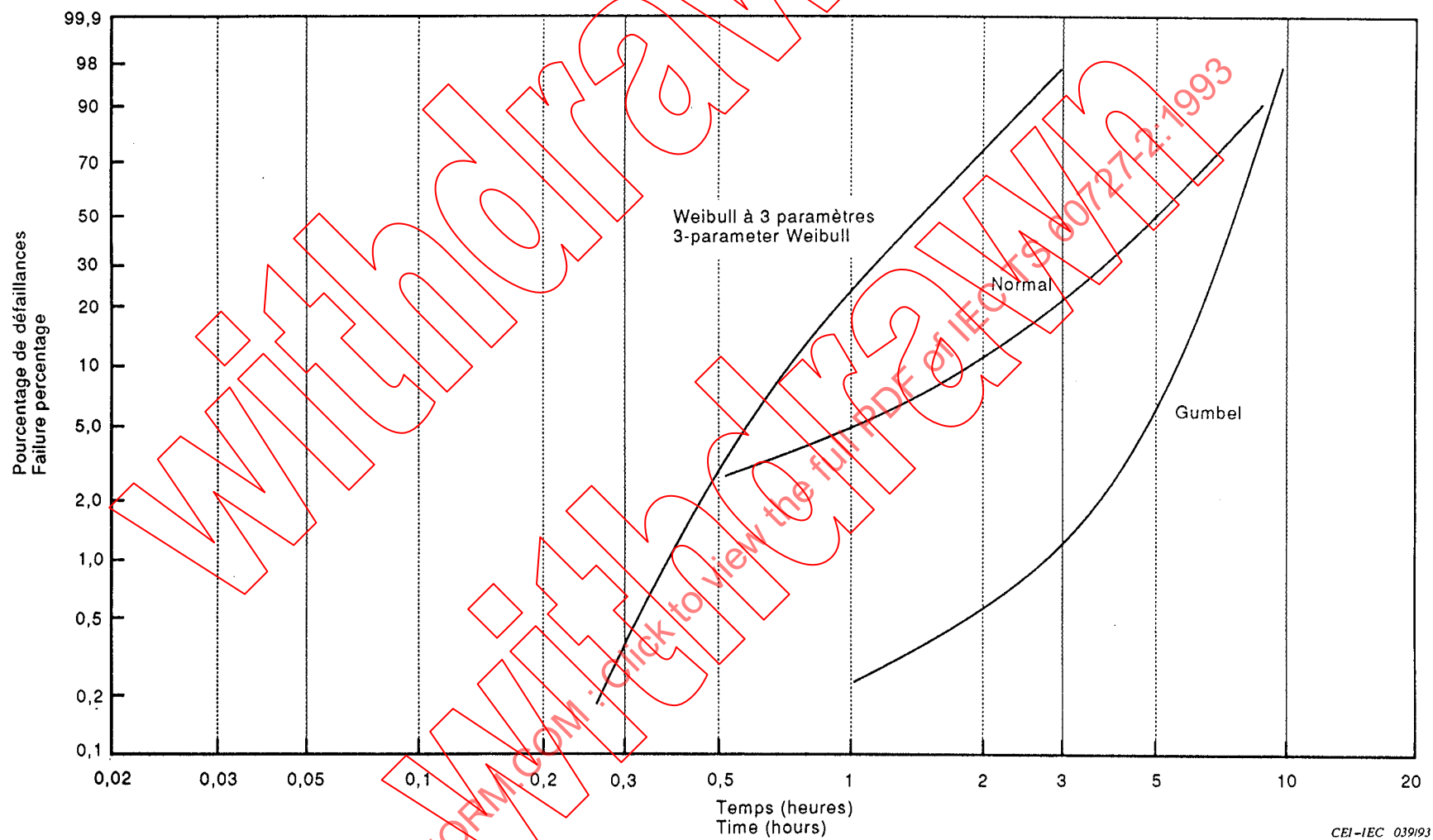


Figure 2 – Représentation graphique d'autres distributions sur papier gradué Weibull à deux paramètres

Plots of other distributions on 2-parameter Weibull paper

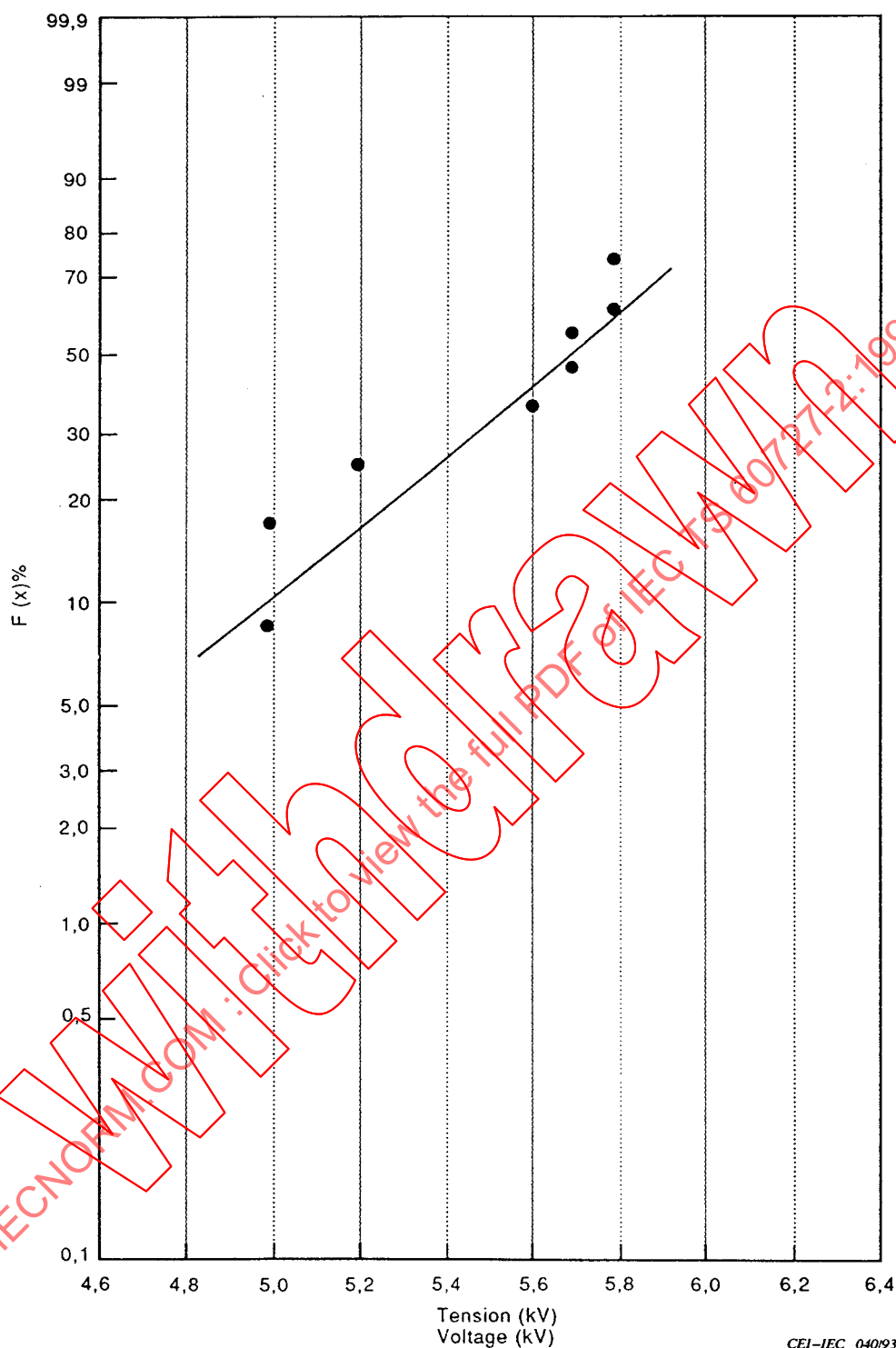


Figure 3a – Représentation graphique de probabilité Gumbel des données du tableau 2 (la droite est ajustée à l'oeil)

Gumbel probability plot of data in table 2
(the line is fitted by eye)

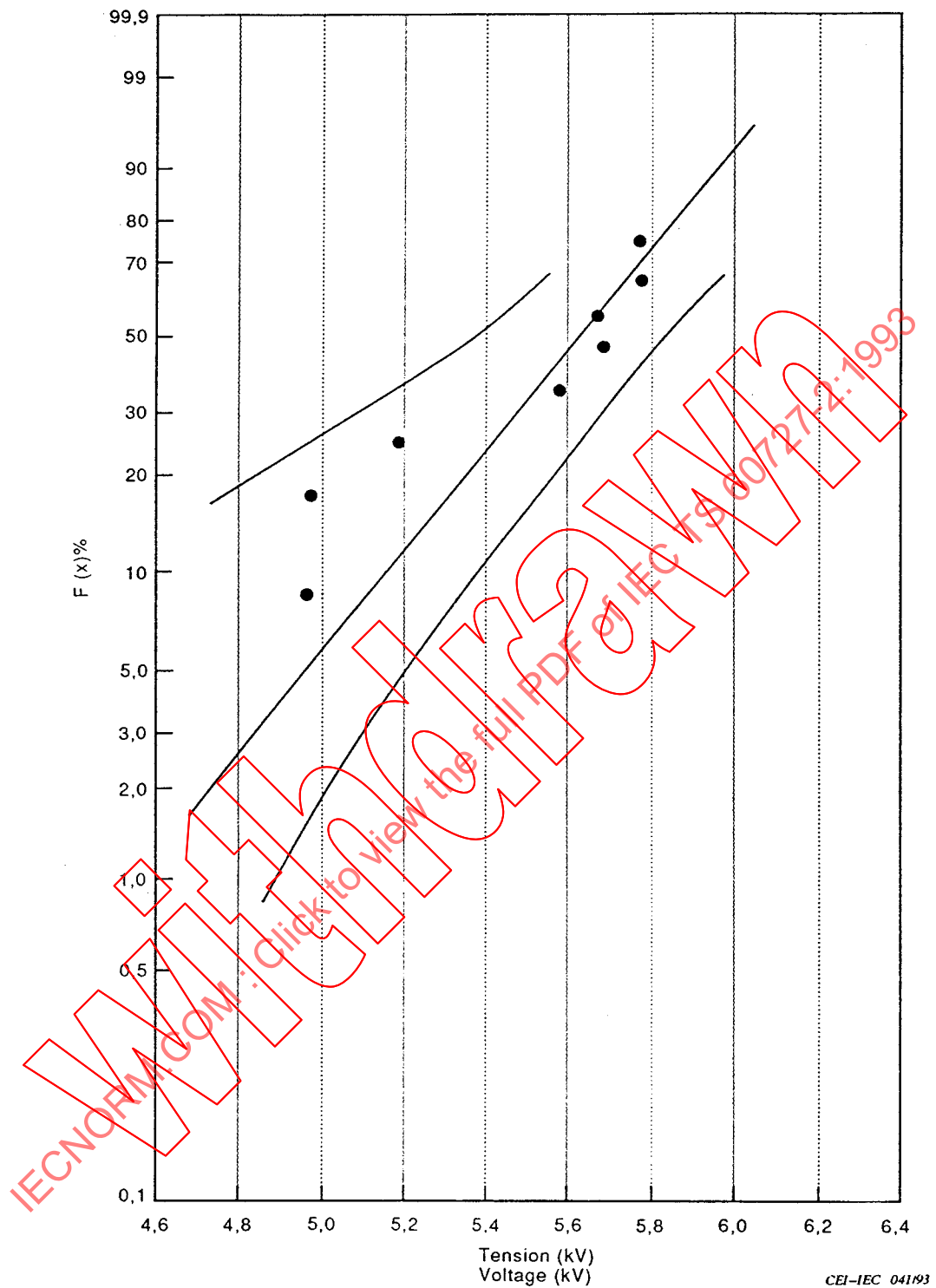


Figure 3b – Limites de confiance à 90 % sur une droite ajustée au mieux

90 % confidence bounds on maximum likelihood fitted line

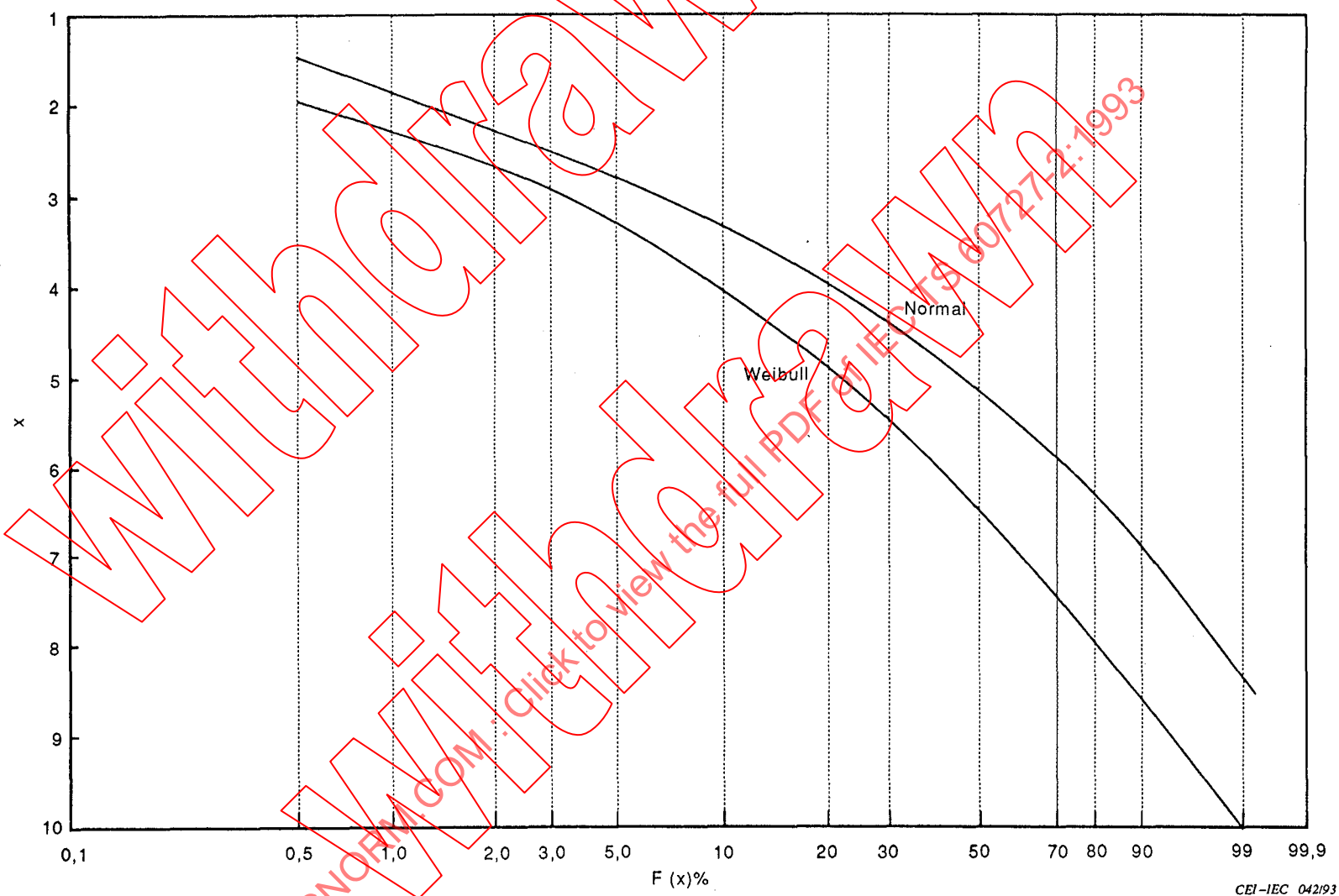


Figure 4 – Représentation graphique d'autres distributions sur papier de probabilité Gumbel

Plots of other distributions on Gumbel probability paper

Annexe A
(informative)

Annex A
(informative)

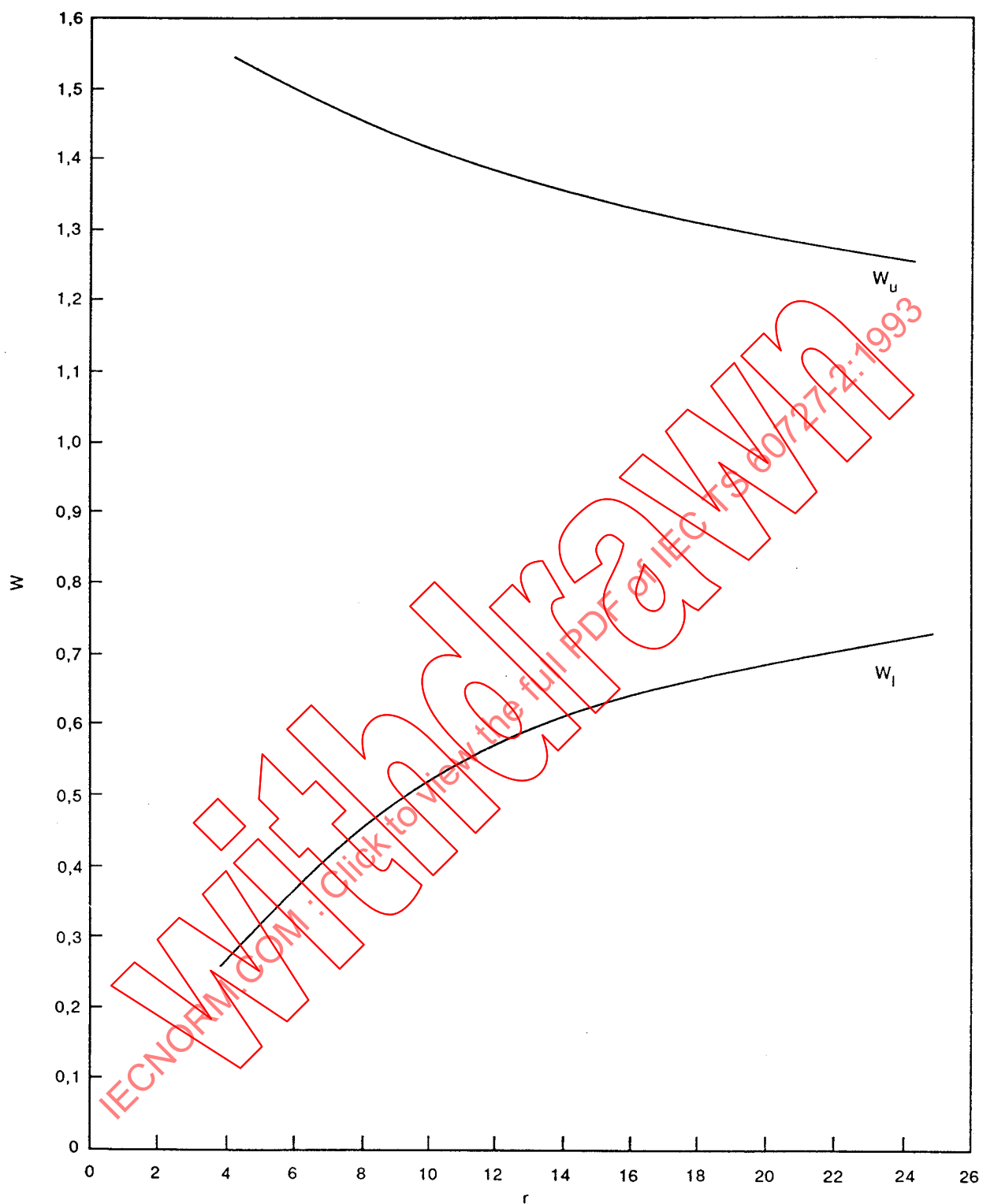
Programme BASIC pour calculer $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$

BASIC program to calculate $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$

```

10      REM PROGRAM CALCULATES MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATES
12      REM OF WEIBULL PARAMETERS
15      REM A FIRST GUESS FOR BETA IS REQUIRED
20      DIM TIME (25), LNTIME (25), A (3)
30      PRINT "INPUT N-NO. OF SAMPLES TESTED"
40      INPUT N
50      PRINT "INPUT R-NO. OF SAMPLES FAILED"
60      INPUT R
70      PRINT "INPUT TS-TIME OR VOLTAGE TEST STOPPED"
80      INPUT TS
85      LTS = LOG (TS)
90      PRINT "INPUT FIRST ESTIMATE FOR BETA"
100     INPUT BETA
110     ITER = 0
120     C = 0
130     PRINT "INPUT THE FAILURE TIMES OR VOLTAGES"
140     FOR I = 1 TO R
150     INPUT TIME (I)
160     LNTIME (I) = LOG (TIME (I))
170     C = C + LNTIME (I)
180     NEXT I
190     C = C/R
200     FOR J = 1 TO 3
210     SUM = 0
220     FOR K = 1 TO R
230     SUM = SUM + ((TIME (K)^BETA)*(LNTIME(K)^(J-1)))
240     NEXT K
250     A(J) = SUM + (N-R)*(TS^BETA)*(LTS^(J-1))
260     NEXT J
270     QUOT = A (2)/A(1)
280     FPRIME = A(3)/A(1)-(QUOT^2)+((1./BETA)^2)
290     F = QUOT-(1./BETA)-C
300     BETA=BETA-F/FPRIME
310     ITER = ITER +1
320     IF ITER>20 THEN 370
330     IF ABS (F)>0.0001 THEN 200
340     ALPHA = (A(1)/R)^(1./BETA)
350     PRINT "ALPHA ="; ALPHA
352     PRINT "BETA ="; BETA
354     PRINT "ITERATIONS ="; ITER
360     STOP
370     PRINT "DID NOT CONVERGE"
380     PRINT "NEED A BETTER ESTIMATE OF BETA"
390     STOP
400     END
READY

```



CEI-IEC 043/93

Figure 5 – Facteurs W pour le calcul des intervalles de confiance à 90 % pour $\hat{\beta}$ et $\hat{b}$
 W factors for calculating 90 % confidence intervals for $\hat{\beta}$ et $\hat{b}$

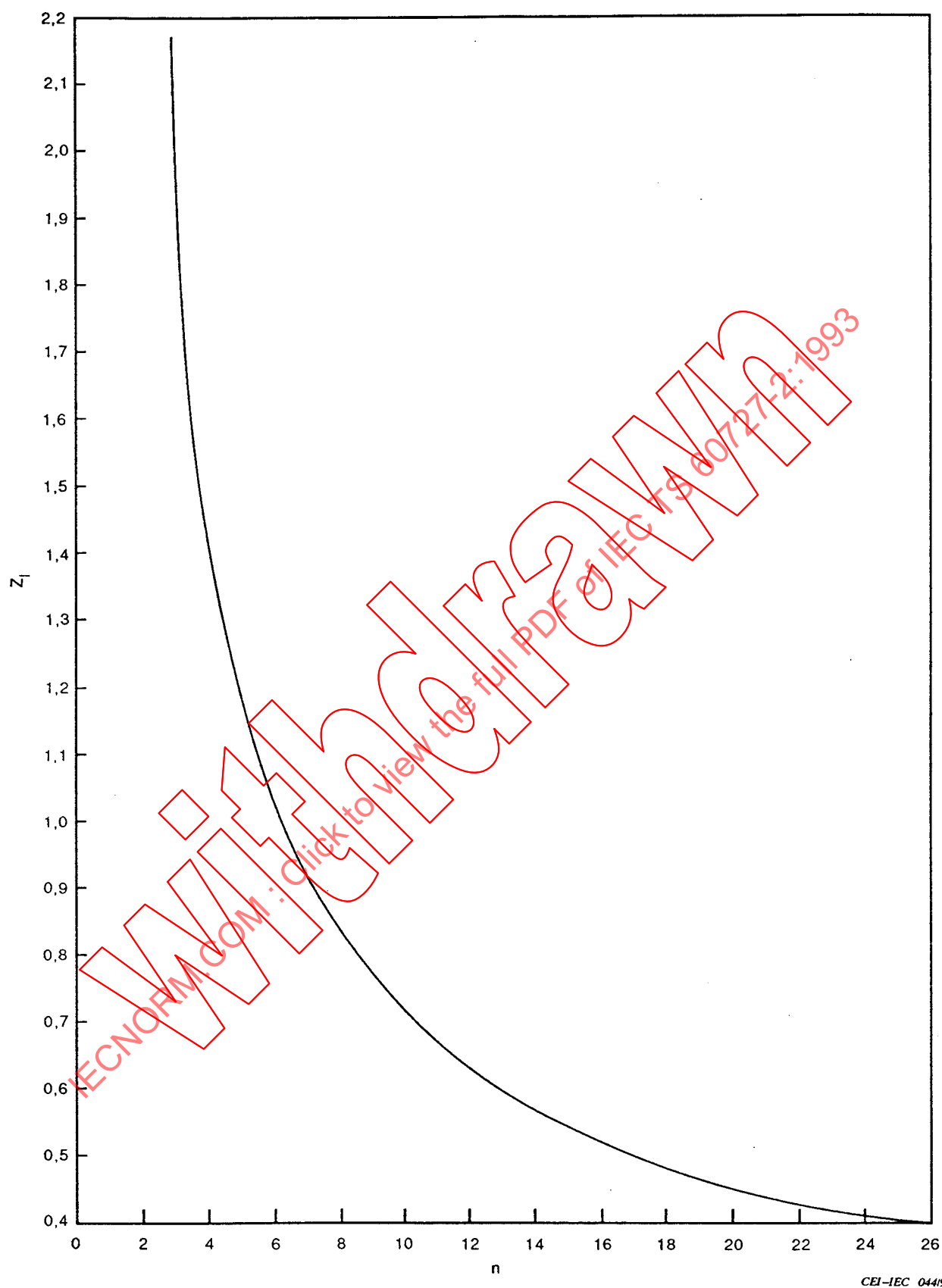
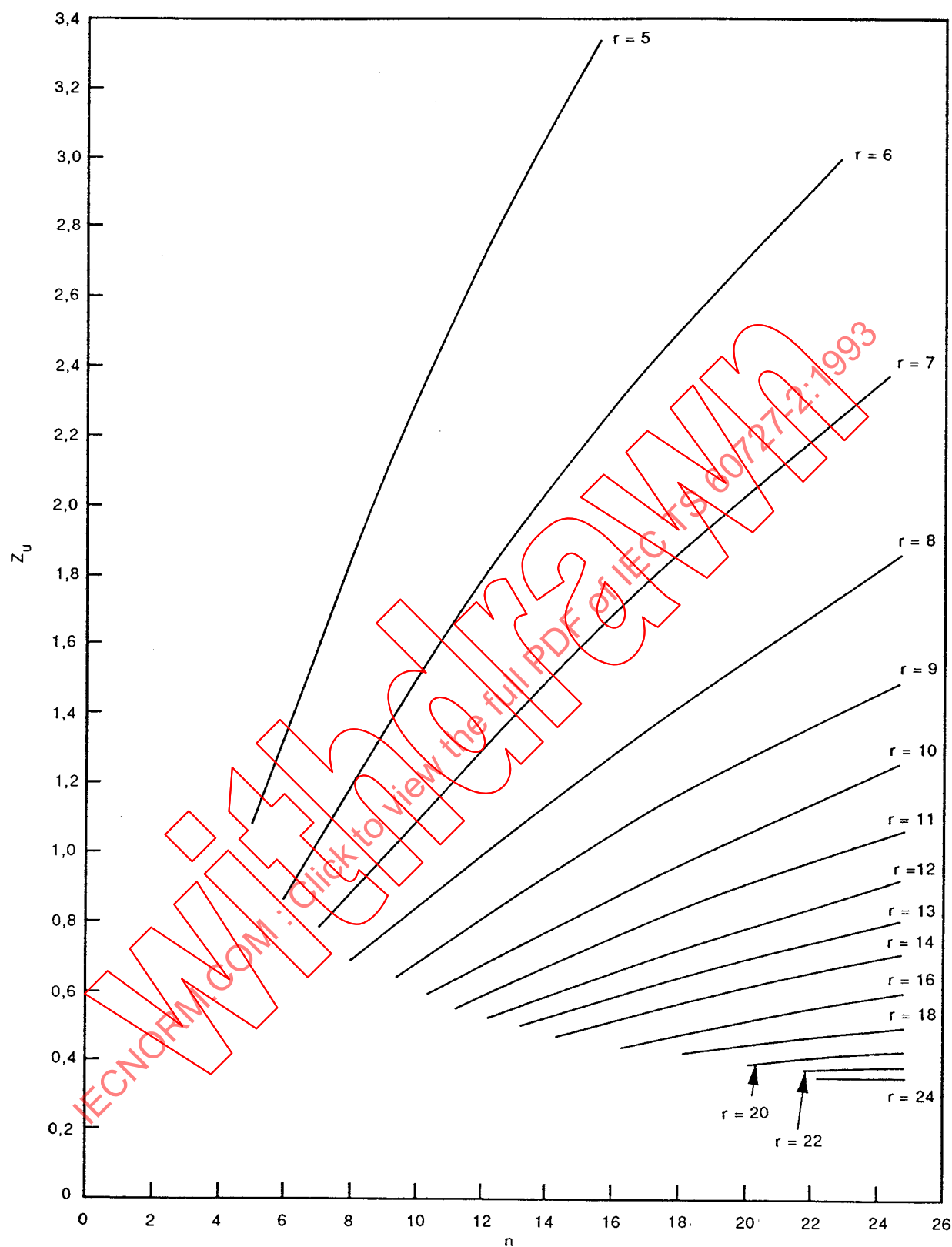


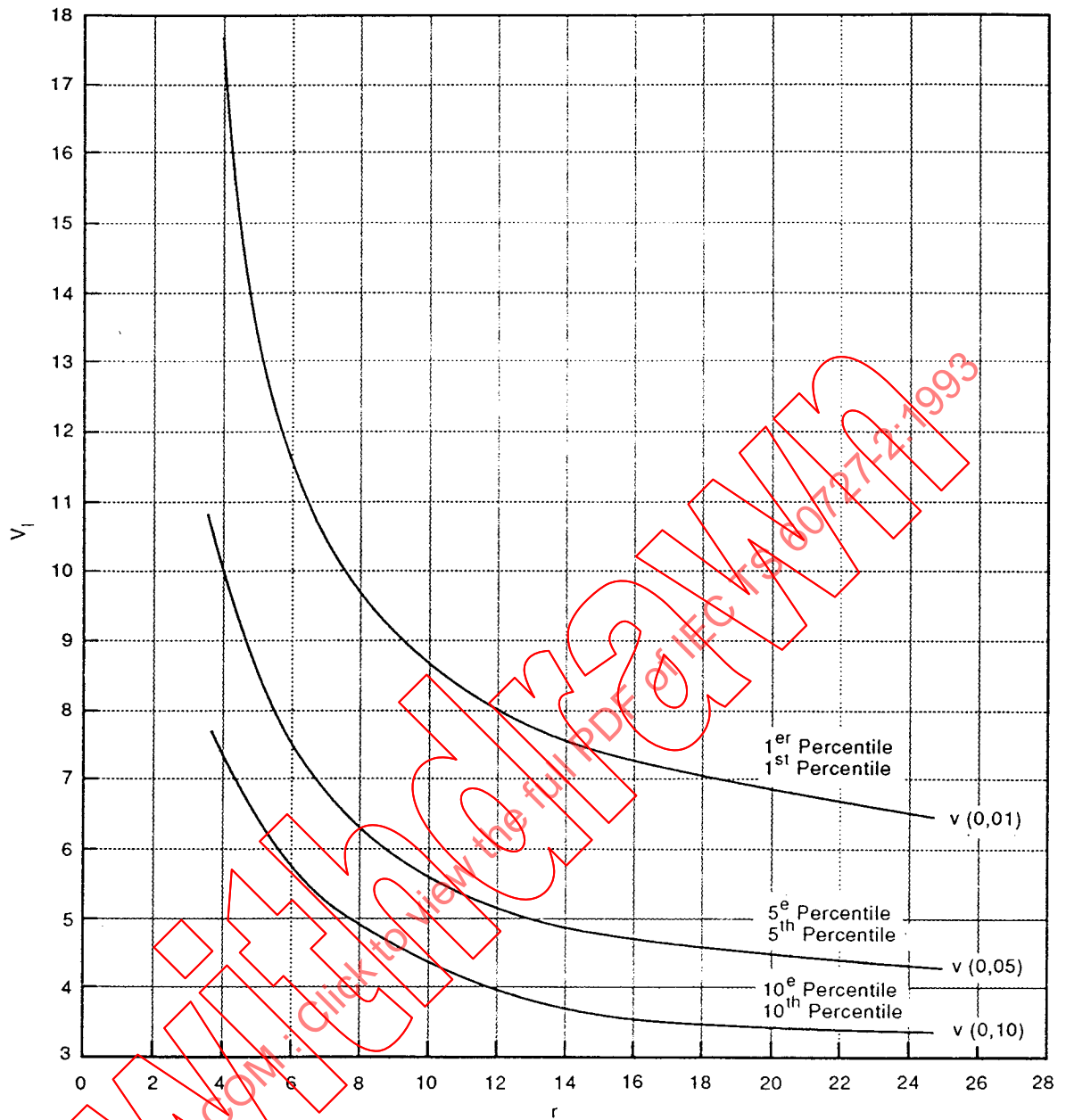
Figure 6a – Facteur Z_1 pour calculer l'intervalle de confiance à 90 % pour α_1 et u_1

Z_1 factor to calculate 90 % confidence interval for α_1 and u_1



CEI-IEC 045/93

Figure 6b – Facteur Z_u pour calculer les limites de confiance à 90 % pour α_u et u_u Z_u factor to calculate 90 % confidence bounds for α_u and u_u



CEI-IEC 046/93

Figure 7a – Facteur V_1 pour calculer les limites de tolérance à 90 % pour les $(100p)^{\text{ièmes}}$ percentiles de Gumbel et de Weibull

V_1 factor for calculating the 90 % tolerance bounds for Gumbel and Weibull $(100p)^{\text{th}}$ percentiles