

INTERNATIONAL STANDARD NORME INTERNATIONALE



31/XI

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION • МЕЖДУНАРОДНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ • ORGANISATION INTERNATIONALE DE NORMALISATION

Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology

First edition — 1978-03-15

Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique

Première édition — 1978-03-15

UDC/CDU 53.081

Ref. No./Réf. n° : ISO 31/XI-1978 (E/F)

Descriptors : symbols, signs, mathematics, physics, technology, definitions./**Descripteurs :** symbole, signe, mathématique, physique, technologie, définition.

Price based on 29 pages/Prix basé sur 29 pages

FOREWORD

ISO (the International Organization for Standardization) is a worldwide federation of national standards institutes (ISO member bodies). The work of developing International Standards is carried out through ISO technical committees. Every member body interested in a subject for which a technical committee has been set up has the right to be represented on that committee. International organizations, governmental and non-governmental, in liaison with ISO, also take part in the work.

Draft International Standards adopted by the technical committees are circulated to the member bodies for approval before their acceptance as International Standards by the ISO Council.

International Standard ISO 31/XI was developed by Technical Committee ISO/TC 12, *Quantities, units, symbols, conversion factors and conversion tables*, and was circulated to the member bodies in July 1975.

It has been approved by the member bodies of the following countries:

Austria	India	South Africa, Rep. of
Belgium	Ireland	Sweden
Czechoslovakia	Mexico	Switzerland
Denmark	Netherlands	Turkey
Egypt, Arab Rep. of	New Zealand	United Kingdom
Finland	Norway	U.S.A.
France	Poland	U.S.S.R.
Germany	Romania	Yugoslavia

The member bodies of the following countries expressed disapproval of the document on technical grounds:

Canada
Japan*

* Disagreement concerning the decimal marker only.

This International Standard cancels and replaces ISO Recommendation R 31/XI-1961, of which it constitutes a technical revision.

AVANT-PROPOS

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique correspondant. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO, participent également aux travaux.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour approbation, avant leur acceptation comme Normes internationales par le Conseil de l'ISO.

La Norme internationale ISO 31/XI a été élaborée par le comité technique ISO/TC 12, *Grandeurs, unités, symboles, facteurs de conversion et tables de conversions*, et a été soumise aux comités membres en juillet 1975.

Les comités membres des pays suivants l'ont approuvée :

Afrique du Sud, Rép. d'	Inde	Royaume-Uni
Allemagne	Irlande	Suède
Autriche	Mexique	Suisse
Belgique	Norvège	Tchécoslovaquie
Danemark	Nouvelle-Zélande	Turquie
Égypte, Rép. arabe d'	Pays-Bas	U.R.S.S.
Finlande	Pologne	U.S.A.
France	Roumanie	Yougoslavie

Les comités membres des pays suivants l'ont désapprouvée pour des raisons techniques :

Canada
Japon*

* Désaccord sur le signe décimal uniquement.

Cette Norme internationale annule et remplace la Recommandation ISO/R 31/IX-1961, dont elle constitue une révision technique.

CONTENTS

	Page
Introduction.	1
1 Theory of sets.	3
2 Symbols of mathematical logic.	7
3 Miscellaneous symbols	8
4 Operations.	10
5 Functions	12
6 Exponential and logarithmic functions	16
7 Circular and hyperbolic functions.	17
8 Complex numbers	21
9 Matrices.	22
10 Vectors and tensors	24
11 Special functions.	27

STANDARDSISO.COM : Click to view the full PDF of ISO 31-11:1978

SOMMAIRE

	Page
Introduction.	1
1 Théorie des ensembles	3
2 Symboles de logique mathématique	7
3 Symboles divers	8
4 Opérations	10
5 Fonctions	12
6 Fonctions exponentielles et logarithmiques	16
7 Fonctions circulaires et hyperboliques	17
8 Nombres complexes	21
9 Matrices	22
10 Vecteurs et tenseurs	24
11 Fonctions spéciales	27

STANDARDSISO.COM : Click to view the full PDF of ISO 31-11:1978

Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology

INTRODUCTION

This document, containing a table of *mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology*, is part XI of ISO 31, which deals with quantities and units in the various fields of science and technology. The complete list of parts of ISO 31 is as follows :

Part 0 : *General introduction — General principles concerning quantities, units and symbols.*

Part I : *Quantities and units of space and time.*

Part II : *Quantities and units of periodic and related phenomena.*

Part III : *Quantities and units of mechanics.*

Part IV : *Quantities and units of heat.*

Part V : *Quantities and units of electricity and magnetism.*

Part VI : *Quantities and units of light and related electromagnetic radiations.*

Part VII : *Quantities and units of acoustics.*

Part VIII : *Quantities and units of physical chemistry and molecular physics.*

Part IX : *Quantities and units of atomic and nuclear physics.*

Part X : *Quantities and units of nuclear reactions and ionizing radiations.*

Part XI : *Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology.*

Part XII : *Dimensionless parameters.*

Part XIII : *Quantities and units of solid state physics.*

Special remarks

The recommendations in this document are prepared mainly for use in the physical sciences and technology.

If more than one sign, symbol or expression is given under the same item, they are on an equal footing. Signs, symbols and expressions in the remarks column are given for information.

Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique

INTRODUCTION

Le présent document, contenant un tableau de *signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique*, est la partie XI de l'ISO 31, qui spécifie les grandeurs et unités dans différents domaines de la science et de la technique. La liste complète des parties de l'ISO 31 est la suivante :

Partie 0 : *Introduction générale — Principes généraux concernant les grandeurs, les unités et les symboles.*

Partie I : *Grandeurs et unités d'espace et de temps.*

Partie II : *Grandeurs et unités de phénomènes périodiques et connexes.*

Partie III : *Grandeurs et unités de mécanique.*

Partie IV : *Grandeurs et unités de chaleur.*

Partie V : *Grandeurs et unités d'électricité et de magnétisme.*

Partie VI : *Grandeurs et unités de lumière et de rayonnements électromagnétiques connexes.*

Partie VII : *Grandeurs et unités d'acoustique.*

Partie VIII : *Grandeurs et unités de chimie physique et de physique moléculaire.*

Partie IX : *Grandeurs et unités de physique atomique et nucléaire.*

Partie X : *Grandeurs et unités de réactions nucléaires et rayonnements ionisants.*

Partie XI : *Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique.*

Partie XII : *Paramètres sans dimension.*

Partie XIII : *Grandeurs et unités de la physique de l'état solide.*

Remarques spéciales

Les recommandations dans ce document sont préparées principalement pour emploi dans les sciences physiques et dans la technique.

Lorsque deux ou plusieurs signes, symboles ou expressions sont indiqués sous le même point, ils sont également admissibles. Signes, symboles et expressions dans la colonne « Remarques » sont donnés dans un but d'identification.

STANDARDSISO.COM : Click to view the full PDF of ISO 31-11:1978

1 Theory of sets / Théorie des ensembles

Item No.	Symbol, Sign Symbole, signe	Application Utilisation	Meaning, Reading Sens, énoncé	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-1.1	$\in$	$x \in A$	x belongs to A , x is an element of the set A x appartient à A , x est un élément de l'ensemble A	
11-1.2	$\notin$	$y \notin A$	y does not belong to A , y is not an element of the set A y n'appartient pas à A , y n'est pas un élément de l'ensemble A	
11-1.3	$\ni$	$A \ni x$	the set A contains x (as element) l'ensemble A contient x (comme élément)	
11-1.4	$\nexists$	$A \nexists y$	the set A does not contain y (as element) l'ensemble A ne contient pas y (comme élément)	
11-1.5	$\{, \dots, \}$	$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$	set with elements $x_1, x_2, \dots, x_n$ ensemble dont les éléments sont $x_1, x_2, \dots, x_n$	Also $\{x_i, i \in I\}$, where I denotes a set of indices S'écrit aussi $\{x_i, i \in I\}$ où I est un ensemble d'indices
11-1.6	$\{ \}$	$\{x \in A \mid p(x)\}$	set of those elements of A for which the proposition $p(x)$ is true ensemble des éléments de A pour lesquels la proposition $p(x)$ est vraie	Example: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$ Exemple: $\{x \mid p(x)\}$ If it is clear from the context which set A is considered, the notation $\{x \mid p(x)\}$ can be used Exemple: $\{x \mid x \leq 5\}$ Si le contexte permet de savoir clairement quel est l'ensemble A considéré, on peut utiliser la notation $\{x \mid p(x)\}$ Exemple: $\{x \mid x \leq 5\}$
11-1.7	$\emptyset$		the empty set l'ensemble vide	
11-1.8	$\mathbb{N}$		the set of positive integers and zero l'ensemble des (nombres) entiers positifs et zéro	$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ Exclusion of zero from the sets 11-1.8 to 11-1.12 is denoted by an asterisk, e.g. $\mathbb{N}^*$ L'exclusion de zéro des ensembles 11-1.8 à 11-1.12 est notée par un astérisque, exemple $\mathbb{N}^*$

Item No.	Symbol, Sign Symbole, signe	Application Utilisation	Meaning, Reading Sens, énoncé	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-1.9	$\mathbb{Z}$ $\mathbb{Z}$		the set of integers l'ensemble des (nombres) entiers	$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ See remark to 11-1.8 Voir remarque de 11-1.8
11-1.10	$\mathbb{Q}$ $\mathbb{Q}$		the set of rational numbers l'ensemble des (nombres) rationnels	See remark to 11-1.8 Voir remarque de 11-1.8
11-1.11	$\mathbb{R}$ $\mathbb{R}$		the set of real numbers l'ensemble des (nombres) réels	See remark to 11-1.8 Voir remarque de 11-1.8
11-1.12	$\mathbb{C}$ $\mathbb{C}$		the set of complex numbers l'ensemble des (nombres) complexes	See remark to 11-1.8 Voir remarque de 11-1.8
11-1.13	$\subseteq$	$B \subseteq A$	B is included in A , B is a subset of A B est inclus dans A , B est contenu dans A , B est une partie de A	Every element of B belongs to A . $\subset$ is also used, but see remark to 11-1.14 Tout élément de B appartient à A . $\subset$ est aussi utilisé, mais voir remarque de 11-1.14
11-1.14	$\subset$	$B \subset A$	B is properly included in A , B is a proper subset of A B est strictement inclus dans A , B est strictement contenu dans A	Every element of B belongs to A , but B is not equal to A . If $\subset$ is used for 11-1.13, then $\subsetneq$ should be used for 11-1.14 Tout élément de B appartient à A , mais B n'est pas égal à A . Si $\subset$ est utilisé pour 11-1.13, $\subsetneq$ doit être utilisé pour 11-1.14
11-1.15	$\nsubseteq$	$C \nsubseteq A$	C is not included in A , C is not a subset of A C n'est pas inclus dans A , C n'est pas contenu dans A , C n'est pas une partie de A	$\nsubseteq$ is also used $\nsubseteq$ est aussi utilisé
11-1.16	$\supseteq$	$A \supseteq B$	A includes B (as subset) A contient B (comme partie)	A contains every element of B . $\supset$ is also used, but see remark to 11-1.17 A contient tout élément de B . $\supset$ est aussi utilisé, mais voir remarque de 11-1.17
11-1.17	$\supset$	$A \supset B$	A includes B properly A contient B strictement	A contains every element of B , but A is not equal to B . If $\supseteq$ is used for 11-1.16, then $\supsetneq$ should be used for 11-1.17 A contient tout élément de B , mais A n'est pas égal à B . Si $\supseteq$ est utilisé pour 11-1.16, $\supsetneq$ doit être utilisé pour 11-1.17

1 Theory of sets (continued) / Théorie des ensembles (suite)

Item No.	Symbol, Sign Symbole, signe	Application Utilisation	Meaning, Reading Sens, énoncé	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-1.18	$\nsubseteq$	$A \nsubseteq C$	A does not include C (as subset) A ne contient pas C (comme sous-ensemble)	$\nsubseteq$ is also used $\nsubseteq$ est aussi utilisé
11-1.19	$\cup$	$A \cup B$	union of A and B réunion de A et de B	The set of all elements which belong to A or to B or to A and B $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$ L'ensemble des éléments appartenant à A , ou à B ou à A et à B $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
11-1.20	$\bigcup$	$\bigcup_{i=1}^n A_i$	union of a collection of sets $A_1, \dots, A_n$ réunion des ensembles $A_1, \dots, A_n$	$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$, the set of all elements belonging at least to one of the sets $A_1, \dots, A_n$ $\bigcup_{i=1}^n$ and $\bigcup_{i \in I}$ are also used, where I denotes a set of indices $\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$, l'ensemble des éléments appartenant au moins à un des ensembles $A_1, \dots, A_n$ $\bigcup_{i=1}^n$ et $\bigcup_{i \in I}$ sont aussi utilisés, où I est un ensemble d'indices
11-1.21	$\cap$	$A \cap B$	intersection of A and B , A inter B intersection de A et de B , A inter B	The set of all elements which belong to both A and B $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$ L'ensemble des éléments appartenant à la fois à A et à B $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
11-1.22	$\bigcap$	$\bigcap_{i=1}^n A_i$	intersection of a collection of sets $A_1, \dots, A_n$ intersection des ensembles $A_1, \dots, A_n$	$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$, the set of all elements belonging to all sets $A_1, A_2, \dots$ and A_n $\bigcap_{i=1}^n$ and $\bigcap_{i \in I}$ are also used, where I denotes a set of indices $\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$, ensemble des éléments appartenant à la fois à $A_1, A_2, \dots$ et A_n $\bigcap_{i=1}^n$ et $\bigcap_{i \in I}$ sont aussi utilisés, où I est un ensemble d'indices

Item No.	Symbol, Sign Symbole, signe	Application Utilisation	Meaning, Reading Sens, énoncé	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-1.23	$\setminus$	$A \setminus B$	difference of A and B , A minus B différence de A et de B , A moins B	The set of all elements which belong to A, but not to B $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \notin B\}$ $A - B$ is also used L'ensemble des éléments de A n'appartenant pas à B $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}$ $A - B$ est aussi utilisé The symmetrical difference $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ may be denoted by $A \Delta B$ La différence symétrique $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ peut être notée $A \Delta B$
11-1.24	$\complement_U$	$\complement_U A$	complement of subset A of U complémentaire de la partie A de U	The set of all elements of U which do not belong to the subset A. If it is clear from the context which set U is considered, the symbol U is often omitted. Also $\complement_U A = U \setminus A$ L'ensemble des éléments (d'un ensemble U) n'appartenant pas à la partie A de U. Si le contexte permet de savoir clairement quel est l'ensemble U considéré, le symbole U est souvent omis. On a aussi $\complement_U A = U \setminus A$
11-1.25	$(,)$	(a, b)	ordered pair a, b , couple a, b couple a, b	$(a, b) = (c, d)$ if and only if $a = c$ and $b = d$ $\langle a, b \rangle$ is also used $(a, b) = (c, d)$ si et seulement si $a = c$ et $b = d$ $\langle a, b \rangle$ est aussi utilisé
11-1.26	$(, \dots,)$	$(a_1, \dots, a_n)$	ordered n -tuple n -uplet, multiplet	
11-1.27	$\times$	$A \times B$	cartesian product of A and B produit (cartésien) de A et de B	The set of all ordered pairs (a, b) such that $a \in A$ and $b \in B$ $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$ L'ensemble des couples (a, b) pour lesquels $a \in A$ et $b \in B$ $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$ $A \times A \times \dots \times A$ is denoted A^n, where n is the number of factors in the product $A \times A \times \dots \times A$ est noté A^n où n est le nombre de facteurs du produit

2 Symbols of mathematical logic / Symboles de logique mathématique

Item No.	Symbol Symbole	Application Utilisation	Name of Symbol Nom du symbole	Meaning, Reading and Remarks Sens, énoncé et remarques
11-2.1	$\wedge$	$p \wedge q$	conjunction sign signe de conjonction	p and q p et q
11-2.2	$\vee$	$p \vee q$	disjunction sign signe de disjonction	p or q or both p ou q ou les deux
11-2.3	$\neg$	$\neg p$	negation sign signe de négation	Negation of p , not p , non p Négation de p , non p
11-2.4	$\Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	implication sign signe d'implication	If p then q , p implies q Can also be written $q \Leftarrow p$ Sometimes $\rightarrow$ is used p entraîne q , p implique q Peut aussi s'écrire $q \Leftarrow p$ $\rightarrow$ est parfois utilisé
11-2.5	$\Leftrightarrow$	$p \Leftrightarrow q$	equivalence sign signe d'équivalence	$p \Rightarrow q$ and $q \Rightarrow p$; p is equivalent to q Sometimes $\leftrightarrow$ is used $p \Rightarrow q$ et $q \Rightarrow p$; p équivaut à q $\leftrightarrow$ est parfois utilisé
11-2.6	$\forall$	$\forall x \in A, p(x)$	universal quantifier quantificateur universel	For every x belonging to A the proposition $p(x)$ is true. The comma before $p(x)$ is sometimes omitted; if danger of confusion arises, parentheses shall be used Pour tout x appartenant à A , la proposition $p(x)$ est vraie. La virgule est parfois omise avant $p(x)$; s'il existe un danger de confusion, des parenthèses doivent être utilisées
11-2.7	$\exists$	$\exists x \in A, p(x)$	existential quantifier quantificateur existentiel	There exists an x belonging to A for which $p(x)$ is true. The comma before $p(x)$ is sometimes omitted; if danger of confusion arises, parentheses shall be used Pour au moins un élément x de A , $p(x)$ est vrai. La virgule est parfois omise avant $p(x)$; s'il existe un danger de confusion, des parenthèses doivent être utilisées $\exists!$ or $\overset{1}{\exists}$ is used to indicate the existence of one and only one element with the property in question $\exists!$ ou $\overset{1}{\exists}$ est utilisé pour indiquer l'existence d'un élément et d'un seul avec la propriété en question

3 Miscellaneous symbols / Symboles divers

Item No.	Symbol Symbole	Application Utilisation	Meaning, Reading Sens, énoncé	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-3.1	=	$a = b$	a is equal to b a est égal à b	$\equiv$ may be used to emphasize that an equality is a mathematical identity $\equiv$ peut être utilisé pour souligner le fait qu'une égalité est une identité mathématique
11-3.2	$\neq$	$a \neq b$	a is not equal to b a est différent de b	
11-3.3	$\stackrel{\text{def}}{=}$	$a \stackrel{\text{def}}{=} b$	a is by definition equal to b a est égal par définition à b	Example: $p \stackrel{\text{def}}{=} mv$, where p is momentum, m is mass and v is velocity Exemple: $p \stackrel{\text{def}}{=} mv$, où p est la quantité de mouvement, m la masse et v la vitesse
11-3.4	$\triangleq$	$a \triangleq b$	a corresponds to b a correspond à b	Since $E = kT$, $1 \text{ eV} \triangleq 11\,604,5 \text{ K}$ When 1 cm on a map corresponds to a length of 10 km, one may write $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ km}$ Etant donné que $E = kT$, $1 \text{ eV} \triangleq 11\,604,5 \text{ K}$ Lorsque 1 cm sur une carte correspond à une longueur de 10 km, on peut écrire $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ km}$
11-3.5	$\approx$	$a \approx b$	a is approximately equal to b a est approximativement égal à b	
11-3.6	$\sim$ $\propto$	$a \sim b$ $a \propto b$	a is proportional to b a est proportionnel à b	
11-3.7	$<$	$a < b$	a is less than b a est strictement inférieur à b	
11-3.8	$>$	$a > b$	a is greater than b a est strictement supérieur à b	
11-3.9	$\leq$	$a \leq b$	a is less than or equal to b a est inférieur ou égal à b	

3 Miscellaneous symbols (concluded) / Symboles divers (fin)

Item No.	Symbol Symbole	Application Utilisation	Meaning, Reading Sens, énoncé	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-3.10	$\geq$	$a \geq b$	a is greater than or equal to b a est supérieur ou égal à b	
11-3.11	$\ll$	$a \ll b$	a is much less than b a est très inférieur à b	
11-3.12	$\gg$	$a \gg b$	a is much greater than b a est très supérieur à b	
11-3.13	∞		infinity infini	

STANDARDSISO.COM : Click to view the full PDF of ISO 31-11:1978

4 Operations / Opérations

Item No.	Symbol, Application Symbole, utilisation	Meaning, Reading Sens, énoncé	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-4.1	$a + b$	a plus b a plus b	
11-4.2	$a - b$	a minus b a moins b	
11-4.3	$a \cdot b$ $a \times b$ ab	a multiplied by b a multiplié par b	See also 11-1.27, 11-10.6 and 11-10.7 The sign for multiplication of numbers is a cross ($\times$) or a dot half high ($\cdot$). If a dot is used as the decimal sign, only the cross should be used for multiplication of numbers Voir aussi 11-1.27, 11-10.6 et 11-10.7 Le signe de multiplication des nombres est une croix ($\times$) ou un point à mi-hauteur ($\cdot$). Si un point est utilisé comme signe décimal, seule la croix doit être utilisée pour la multiplication des nombres
11-4.4	$\frac{a}{b}$ a/b ab^{-1}	a divided by b a divisé par b	See also ISO 31/0 Voir aussi ISO 31/0
11-4.5	$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1 + a_2 + \dots + a_n$	Also $\sum_{i=1}^n a_i$ $\sum_i a_i$ $\sum_i a_i$ $\sum a_i$ Aussi
11-4.6	$\prod_{i=1}^n a_i$	$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$	Also $\prod_{i=1}^n a_i$ $\prod_i a_i$ $\prod_i a_i$ $\prod a_i$ Aussi
11-4.7	a^p	a to the power p a puissance p	
11-4.8	$a^{1/2}$ $a^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt{a}$ $\sqrt{a}$	a to the power $\frac{1}{2}$, square root of a a puissance $\frac{1}{2}$, racine carrée de a	See remark to 11-4.9 Voir remarque de 11-4.9
11-4.9	$a^{1/n}$ $a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a}$ $\sqrt[n]{a}$	a to the power $1/n$, n th root of a a puissance $1/n$, racine n -ième de a	If the symbol $\sqrt[n]{}$ or $\sqrt[n]{}$ acts on a composite expression, parentheses should be used to avoid ambiguity Si les symboles $\sqrt[n]{}$ ou $\sqrt[n]{}$ s'appliquent à une expression composée, il faut employer des parenthèses pour éviter toute ambiguïté

4 Operations (concluded) / Opérations (fin)

Item No.	Symbol, Application Symbole, utilisation	Meaning, Reading Sens, énoncé	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-4.10	$ a $	absolute value of a , magnitude of a , modulus of a valeur absolue de a , module de a	$\text{abs } a$ is also used $\text{abs } a$ est aussi utilisé
11-4.11	$\text{sgn } a$	signum a signum a	For real a : $\text{sgn } a = \begin{cases} 1 & \text{for } a > 0 \\ 0 & \text{for } a = 0 \\ -1 & \text{for } a < 0 \end{cases}$ For complex a , see 11-8.7 Pour a réel: $\text{sgn } a = \begin{cases} 1 & \text{pour } a > 0 \\ 0 & \text{pour } a = 0 \\ -1 & \text{pour } a < 0 \end{cases}$ Pour a complexe, voir 11-8.7
11-4.12	$\bar{a} \quad \langle a \rangle$	mean value of a valeur moyenne de a	The method of forming the mean should be stated if not clear from the context La méthode de formation de la moyen- ne doit être spécifiée si elle ne ressort pas du contexte
11-4.13	$n!$	factorial n factorielle n	For $n \geq 1$: $n! = \prod_{k=1}^n k = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ For $n = 0$: $n! = 1$ Pour $n \geq 1$: $n! = \prod_{k=1}^n k = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ Pour $n = 0$: $n! = 1$
11-4.14	$\binom{n}{p} \quad C_n^p$	binomial coefficient coefficient binomial	$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p! (n-p)!}$
11-4.15	$\text{ent } a$	the greatest integer less than or equal to a caractéristique de a ; le plus grand nom- bre entier inférieur ou égal à a	$\text{ent } 2,4 = 2$ $\text{ent } (-2,4) = -3$ $E(a)$ is also used. [a] is sometimes used for $\text{ent } a$, but is now often used with the meaning "in- teger part of a ", e.g. $[2,4] = 2$ $[-2,4] = -2$ $E(a)$ est aussi utilisé. [a] est parfois employé pour $\text{ent } a$, mais est souvent utilisé actuellement avec la signification "partie entière de a ", par exemple: $[2,4] = 2$ $[-2,4] = -2$

5 Functions / Fonctions

Item No.	Symbol, Application Symbole, utilisation	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-5.1	f	function f fonction f	A function may also be denoted by $x \mapsto f(x)$ Une fonction peut aussi s'écrire $x \mapsto f(x)$
11-5.2	$f(x)$ $f(x, y, \dots)$	value of the function f at x or at $(x, y, \dots)$ respectively valeur de la fonction f respectivement en x ou en $(x, y, \dots)$	
11-5.3	$[f(x)]_a^b$ $f(x) _a^b$	$f(b) - f(a)$	This notation is used mainly when evaluating integrals Cette notation est principalement utilisée pour le calcul des intégrales
11-5.4	$g \circ f$	the composite function of f and g fonction composée de f et g	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$
11-5.5	$x \rightarrow a$	x tends to a x tend vers a	
11-5.6	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	limit of $f(x)$ as x tends to a limite de $f(x)$ quand x tend vers a	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ may be written $f(x) \rightarrow b$ as $x \rightarrow a$ Limits "from the right" ($x > a$) and "from the left" ($x < a$) may be denoted $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ and $\lim_{x \rightarrow a-} f(x)$ respectively $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ peut s'écrire $f(x) \rightarrow b$ quand $x \rightarrow a$ Les limites "à droite" ($x > a$) et "à gauche" ($x < a$) peuvent s'écrire respectivement $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow a-} f(x)$
11-5.7	$\simeq$	is asymptotically equal to est asymptotiquement égal à	$\frac{1}{\sin(x-a)} \simeq \frac{1}{x-a}$ as $x \rightarrow a$ quand $x \rightarrow a$
11-5.8	$O(g(x))$	of order comparable with or inferior to $g(x)$ d'ordre comparable ou inférieur à $g(x)$	$f(x) = O(g(x))$ means $ f(x)/g(x) $ is bounded above in the limit implied by the context $f(x) = O(g(x))$ signifie que $ f(x)/g(x) $ est borné supérieurement dans la limite impliquée par le contexte

5 Functions (continued) / Fonctions (suite)

Item No.	Symbol, Application Symbole, utilisation	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-5.9	$o(g(x))$	of order inferior to $g(x)$ d'ordre inférieur à $g(x)$	$f(x) = o(g(x))$ means $f(x)/g(x) \rightarrow 0$ in the limit implied by the context $f(x) = o(g(x))$ signifie $f(x)/g(x) \rightarrow 0$ dans la limite impliquée par le contexte
11-5.10	Δx	(finite) increment of x accroissement de x	
11-5.11	$\frac{df}{dx}$ df/dx f' Df	derivative of the function f of one variable dérivée de la fonction f d'une variable	$\frac{df(x)}{dx}$, $df(x)/dx$, $f'(x)$, $Df(x)$ If the independent variable is time t , $\dot{f}$ is also used for $\frac{df}{dt}$ Si la variable indépendante est le temps t , $\dot{f}$ est aussi utilisé pour $\frac{df}{dt}$
11-5.12	$\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a}$ $(df/dx)_{x=a}$ $f'(a)$ $Df(a)$	value at a of the derivative of the function f valeur de la dérivée de la fonction f pour la valeur a de la variable	
11-5.13	$\frac{d^n f}{dx^n}$ $d^n f/dx^n$ $f^{(n)}$ $D^n f$	n th derivative of the function f of one variable dérivée n -ième de la fonction f d'une variable	For $n = 2, 3$, f'' , f''' are also used for $f^{(n)}$ If the independent variable is time t , $\ddot{f}$ is also used for $\frac{d^2 f}{dt^2}$ Pour $n = 2, 3$, f'' , f''' sont aussi utilisés pour $f^{(n)}$. Si la variable indépendante est le temps t , $\ddot{f}$ est aussi utilisé pour $\frac{d^2 f}{dt^2}$

Item No.	Symbol, Application Symbole, utilisation	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-5.14	$\frac{\partial f}{\partial x}$ $\partial f / \partial x$ $\partial_x f$ $D_x f$	partial derivative of the function f of several variables $x, y, \dots$ with respect to x dérivée partielle de la fonction f de plusieurs variables $x, y, \dots$ par rapport à x	$\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}$ $\partial f(x, y, \dots) / \partial x$ $\partial_x f(x, y, \dots)$ $D_x f(x, y, \dots)$ The other independent variables may be shown as subscripts, e.g. $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y, \dots}$ Les autres variables indépendantes peuvent être indiquées en indices, par exemple $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y, \dots}$ This partial derivative notation is extended to derivatives of higher order, e.g. $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ La notation de la dérivée partielle peut aussi s'employer pour les dérivées d'ordre supérieur, par exemple $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$
11-5.15	df	total differential of the function f différentielle de la fonction f, différentielle totale de la fonction f	$df(x, y, \dots) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$
11-5.16	δf	(infinitesimal) variation of the function f variation (infinitésimale) de la fonction f	
11-5.17	$\int f(x) dx$	an indefinite integral of the function f or the set of indefinite integrals of the function f une primitive de la fonction f ou l'ensemble des primitives de la fonction f	

5 Functions (concluded) / Fonctions (fin)

Item No.	Symbol, Application Symbole, utilisation	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-5.18	$\int_a^b f(x) dx$ $\int_a^b f(x) dx$	definite integral of the function f from a to b intégrale de la fonction f de a à b	Special notations $\int_C \int_S \int_V \oint$ are used for integration over a curve C , a surface S and a volume V , and over a closed curve or surface, respectively Les notations spéciales $\int_C \int_S \int_V \oint$ sont utilisées respectivement pour l'intégration sur une courbe C , une surface S , un volume V , et sur une courbe ou une surface fermée
11-5.19	δ_{ik}	Kronecker delta symbol symbole delta de Kronecker	$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{for } i = k \\ 0 & \text{for } i \neq k \end{cases}$ where i and k are integers $\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{pour } i = k \\ 0 & \text{pour } i \neq k \end{cases}$ où i et k sont entiers
11-5.20	ϵ_{ijk}	Levi-Civita symbol symbole de Levi-Civita	$\epsilon_{ijk} = 1$ for $(i, j, k) = (1, 2, 3)$ and is completely antisymmetric in the indices ϵ_{ijk} est égale à 1 pour $(i, j, k) = (1, 2, 3)$ et est totalement antisymétrique par rapport aux indices
11-5.21	$\delta(x)$	Dirac delta distribution (function) distribution (delta) de Dirac	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0)$
11-5.22	$\epsilon(x)$	unit step function, Heaviside function fonction échelon unité, fonction de Heaviside	$\epsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x < 0 \end{cases}$ $H(x)$ and $\gamma(x)$ are also used $\theta(x)$ is used for unit step function of time $\epsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour } x > 0 \\ 0 & \text{pour } x < 0 \end{cases}$ $H(x)$ et $\gamma(x)$ sont aussi utilisés $\theta(x)$ est utilisé pour la fonction échelon du temps
11-5.23	$f * g$	convolution product of f and g produit de convolution de f et g	$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y) g(x - y) dy$

6 Exponential and logarithmic functions / Fonctions exponentielles et logarithmiques

Item No.	Sign, Symbol, Expression Signe, symbole, expression	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-6.1	e	base of natural logarithms base des logarithmes népériens	
11-6.2	e^x $\exp x$	exponential function (to the base e) of x exponentielle (de base e) de x	
11-6.3	$\log_a x$	logarithm to the base a of x logarithme de base a de x	
11-6.4	$\ln x$ $\log_e x$	natural logarithm of x logarithme népérien de x	$\log x$ is often used in place of $\ln x$ or $\lg x$. It should then be made clear from the context which base is implied
11-6.5	$\lg x$ $\log_{10} x$	common (Briggsian) logarithm of x logarithme décimal (briggsien) de x	$\log x$ est souvent utilisé à la place de $\ln x$ ou $\lg x$. Le contexte doit indiquer clairement quelle est la base employée
11-6.6	$\text{lb } x$ $\log_2 x$	binary logarithm of x logarithme binaire de x	

7 Circular and hyperbolic functions / Fonctions circulaires et hyperboliques

Item No.	Sign, Symbol, Expression Signe, symbole, expression	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-7.1	π	ratio of the circumference of a circle to its diameter rapport de la longueur d'un cercle à son diamètre	
11-7.2	$\sin x$	sine of x sinus x	
11-7.3	$\cos x$	cosine of x cosinus x	
11-7.4	$\tan x$	tangent of x tangente x	$\operatorname{tg} x$ is also used $\operatorname{tg} x$ est aussi utilisé
11-7.5	$\cot x$	cotangent of x cotangente x	$\operatorname{ctg} x$ is also used $\operatorname{ctg} x$ est aussi utilisé
11-7.6	$\sec x$	secant of x , $\frac{1}{\cos x}$ sécante x , $\frac{1}{\cos x}$	
11-7.7	$\operatorname{cosec} x$	cosecant of x , $\frac{1}{\sin x}$ cosécante x , $\frac{1}{\sin x}$	$\operatorname{csc} x$ is also used $\operatorname{csc} x$ est aussi utilisé
11-7.8	$\arcsin x$	arc sine of x arc sinus x	With the restriction $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$ the inverse of the function $x = \sin y$ may be denoted by $y = \operatorname{Arcsin} x$ La fonction réciproque de la fonction $x = \sin y$ restreinte à $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$ peut être notée $y = \operatorname{Arcsin} x$

Item No.	Sign, Symbol, Expression Signe, symbole, expression	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-7.9	$\arccos x$	arc cosine of x arc cosinus x	With the restriction $0 \leq y \leq \pi$ the inverse of the function $x = \cos y$ may be denoted by $y = \text{Arccos } x$ La fonction réciproque de la fonction $x = \cos y$ restreinte à $0 \leq y \leq \pi$ peut être notée $y = \text{Arccos } x$
11-7.10	$\arctan x$	arc tangent of x arc tangente x	$\text{arctg } x$ is also used $\text{arctg } x$ est aussi utilisé With the restriction $-\pi/2 < y < \pi/2$ the inverse of the function $x = \tan y$ may be denoted by $y = \text{Arctan } x$ (or $y = \text{Arctg } x$) La fonction réciproque de la fonction $x = \tan y$ restreinte à $-\pi/2 < y < \pi/2$ peut être notée $y = \text{Arctan } x$ (ou $y = \text{Arctg } x$)
11-7.11	$\text{arccot } x$	arc cotangent of x arc cotangente x	$\text{arcctg } x$ is also used $\text{arcctg } x$ est aussi utilisé With the restriction $0 < y < \pi$ the inverse of the function $x = \cot y$ may be denoted by $y = \text{Arccot } x$ La fonction réciproque de la fonction $x = \cot y$ restreinte à $0 < y < \pi$ peut être notée $y = \text{Arccot } x$
11-7.12	$\text{arcsec } x$	arc secant of x arc sécante x	
11-7.13	$\text{arccosec } x$	arc cosecant of x arc cosécante x	$\text{arccsc } x$ is also used $\text{arccsc } x$ est aussi utilisé Remark to 11-7.8 ... 11-7.13 The notations $\sin^{-1}x$, $\cos^{-1}x$ etc. for the inverse circular functions should not be used because they may be mistaken for $(\sin x)^{-1}$, $(\cos x)^{-1}$ etc. Remarque de 11-7.8 à 11-7.13 Les notations $\sin^{-1}x$, $\cos^{-1}x$ etc. pour les fonctions circulaires réciproques ne doivent pas être utilisées parce qu'elles peuvent être confondues avec $(\sin x)^{-1}$, $(\cos x)^{-1}$ etc.

7 Circular and hyperbolic functions (continued) / Fonctions circulaires et hyperboliques (suite)

Item No.	Sign, Symbol Expression Signe, symbole, expression	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-7.14	$\sinh x$	hyperbolic sine of x sinus hyperbolique x	$\operatorname{sh} x$ is also used $\operatorname{sh} x$ est aussi utilisé
11-7.15	$\cosh x$	hyperbolic cosine of x cosinus hyperbolique x	$\operatorname{ch} x$ is also used $\operatorname{ch} x$ est aussi utilisé
11-7.16	$\tanh x$	hyperbolic tangent of x tangente hyperbolique x	$\operatorname{th} x$ is also used $\operatorname{th} x$ est aussi utilisé
11-7.17	$\coth x$	hyperbolic cotangent of x cotangente hyperbolique x	$\operatorname{cth} x$ is also used $\operatorname{cth} x$ est aussi utilisé
11-7.18	$\operatorname{sech} x$	hyperbolic secant of x sécante hyperbolique x	
11-7.19	$\operatorname{cosech} x$	hyperbolic cosecant of x cosécante hyperbolique x	$\operatorname{csch} x$ is also used $\operatorname{csch} x$ est aussi utilisé
11-7.20	$\operatorname{arsinh} x$	inverse hyperbolic sine of x argument sinus hyperbolique x	$\operatorname{arsh} x$ and $\operatorname{argsh} x$ are also used $\operatorname{arsh} x$ et $\operatorname{argsh} x$ sont aussi utilisés
11-7.21	$\operatorname{arcosh} x$	inverse hyperbolic cosine of x argument cosinus hyperbolique x	$\operatorname{arch} x$ and $\operatorname{argch} x$ are also used $\operatorname{arch} x$ et $\operatorname{argch} x$ sont aussi utilisés With the restriction $y \geq 0$ the inverse of the function $x = \cosh y$ may be denoted by $y = \operatorname{Arcosh} x$ La fonction réciproque de la fonction $x = \cosh y$ restreinte à $y \geq 0$ peut être notée $y = \operatorname{Arcosh} x$

Item No.	Sign, Symbol, Expression Signe, symbole, expression	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-7.22	$\operatorname{artanh} x$	inverse hyperbolic tangent of x argument tangente hyperbolique x	$\operatorname{arth} x$ and $\operatorname{argth} x$ are also used $\operatorname{arth} x$ et $\operatorname{argth} x$ sont aussi utilisés
11-7.23	$\operatorname{arcoth} x$	inverse hyperbolic cotangent of x argument cotangente hyperbolique x	$\operatorname{argcoth} x$ and $\operatorname{arcoth} x$ are also used $\operatorname{argcoth} x$ et $\operatorname{arcoth} x$ sont aussi utilisés
11-7.24	$\operatorname{arsech} x$	inverse hyperbolic secant of x argument sécante hyperbolique x	
11-7.25	$\operatorname{arcosech} x$	inverse hyperbolic cosecant of x argument cosécante hyperbolique x	$\operatorname{arsch} x$ is also used $\operatorname{arsch} x$ est aussi utilisé Remarks to 11-7.20 ... 11-7.25 Remarques de 11-7.20 à 11-7.25 The word "argument" in the French names should not be confused with the word "argument" as used in 11-8.5 Le terme "argument" dans les termes français ne doit pas être confondu avec le terme "argument" utilisé en 11-8.5 The notations $\sinh^{-1}x$, $\cosh^{-1}x$ etc. for the inverse hyperbolic functions should not be used because they may be mistaken for $(\sinh x)^{-1}$, $(\cosh x)^{-1}$, etc. Les notations $\sinh^{-1}x$, $\cosh^{-1}x$ etc. pour les fonctions hyperboliques réciproques ne doivent pas être utilisées parce qu'elles peuvent être confondues avec $(\sinh x)^{-1}$, $(\cosh x)^{-1}$, etc.

8 Complex numbers / Nombres complexes

Item No.	Sign, Symbol, Expression Signe, symbole, expression	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-8.1	$i \quad j$	imaginary unit, $i^2 = -1$ unité imaginaire, $i^2 = -1$	In electrotechnics j is generally used En électrotechnique, j est généralement utilisé
11-8.2	$\operatorname{Re} z$	real part of z partie réelle de z	
11-8.3	$\operatorname{Im} z$	imaginary part of z partie imaginaire de z	$z = \operatorname{Re} z + i \operatorname{Im} z$
11-8.4	$ z $	absolute value of z , modulus of z valeur absolue de z , module de z	
11-8.5	$\arg z$	argument of z , phase of z argument de z , phase de z	$z = z \exp(i \arg z)$ $z = z \exp(i\varphi)$ is also used $z = z \exp(i\varphi)$ est aussi utilisé
11-8.6	z^*	(complex) conjugate of z (complexe) conjugué de z	Sometimes $\bar{z}$ is used instead of z^* Parfois $\bar{z}$ est utilisé au lieu de z^*
11-8.7	$\operatorname{sgn} z$	signum z signum z	$\operatorname{sgn} z = z/ z = \exp(i \arg z)$ for $z \neq 0$ pour $z \neq 0$

Item No.	Sign, Symbol, Expression Signe, symbole, expression	Meaning Sens	Remarks and Examples Remarques et exemples
11-9.1	A $\begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{m1} & \dots & A_{mn} \end{pmatrix}$	matrix A matrice A	The use of capital letters in this section is not intended to imply that matrices or matrix elements cannot be written with lower case letters L'utilisation de lettres capitales dans ce chapitre ne signifie pas que les matrices ou les éléments de matrice ne puissent être écrits en caractères minuscules Square brackets are also used On emploie aussi des crochets
11-9.2	AB	product of matrices A and B produit des matrices A et B	$(AB)_{ik} = \sum_j A_{ij} B_{jk}$ where the number of columns of A must be equal to the number of rows of B ou le nombre de colonnes de A doit être égal au nombre de lignes de B
11-9.3	E I	unit matrix matrice unité	Square matrix for which $E_{ik} = \delta_{ik}$; see 11-5.19 Matrice carrée pour laquelle $E_{ik} = \delta_{ik}$; voir 11-5.19
11-9.4	A^{-1}	inverse of the square matrix A inverse de la matrice carrée A	$AA^{-1} = A^{-1}A = E$
11-9.5	$\bar{A}$ A^T	transpose matrix of A matrice transposée de A	$(\bar{A})_{ik} = A_{ki}$ ' A and A' are also used ' A et A' sont aussi utilisés
11-9.6	A^*	complex conjugate matrix of A matrice (complexe) conjuguée de A	$(A^*)_{ik} = (A_{ik})^* = A_{ki}^*$ In mathematics, $\bar{A}$ is often used En mathématique, $\bar{A}$ est souvent utilisé
11-9.7	$A^\dagger$ A^H	Hermitian conjugate matrix of A matrice adjointe de A	$(A^\dagger)_{ik} = (A_{ki})^* = A_{ki}^*$ In mathematics, A^* is often used En mathématique, A^* est souvent utilisé